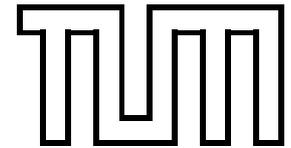


Technische Universität München
Physik-Department
Institut für Theoretische Physik T30d
Univ.-Prof. Dr. Manfred Lindner



Phänomenologische Konsequenzen nichtverschwindender Neutrinomassen

- An Beispielen zukünftiger Long-Baseline-Experimente -

Dipl.-Phys. Univ. Walter Winter

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. St. Paul

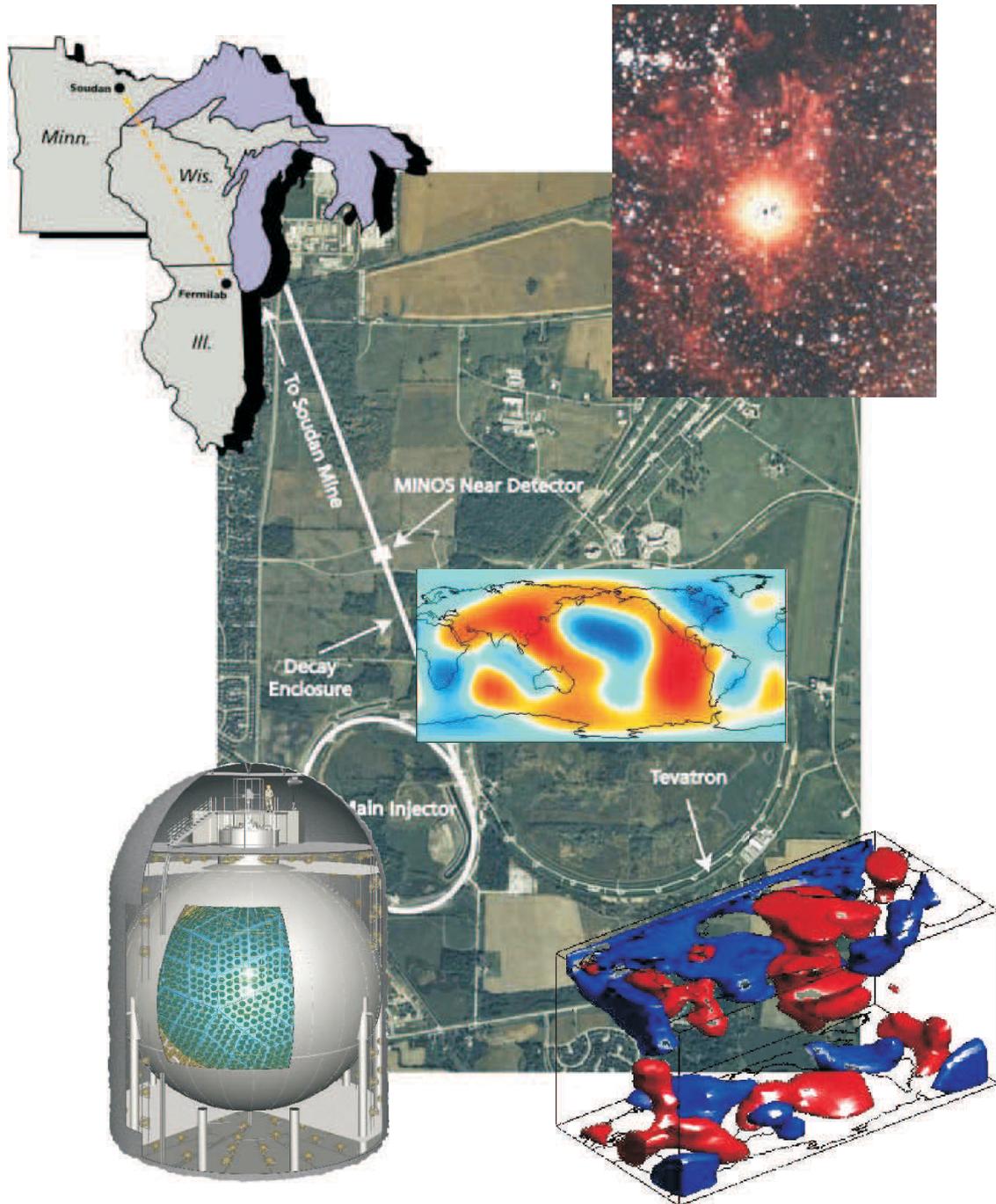
Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr. M. Lindner
2. Univ.-Prof. Dr. W. Hillebrandt

Die Dissertation wurde am 03.07.2003 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Physik am 15.09.2003 angenommen.

Phänomenologische Konsequenzen nichtverschwindender Neutrinomassen

- An Beispielen zukünftiger Long-Baseline-Experimente -



Dissertation von Walter Winter

TU München, Institut für Theoretische Physik, Prof. Dr. Lindner
Juli 2003

Für Andrea

Kurze Zusammenfassung

Nichtverschwindende Neutrinomassen implizieren viele phänomenologisch interessante Effekte, wie zum Beispiel Neutrinooszillationen. Aus der Sicht der momentanen und zukünftigen Neutrinoexperimente zur Bestimmung der Oszillationsparameter wird in dieser Arbeit ein Überblick über die Neutrino-Phänomenologie gegeben, wobei hier der Schwerpunkt im Bereich der Neutrinooszillationen liegt. Wegen der hohen Sensitivität zukünftiger Long-Baseline-Experimente auf alle Oszillationsparameter und auch andere mögliche Beimischungen unterdrückter Mechanismen, werden die relevanten Fragestellungen mit Beispielen aus der Long-Baseline-Physik im weitesten Sinne illustriert. Unter „Long-Baseline-Experimenten“ werden dabei künstlich erzeugte Neutrinostrahlen verstanden, die zur Messung der Oszillationsparameter mehrere bis viele Kilometer durch die Erde auf einen Detektor gerichtet werden.

Diese Arbeit verwendet als Ansatzpunkt allgemeine Konzepte, welche dann schrittweise auf die relevanten Effekte spezialisiert werden. Auf diese Art werden die Flavor-Übergänge der Neutrinos in den führenden Effekt der Neutrinooszillationen und mögliche Beimischungen unterdrückter Mechanismen zerlegt. Ebenso werden die allgemeinen Drei-Flavor-Neutrinooszillationen systematisch von den führenden Oszillationen bis hin zu den mehrfach-unterdrückten Effekten behandelt. Die Schwierigkeiten der Bestimmung der entsprechenden Parameter werden dabei vorrangig anhand von Beispielen der Long-Baseline-Experimente beschrieben. Zusätzlich wird ein weiterer wichtiger Aspekt nichtverschwindender Neutrinomassen eingeführt, der mit Neutrinooszillationen nicht beobachtbar ist, nämlich die absolute Neutrino-Massenskala. Schließlich wird als ein mögliches Anwendungsbeispiel zukünftiger Long-Baseline-Physik die Neutrino-Oszillations-Tomographie diskutiert.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Kurze Historie der Neutrinooszillationen	1
1.2	Die Rolle zukünftiger Long-Baseline-Experimente	3
2	Flavor-Übergänge, Oszillationshypothese und Unitarität	7
2.1	Flavor-Übergänge und die Oszillationshypothese	7
2.2	Unitarität im Rahmen von Drei-Flavor-Neutrinooszillationen	9
2.3	Beispiele unitaritätsverletzender Mechanismen	11
3	Einführung in Neutrinooszillationen	17
3.1	Allgemeine Oszillationsformel im Vakuum	17
3.2	Erkenntnisse über Massenhierarchie und Mischung	18
3.3	Klassifizierung der Oszillationsparameter	20
3.4	Neutrinooszillationen und beschleunigerbasierte Long-Baseline-Experimente	23
3.5	Korrelationen und Entartungen im Parameterraum	25
4	Die Rolle von Materieeffekten und deren Unsicherheiten	29
4.1	Materieeffekte in Neutrinooszillationen	29
4.2	Materieunsicherheiten und ihre Auswirkungen	33
5	Experimenttypen zur Bestimmung der führenden Oszillationsparameter	37
5.1	Solare Neutrinoexperimente	37
5.2	Atmosphärische Neutrinoexperimente	41
6	Obere Grenzen für die Kopplung solarer und atmosphärischer Oszillationen	47
6.1	Konventionelle Reaktorexperimente und Beams	48
6.2	Reaktorexperimente mit Nah- und Ferndetektoren	48
6.3	Superbeams	50
6.4	Neutrino Fabriken	51
7	Massenhierarchie und das Vorzeichen von Δm_{31}^2	55
7.1	Normale und invertierte Massenhierarchie	55
7.2	Die Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 mit einem Long-Baseline-Experiment	56
7.3	Die Auflösung der $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung mit mehreren Long-Baseline-Experimenten	58

8 CP- und CPT-Verletzung und zukünftige Oszillationsexperimente	61
8.1 T-, CP- und CPT-Symmetrien in Vakuum und Materie	61
8.2 Die Detektion von CP-Verletzung mit Superbeams und Neutrino Fabriken . . .	62
8.3 Die Sensitivität auf CPT-Invarianz an Neutrino Fabriken	66
9 Die absolute Neutrino-Massenskala	69
9.1 Theoretische Grundlagen der Neutrinomassen und -mischungen	69
9.2 Phänomenologie absoluter Neutrinomassen	71
9.3 Quark- und Lepton-Massenspektren und die absolute Neutrino-Massenskala . .	73
10 Ausblick: Neutrino-Oszillations-Tomographie	75
10.1 Grundlagen und Setups	75
10.2 Auflösungsgrenzen für die Größe von Strukturen	77
10.3 Positionsinformation durch Interferenzeffekte	79
10.4 Geophysikalische Anwendungen	80
11 Zusammenfassung	85
Literaturverzeichnis	91
Danksagungen	101

Kapitel 1

Einführung

Nichtverschwindende Neutrinomassen passen nicht in das Bild des Standardmodells der Elementarteilchen, in dem Neutrinos masselose Teilchen sind. Daher enthalten alle Effekte, die auf massiven Neutrinos beruhen, Informationen über Physik jenseits des Standardmodells. In dieser Arbeit werden vor allem die phänomenologischen Konsequenzen nichtverschwindender Neutrinomassen diskutiert, das heißt Effekte mit direkt experimentell beobachtbaren Konsequenzen. Diese Effekte können dabei meist mit der Theorie der Neutrinomassen verstanden werden, die jedoch aufgrund unzureichender Beobachtungen noch keine eindeutigen Vorhersagen treffen kann.

Massive Neutrinos haben viele phänomenologische Konsequenzen, wobei eine der interessantesten Flavor-Übergänge sein dürften. Flavor-Übergänge können heute durch Drei-Flavor-Neutrinooszillationen als führenden Effekt erklärt werden, wobei andere, unterdrückte Mechanismen in Form kleiner Beimischungen nicht auszuschließen sind und meist auch Konsequenzen massiver Neutrinos darstellen. Neutrinooszillationen beinhalten viele interessante Aspekte, wie die Eigenschaften der leptonischen Mischung, zu denen auch die Möglichkeit einer leptonischen CP-Verletzung gehört. Da sie jedoch nicht sensitiv auf absolute Neutrinomassen, sondern nur auf Massenquadratdifferenzen sind, ist die absolute Neutrino-Massenskala eine weitere wichtige Größe im Zusammenhang mit nichtverschwindenden Neutrinomassen. Sie bietet, zusammen mit den anderen Neutrinoeigenschaften, viele Anwendungen im Bereich der Astrophysik und Kosmologie. So bestimmt sie zum Beispiel den Beitrag der leichten Neutrinos zur dunklen Materie.

In dieser Einleitung werden wir zunächst kurz eine historische Einführung in die Neutrinooszillationen geben und anschließend die Rolle zukünftiger Long-Baseline-Experimente, sowohl im Rahmen der Neutrinoophysik als auch im Rahmen dieser Arbeit, motivieren.

1.1 Kurze Historie der Neutrinooszillationen

Das Neutrino wurde 1931 von Wolfgang Pauli postuliert um das kontinuierliche β -Spektrum erklären zu können. In den darauf folgenden Jahren wurde es als masselos und nur extrem schwach wechselwirkend angenommen, so dass man glaubte es niemals beobachten zu können. Man fand jedoch später Reaktionen, die einen Nachweis von Neutrinos mit sehr großen Detektoren erlauben könnten. Tatsächlich entdeckten 1956 Clyde L. Cowan Jr. und Frederick Reines schließlich das Elektron-Antineutrino in einem Reaktorexperiment.

Heute weiß man, dass Neutrinos auf natürlichem Weg unter anderem in unserer Atmosphäre (durch kosmische Strahlung), in der Sonne (durch Kernreaktionen), bei Supernova-Explosionen

und im frühen Universum erzeugt werden. Außerdem kann man mit Kernreaktoren künstliche Neutrinos herstellen, sowie mit Beschleunigern Neutrinostrahlen, sogenannte „Beams“. Der Entdeckung des Neutrinos folgende Neutrinoexperimente beschäftigten sich aufgrund der zugänglichen Neutrinoenergien hauptsächlich mit dem Nachweis von Reaktor-, atmosphärischen und solaren Neutrinos. Die Ergebnisse dieser Experimente wiesen darauf hin, dass das Neutrinobild noch nicht vollständig war. Ein Aspekt war zum Beispiel das Fehlen solarer Neutrinos im Vergleich zu Vorhersagen von Sonnenmodellen („solares Neutrino Defizit“). Massive Neutrinos, welche im Standardmodell der Teilchenphysik nicht erlaubt sind, können diesen und andere Effekte erklären. Da nicht-entartete Neutrino-Masseneigenzustände relativistischer Neutrinos ($E \gg m$) mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten propagieren, aber nur Flavor-Eigenzustände durch geladene Ströme nachweisbar sind, oszillieren relativistische Neutrinos im Flavor-Raum. Die entsprechende Theorie zur Beschreibung der Übergangswahrscheinlichkeit von Flavor ν_α zu Flavor ν_β setzt die Rotation der Flavor-Eigenzustände gegenüber den Masseneigenzuständen voraus (Neutrino-Mischung), welche von Z. Maki, M. Nakagawa und S. Sakata 1962-1963 postuliert wurde. Die Neutrino-Mischung wurde schließlich 1967 von Pontecorvo auf zwei Neutrino-Flavors angewendet und ergab die Zwei-Neutrino-Oszillationsformel.

Aufgrund der am LEP (CERN) gemessenen Zerfallsbreite des Z^0 geht man heute von drei aktiven Neutrinofamilien aus, das heißt es gibt drei Neutrino-Flavors, die an die elektroschwachen Eichbosonen koppeln. Man kann zeigen, dass die leptonische Mischungsmatrix U , die die Neutrino-Mischung beschreibt, durch drei Winkel θ und drei Phasen δ vollständig parametrisiert werden kann, wobei für die Neutrinooszillationen nur eine der Phasen relevant ist. Dazu kommen drei Massenquadratdifferenzen Δm^2 , von denen aber nur zwei unabhängig sind. Insgesamt gibt es also sechs leptonische Parameter, die es im Rahmen der Neutrinooszillationen zu bestimmen gilt. Im Juni 1998 gab die Super-Kamiokande-Kollaboration (Japan) schließlich bekannt, mit hoher Wahrscheinlichkeit Neutrinooszillationen bei atmosphärischen Neutrinos gefunden zu haben. Das beschriebene Oszillationsbild scheint damit also prinzipiell richtig zu sein. Zusammen mit den Hinweisen verschiedener solarer Neutrinoexperimente auf Neutrinooszillationen als Erklärung des solarer Neutrino Defizits wäre eine Betrachtungsweise mit zwei unabhängigen Zwei-Flavor-Neutrinooszillationen, den führenden solarer und atmosphärischen Neutrinooszillationen, konsistent mit diesen Beobachtungen. Dieses Bild wurde im Juli 1999 durch das CHOOZ-Experiment bestätigt, welches einen der drei Mischungswinkel (θ_{13}) stark beschränkte. Damit passten die beiden Zwei-Flavor-Neutrinooszillation in das Gesamtbild der drei aktiven Flavors in Zusammenhang mit den beiden wichtigen Erkenntnissen über die Massenhierarchie ($\Delta m_{\text{sol}}^2 \ll \Delta m_{\text{atm}}^2$) und die Mischung (θ_{13} klein).

Im Verlauf der Jahre stellte sich heraus, dass Neutrinooszillationen im Vakuum nicht ausreichen, um alle Neutrinoeffekte erklären zu können. So werden Neutrinooszillationen in Materie durch kohärente Vorwärtsstreuung in schwachen Reaktionen mit neutralen und geladenen Strömen beeinflusst. Da die normalerweise betrachtete Materie zwar Elektronen enthält, aber keine Myonen und Tauonen, wechselwirken nur Elektron-Neutrinos über geladene Ströme. Daraus ergibt sich ein Nettoeffekt, der eine Phasenverschiebung der Elektron-Neutrinos relativ zu den anderen Flavors verursacht. Er wurde zuerst von Wolfenstein (1978), Mikheyev und Smirnov (1985-1986) postuliert (MSW-Effekt). Die neuesten Neutrinoexperimente weisen darauf hin, dass dieser Materieeffekt existiert und in Berechnungen miteinbezogen werden muss. Zum Beispiel favorisierten die SNO-Ergebnisse („Sudbury Neutrino Observatory“) vom Juni 2001 zusammen mit den Ergebnissen früherer solarer Neutrinoexperimente die sogenannte LMA-Lösung („Large Mixing Angle solution“) für die Parameter in der Mischungsmatrix U unter vier verschie-

denen, vorher möglichen Lösungen mit und ohne Materieeffekte. Die LMA-Lösung beinhaltet den beschriebenen Materieeffekt in der Sonne und wurde vom KamLAND-Experiment im Dezember 2002 bestätigt. Von den ursprünglichen vier möglichen Lösungen im Parameterraum zur Erklärung der solaren Neutrinooszillationen ist damit nur noch eine übrig, welche heute aufgrund des KamLAND-Ergebnisses auch oft in zwei Teilregionen, die LMA-I und LMA-II genannt werden, unterteilt wird. Zusätzlich ist das SNO-Ergebnis aufgrund seiner Messung mit neutralen Strömen konsistent mit dem Standard-Sonnenmodell (SSM), so dass wir prinzipiell davon ausgehen können, die Vorgänge in unserer Sonne zu verstehen.

Obwohl Neutrinooszillationen in Vakuum und Materie die am meisten benutzte Erklärung für Neutrinoanomalien ist, können manche Messungen mit einem Drei-Neutrino-Modell nicht vollständig erklärt werden. Das LSND-Experiment 1996 maß zum Beispiel eine Massendifferenz Δm^2 , die inkompatibel mit dem bisher angenommenen Drei-Flavor-Oszillationsszenario war. Eine mögliche Erklärung war ein zusätzliches leichtes, steriles¹ Neutrino. Bereits in den kommenden Jahren soll das MiniBooNE-Experiment das LSND-Ergebnis überprüfen. Zudem gab es viele zu Neutrinooszillationen alternative Erklärungen um Flavor-Übergänge beschreiben zu können, wie zum Beispiel Spin-Flavor-Präzessionen, Neutrinozerfall und Neutrinodekohärenz. Diese konnten mit den SNO- und KamLAND-Experimenten als dominante Lösungen für Flavor-Übergänge eliminiert werden, könnten aber trotzdem noch als kleine Beimischungen auftreten.

1.2 Die Rolle zukünftiger Long-Baseline-Experimente

Da wir in dieser Arbeit nicht alle Aspekte nichtverschwindender Neutrinomassen diskutieren können, spezialisieren wir uns auf die in momentanen und zukünftigen Experimenten testbaren phänomenologischen Konsequenzen. Dabei werden vor allem zukünftige Long-Baseline-Experimente zur Präzisionsmessung der Oszillationsparameter und anderer Effekte eine besondere Rolle spielen, und wir werden demonstrieren, wie die Eigenschaften der Neutrinos mit diesen getestet werden können. Insbesondere ist dabei anzumerken, dass zukünftige Long-Baseline-Experimente mit Beschleunigern die erste Experimentklasse darstellen, die prinzipiell auf alle Oszillationsparameter sensitiv ist, also zum Beispiel auch auf unterdrückte CP-Effekte. Trotzdem werden wir sehen, dass für bestimmte Parameter andere Experimenttypen besser geeignet sind.

Unter Long-Baseline-Experimenten im weitesten Sinne verstehen wir in dieser Arbeit Experimente mit künstlich von Beschleunigern oder Reaktoren erzeugten Neutrinos, welche auf dem Weg von der Quelle zum Detektoren Entfernungen von etwa 1 km – 12 000 km durch die Erde zurücklegen. Entscheidend dabei ist der gemeinsame Mechanismus, der allen Long-Baseline-Experimenten zugrunde liegt: Die von einer künstlichen Quelle produzierten Neutrinos führen zwischen der Quelle und dem Detektor Neutrinooszillationen aus, die die Bestimmung der fundamentalen Oszillationsparameter erlauben. Die dabei verwendeten Neutrinoenergien und zu messenden Parameter legen, wie wir sehen werden, die Größenordnung der Entfernung zwischen Quelle und Detektor fest – diese Entfernung wird als „Baseline“ bezeichnet. Besonders wichtig dabei ist, dass die künstlichen Neutrinoquellen, im Gegensatz zu natürlichen Quellen wie der Sonne und der Atmosphäre, relativ gut kontrollierbar sind, und dass ihre Spektren inklusive Flavor-Zusammensetzung sehr gut bekannt sind. Prinzipiell können wir diese Experimente aufgrund der verwendeten Neutrinoquelle klassifizieren:

¹ *Steril* (im Gegensatz zu *aktiv*) bedeutet hier, dass das Neutrino nicht an die elektroschwachen Eichbosonen koppelt.

Beschleunigerbasierte Experimente verwenden Neutrinos, die indirekt durch Zerfälle von in Beschleunigern produzierten Teilchen erzeugt werden. Der dabei entstehende Strahl, der „Beam“, wird, je nach Energie und Anwendung, auf einen viele hundert bis tausend Kilometer entfernten Detektor gerichtet.

Reaktorbasierte Experimente verwenden in existierenden Kernkraftwerken erzeugte Neutrinos, wobei die Kernreaktoren als Punktquellen fungieren. Detektoren, welche sich, je nach Anwendung, in einer Entfernung von wenigen bis einigen hundert Kilometern befinden, weisen die Neutrinos nach.

Neben momentan bereits im Bau befindlichen oder operierenden Long-Baseline-Experimenten, wie den konventionellen Beam-Experimenten K2K, CNGS und MINOS, wird vor allem die hohe Präzision zukünftiger beschleunigerbasierter Long-Baseline-Experimente die Bestimmung nur schwer zugänglicher Oszillationsparameter, wie leptonischer CP-Verletzung, erlauben. Dazu kommt die Möglichkeit der Tests vieler Nicht-Standard-Eigenschaften der Neutrinos. Bisher gibt es dazu keine Alternativen mit natürlichen Neutrinoquellen mit vergleichbarem Potenzial, so dass der Weg in der Neutrinophysik tatsächlich die Richtung dieser Long-Baseline-Experimente zu gehen scheint. In dieser Arbeit verwenden wir dazu vor allem zwei Klassen von Experimenten mit Beschleunigern zur Neutrinoproduktion:

Superbeams basieren auf der Technologie konventioneller Beams und könnten innerhalb dieser Dekade realisiert werden. Sie verwenden hadronische Zerfälle zur Produktion der Neutrinos.

Neutrino Fabriken basieren auf einer komplizierteren, teilweise auf der der Superbeams aufbauenden Technologie und verwenden Myon-Zerfälle zur Produktion der Neutrinos.

Zusätzlich werden wir für bestimmte Zwecke Experimente mit Reaktoren statt Beschleunigern als Neutrinoquelle diskutieren, welche auch auf relativ kurzen Zeitskalen bei niedrigeren Kosten realisierbar sein könnten. Da leptonische Zerfälle besser bekannt sind als hadronische, sind Superbeams und Reaktorexperimente stark durch systematische Fehler beschränkt, während Neutrino Fabriken primär durch die Statistik limitiert sind. Daher wird für die Superbeams und Reaktorexperimente häufig die Verwendung eines zusätzlichen Nahdetektors dicht an der Neutrinoquelle vorgeschlagen, um die Systematik besser kontrollieren zu können. Aufgrund der ähnlichen, teilweise aufeinander aufbauenden Technologien der beschleunigerbasierten Experimenttypen und der damit verbundenen Zeitskalen stellen Superbeams und Neutrino Fabriken eine natürliche Entwicklung dar. Wie wir sehen werden, ist die beschleunigerbasierte Long-Baseline-Physik jedoch auch mit erheblichen Problemen verbunden. So verhindern entartete Lösungen im Parameterraum oftmals die genaue Extraktion der Oszillationsparameter. Wir werden daher auch Strategien für das Lösen derartiger Probleme kennen lernen, da sie momentan richtungweisend für die Long-Baseline-Oszillationsphysik sein könnten. Besonders den Reaktorexperimenten könnte dabei eine besondere Bedeutung zukommen.

Trotz der Einbeziehung zukünftiger Long-Baseline-Experimente liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Präsentation der primären phänomenologischen Konsequenzen nichtverschwindender Neutrinomassen. Die Long-Baseline-Experimente werden, vor allem im Bereich der Oszillationsphysik, als Beispiele dienen, da sie in ihrer Summe zusammen mit den solaren Neutrinoexperimenten prinzipiell alle Oszillationsparameter messen können und ein sehr hohes Zukunftspotenzial enthalten. Dazu werden wir eine „top-down“-Strategie anwenden: Wir werden zunächst

die Oszillationshypothese aufgeben und Flavor-Übergänge allgemein diskutieren und schließlich Neutrinooszillationen als führenden Effekt einführen. Anschließend werden wir uns, angefangen mit den allgemeinen Grundprinzipien der Neutrinooszillationen, über Materieeffekte und Messungen der verschiedenen Oszillationsparameter zu den Details, wie die von CP-Verletzung und CPT-Invarianz, vorarbeiten. Eine kurze Diskussion der absoluten Neutrino-Massenskala wird das Gesamtbild abrunden, und abschließend werden wir ein mögliches Anwendungsbeispiel der Neutrinooszillationen, die Neutrino-Oszillations-Tomographie, als kleinen Ausblick motivieren. Mit simulierten Long-Baseline-Experimenten werden wir dabei in vielen Kapiteln das Potenzial der Neutrinophysik demonstrieren, wobei die entsprechenden Beispiele gerade in den ersten Kapiteln nur zur Illustration gedacht sind, zumal sowohl die Theorie der Neutrinooszillationen als auch die Setups der Experimente erst später eingeführt werden. So werden die zukünftigen beschleunigerbasierten Experimente im Abschnitt 5.2 in Zusammenhang mit der Bestimmung der führenden atmosphärischen Oszillationsparameter eingeführt, und die reaktorbasierten Experimente im Abschnitt 6.2 in Zusammenhang mit den Schranken für den Kopplungsparameter θ_{13} . Leider können wir in dieser Arbeit aufgrund des begrenzten Umfangs nur wenig auf die vielen astrophysikalischen und kosmologischen Anwendungen nichtverschwindender Neutrinomassen, sowie die entsprechenden Experimente eingehen, obwohl sie gelegentlich implizit verwendet werden. So verwenden wir zum Beispiel im Kapitel 10 eine Supernova als Neutrinoquelle. Ein weiterer, hier nur wenig diskutierter Zweig der Neutrinophysik ist die oben erwähnte Theorie der Neutrinomassen, welche in Kapitel 9 kurz berührt wird. Trotzdem beabsichtigt die vorliegende Arbeit einen Überblick über die wichtigsten Elemente der Neutrinophänomenologie im Zusammenhang mit aktuellen und zukünftigen Experimenten zu präsentieren, wobei die meisten Beispiele aus dem Bereich der zukünftigen Long-Baseline-Experimente stammen.

Kapitel 2

Flavor-Übergänge, Oszillationshypothese und Unitarität

Neutrinooszillationen werden heute als die wichtigste Erklärung für Flavor-Übergänge angesehen. Dieses Erkenntnis, die besonders vom KamLAND-Ergebnis unterstützt wird, fordert eine neue Herangehensweise an das Problem der Flavor-Übergänge, um die verbleibenden offenen Fragen identifizieren zu können. Wir werden daher in diesem Kapitel beginnen, das allgemeine Problem der Flavor-Übergänge unter Einbeziehung des KamLAND-Ergebnisses schrittweise auf die relevanten Fragestellungen zu spezialisieren. Dazu geben wir zunächst auch die Hypothese von Neutrinooszillationen als exklusiv wirkendem Mechanismus zur Erklärung der Flavor-Übergänge auf, obwohl wir die Oszillationshypothese als den dominierenden Effekt annehmen. Wir lassen also zunächst Beimischungen anderer, unterdrückter Effekte zu.

2.1 Flavor-Übergänge und die Oszillationshypothese

Bisher wurde experimentell nachgewiesen, dass die bekannten Neutrinos schwach wechselwirken, wie es im Standardmodell der Elementarteilchenphysik postuliert wird. Das bedeutet, dass sie als Flavor-Eigenzustände $|\nu_\alpha\rangle$ produziert und als Flavor-Eigenzustände $|\nu_\beta\rangle$ detektiert werden. Aufgrund der gemessenen Zerfallsbreite des Z^0 -Teilchens am LEP (CERN), dass es genau drei leichte aktive, das heißt schwach wechselwirkende, Neutrinofamilien gibt [1], also $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$. Als Flavor-Übergang definieren wir allgemein einen Prozess $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ zwischen Produktion und Detektion, dem wir eine Übergangswahrscheinlichkeit $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) \equiv P_{\alpha\beta}$ zuordnen.

Als „natürliche“ Erklärung von Flavor-Übergängen werden heute Neutrinooszillationen angesehen, eine quantenmechanische Folge nichtverschwindender Neutrinomassen. Dazu wird zusätzlich angenommen, dass die an die schwache Wechselwirkung koppelnden Flavor-Eigenzustände der Neutrinos $|\nu_\alpha\rangle$ nicht gleich den Massen-Eigenzuständen $|\nu_i\rangle$ sind, wobei die „gute“ Quantenzahl der Massen-Eigenzustände die Masse m_i ist. Sie können also als Superposition der Masseneigenzustände beschrieben werden:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\beta i} = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.1)$$

Dies ist, wie wir später in Kapitel 9 sehen werden, eine plausible Annahme aus der Theorie der Neutrinomassen mit leichten Erweiterungen des Standardmodells der Elementarteilchen.

Zentraler Bestandteil dieser sogenannten „leptonischen Mischung“ ist die unitäre Mischungsmatrix U , also $U^\dagger U = 1$, denn ohne diese Bedingung wäre das System nicht vollständig. Da ein Fock-Raum nur über den Masseneigenzuständen der Neutrinos definierbar ist, sind diese auch die Eigenzustände der Propagation [2]. Man kann dies wie folgt illustriert verstehen: Neutrinos mit sehr kleiner Masse ($m \ll E$) aber gleicher Energie bewegen sich mit gegenüber der Lichtgeschwindigkeit leicht reduzierter Geschwindigkeit, wobei die dabei entstehenden Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen den Neutrinos unterschiedlicher Masse proportional zu den auftretenden Massendifferenzen sind. Aufgrund der relativistischen Energie-Impuls-Relation lässt sich also jedem Masseneigenzustand mit einer bestimmten Energie und Masse eindeutig eine Geschwindigkeit zuordnen. Aus Sicht der Quantenmechanik folgt daraus eine Phasendifferenz zwischen den Masseneigenzuständen, die zu Oszillationen im Flavor-Raum führt. So ergibt die „ultrarelativistische“ Näherung aus der Entwicklung von $E_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2}$ für $m_i \ll E$ die Energie eines Masseneigenzustandes $E_i \simeq E + m_i^2/(2E)$, wobei das Neutrino als Flavor-Eigenzustand mit der Energie E produziert wird. Die Oszillationswahrscheinlichkeit im Vakuum errechnet sich dann mit dem nichtrelativistischen¹ Hamilton-Operator \mathcal{H} ausgewertet im Massen-Raum zu

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta} &= |\langle \nu_\beta | \exp(-i\mathcal{H}t) | \nu_\alpha \rangle|^2 = \left| \sum_{j=1}^3 U_{\beta j} U_{\alpha j}^* \exp(-iE_j t) \right|^2 \\ &= \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \underbrace{U_{\alpha j} U_{\alpha k}^* U_{\beta j}^* U_{\beta k}}_{\equiv J_{jk}^{\alpha\beta}} \exp\left(i \frac{\Delta m_{jk}^2}{2E} t\right), \end{aligned} \quad (2.2)$$

wobei die Zeit t der Baseline L , also der Propagationslänge, entspricht. Wir finden also Phasendifferenzen $\propto \Delta m_{ij}^2 L/(2E)$, $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$, in der komplexen Exponentialfunktion, woraus sich die als Sinus und Kosinus oszillierenden Terme in der Oszillationswahrscheinlichkeit ergeben. Wir sprechen im Zusammenhang mit Gleichung (2.2) unter Verwendung von Gleichung (2.1) für genau drei leichte, schwach wechselwirkende Neutrinos im Folgenden auch von „unitären Drei-Flavor-Neutrinooszillationen“. Aus diesem Mechanismus folgt unmittelbar, dass

- Neutrinooszillationen nur sensitiv auf Massenquadratdifferenzen, nicht aber auf die absolute Neutrino-Massenskala sind
- Masseneigenzustände $|\nu_i\rangle$ nicht oszillieren können, sondern nur Flavor-Eigenzustände $|\nu_\alpha\rangle$
- Die Identifizierung von Neutrinooszillationen über eine L/E -Abhängigkeit $\propto \Delta m_{ij}^2 L/(2E)$ in oszillierenden Sinus- und Kosinustermen möglich wird. Wir bezeichnen daher eine Abhängigkeit von L und E , die auf einen speziellen Effekt hinweist, im Folgenden als „Signatur“ oder „spektrale Abhängigkeit“ dieses Effekts.

Als Kritik zur Oszillationshypothese sei anzumerken, dass verschiedene Aspekte von Neutrinooszillationen noch nicht ausreichend geklärt sind. Dazu gehört zum Beispiel die Frage nach der Kohärenz [3, 5–9] der Wellenpakete der Masseneigenzustände. Eine mögliche Beschreibung ist dabei, dass sich die Wellenpakete der verschiedenen Masseneigenzustände aufgrund

¹Eigentlich müsste man hier den relativistischen 4-Impuls-Operator verwenden und auch Details des Produktionsprozesses näher diskutieren. Der nichtrelativistische Operator führt jedoch mit diesen einfachen Annahmen zum gleichen Ergebnis, da der 3-Impuls nach der Bildung des Absolutquadrates genauso wie der führende Energieterm E und andere kompliziertere Terme in führender Ordnung herausfallen. Für Details zur Quantenmechanik der Neutrinooszillationen siehe zum Beispiel [3, 4].

deren unterschiedlichen Massen mit unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten bewegen. Sie verlieren dadurch, zumindest im Vakuum, offensichtlich an Überlapp. Dies führt zu Faktoren $\exp(-[L/L_{ij}^{\text{coh}}]^2)$ in den Oszillationswahrscheinlichkeiten, die die oszillierenden Terme unterdrücken, wobei $L_{ij}^{\text{coh}} \propto \sigma E^2 / \Delta m_{ij}^2$ die Kohärenzlänge zwischen den Masseneigenzuständen $|\nu_i\rangle$ und $|\nu_j\rangle$ der Neutrinos ist. Die Größe σ beschreibt dabei die durch Produktion und Detektion bestimmte Breite der Wellenpakete, ihre genaue Bedeutung hängt jedoch vom verwendeten Modell ab. Daher ist es auch noch unklar, wie groß genau die Kohärenzlänge der Neutrinos ist. Aus experimentellen Beobachtungen können wir mit hoher Wahrscheinlichkeit entnehmen, dass $L \ll L_{31}^{\text{coh}}$ für die atmosphärischen Experimente ist, da sonst keine Oszillationen beobachtbar wären. Ebenso ist wahrscheinlich $L \ll L_{21}^{\text{coh}}$ für die solaren Experimente in den Bereichen, in denen Neutrinooszillationen eine Rolle spielen (zum Beispiel für das KamLAND-Experiment). Dennoch gibt es Regionen im solaren Parameterraum, welche eine inkohärente Beschreibung erlauben [10] und die Rolle der Kohärenz in Zusammenhang mit Materieeffekten in der Sonne ist bisher ungeklärt. Des Weiteren ist experimentell noch nicht erwiesen, wie sich die Entfernung zu Supernovae zur entsprechenden Kohärenzlänge verhält. Dieses Beispiel zeigt, dass es noch Aspekte der Neutrinooszillationen gibt, die sowohl experimentell durch den Nachweis der Oszillationssignatur als auch theoretisch noch besser verstanden werden müssen.

Als mögliche Alternativen zu Neutrinooszillationen wurden lange Zeit Spin-Flavor-Präzessionen und andere Szenarien betrachtet, wobei viele von diesen im Abschnitt 2.3 beschrieben werden. Dazu kommen mögliche Erweiterungen, wie die Einführung zusätzlicher steriler Neutrinos, welche zwar mit den aktiven Neutrinos mischen, aber nicht schwach wechselwirken. Als führender Effekt für Flavor-Übergänge kommen nach dem KamLAND-Ergebnis [11] nur noch Neutrinooszillationen in Frage, die Oszillationshypothese wurde also bestätigt – vielleicht mit der Einschränkung, dass die typische Signatur für Oszillationen noch nicht mit genügend hoher Konfidenz gesehen wurde. Die verbleibende Frage, welche uns in Zukunft beschäftigen muss, ist also: Sind Neutrinooszillationen die alleinige Erklärung für Flavor-Übergänge, oder gibt es kleine Beimischungen anderer, im Vergleich zu den Oszillationen unterdrückter Effekte?

2.2 Unitarität im Rahmen von Drei-Flavor-Neutrinooszillationen

Wir haben in Gleichung (2.1) gesehen, dass ein zentraler Bestandteil des Drei-Flavor-Oszillationsszenarios die Mischung der drei aktiven Neutrino-Flavors ist, die gegeben ist durch die unitäre Mischungsmatrix U . Es ist relativ einfach unter Ausnutzung der Unitaritätsbedingung der Form $\sum_{\alpha=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} = \delta_{ij}$ zu zeigen, dass aus der Unitarität von U zusammen mit Gleichung (2.2), also dem Drei-Flavor-Oszillationsszenario, folgt, dass

$$P_{\alpha e} + P_{\alpha \mu} + P_{\alpha \tau} = P_{e\alpha} + P_{\mu\alpha} + P_{\tau\alpha} = 1, \quad \alpha = e, \mu, \tau. \quad (2.3)$$

Dabei ist anzumerken, dass im Allgemeinen im Vakuum $P_{\alpha\beta} \neq P_{\beta\alpha}$ genau dann gilt, wenn intrinsische CP-Verletzung vorliegt; mehr dazu später im Kapitel 8. Ferner ist diese Gleichung unabhängig von Energie E und Baseline L erfüllt, obwohl jede der Übergangswahrscheinlichkeiten $P_{\alpha\beta}$ eine Funktion von L/E durch die oszillierende Exponentialfunktion in Gleichung (2.2) ist.

Nehmen wir nun an, dass sich die Flavor-Übergänge aus dem führenden Effekt der Drei-Flavor-Neutrinooszillationen und einem oder mehreren anderen, unterdrückten Effekten zusam-

mensetzen, dann ergeben sich die tatsächlichen Übergangswahrscheinlichkeiten $\tilde{P}_{\alpha\beta}$ aus denen der Drei-Flavor-Oszillationen $P_{\alpha\beta}$ und kleinen Störungen $\Delta P_{\alpha\beta}$ mit $|\Delta P_{\alpha\beta}| \ll 1$ (aber nicht notwendigerweise $|\Delta P_{\alpha\beta}| \ll P_{\alpha\beta}$)

$$\tilde{P}_{\alpha\beta} = P_{\alpha\beta} + \Delta P_{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta = e, \mu, \tau, \quad (2.4)$$

im Allgemeinen werden die Störungen also durch neun Funktionen beschrieben. Wir definieren im Folgenden den Fall $\Delta P_{\alpha\beta} \neq 0$ für mindestens ein (α, β, L, E) als „Unitaritätsverletzung im Rahmen von Drei-Flavor-Neutrinooszillationen“, da die Annahme der Hypothese exklusiver Drei-Flavor-Neutrinooszillationen in einer experimentellen Messung im Falle einer so definierten Unitaritätsverletzung zwangsläufig zu Korrekturen in den Elementen der Mischungsmatrix U oder den Massenquadratdifferenzen Δm_{ij}^2 führt. Ein Fit der Daten wird also zu leicht falschen Ergebnissen führen, wenn man die unitaritätsverletzenden Effekte nicht miteinbezieht. Aus Sicht der zukünftigen Long-Baseline-Experimente bietet es sich an, die unitaritätsverletzenden Kandidaten in zwei Kategorien zu klassifizieren:

1. $\Delta P_{\alpha\beta} < 0$ für ein oder mehrere (α, β, L, E) , also $\tilde{P}_{\alpha e} + \tilde{P}_{\alpha\mu} + \tilde{P}_{\alpha\tau} < 1$. Ein als ν_α produziertes Neutrino wird so nicht notwendigerweise wie vorausgesagt nachgewiesen werden, ein derartiger Effekt bedeutet also ein Defizit in der Summe der totalen Raten aller Flavors eines Experiments. Besonders die totale Rate der flavor-unabhängigen neutral-current-Reaktionen wäre ein guter Test für derartige Mechanismen, da die Genauigkeit der Messung dann (neben der Statistik) nur durch den Normierungsfehler der totalen Raten limitiert ist. Eine eindeutige Identifikation des wirkenden unitaritätsverletzenden Mechanismus dürfte jedoch dann immer noch schwierig sein, da ein Defizit in den totalen Raten zwar notwendig, aber nicht hinreichend für eine eindeutige Zuordnung ist. Beispiele für Kandidaten sind Neutrinozerfall in (für den Detektor) unsichtbare Teilchen, also zum Beispiel leichte sterile Neutrinos, oder Neutrinoabsorption in Materie.
2. $\Delta P_{\alpha\beta} \neq 0$ für mehrere (α, β, L, E) , aber $\tilde{P}_{\alpha e} + \tilde{P}_{\alpha\mu} + \tilde{P}_{\alpha\tau} = 1$ für mindestens ein α und alle (L, E) . Es gilt also $\Delta P_{\alpha e} + \Delta P_{\alpha\mu} + \Delta P_{\alpha\tau} = 0$. Ein ν_α produzierendes und die totalen Raten aller Flavors messendes Experiment, das Unitaritätsverletzung im Sinne von 1. aufspüren könnte, wird diese Effekte also nicht erkennen. Um einen derartigen Kandidaten für Unitaritätsverletzung nachweisen zu können, ist spektrale Information, also die L - oder E -Abhängigkeit der Raten, auch „Signatur“ genannt, erforderlich². Viele Effekte können jedoch dann für ein bestimmtes Experiment immer noch durch ein geschicktes Manipulieren der Oszillationsparameter kompensiert werden, mit anderen Worten, die unitaritätsverletzenden Größen sind in der jeweiligen Messung stark mit den Oszillationsparametern korreliert. Ein Nachweis des Kandidaten für Unitaritätsverletzung wird in diesem Fall also besonders schwierig. Mögliche Kandidaten sind Neutrinozerfall in aktive Flavors, Spin-Flavor-Präzessionen, Oszillationen mit sterilen Neutrinos ähnlicher Masse, FCNC („Flavor-Changing Neutral Currents“) und andere. Im Rahmen dieser Definition müsste man auch Neutrinooszillationen in Materie aufzählen, welche wir jedoch später in das Standard-Drei-Flavor-Oszillationsszenario inkorporieren werden.

²Alternativ wäre zum Beispiel auch eine Neutrinoquelle mit bekannter Flavor-Komposition aber unbekannter Normierung nützlich, wobei die Flavor-Komposition gemessen wird. Ein praktikabler Vorschlag wurde in [12] vorgestellt, in dem die nur von Oszillationen erwartete 1:1:1 Flavor-Zusammensetzung kosmischer Neutrinos von astrophysikalischen Quellen auf leicht sichtbare Modifikationen durch Neutrinozerfall getestet wird. Eine derartige Bestimmung ist zum Beispiel mit dem geplanten IceCube-Detektor möglich, der den Flavor der hochenergetischen Neutrinos gut bestimmen kann.

2.3 Beispiele unitaritätsverletzender Mechanismen

Wir werden jetzt einige unitaritätsverletzende Mechanismen diskutieren, wobei die Reihenfolge oder Auswahl keine Wertung darstellen soll. Zunächst werden wir am etwas ausführlicheren Beispiel Neutrinozerfall auch kurz auf die Konsequenzen für Long-Baseline-Beschleunigerexperimente eingehen, da dieses Beispiel beiden Kategorien des letzten Abschnitts angehören kann. Als weitere Beispiele werden sterile Neutrinos, sowie diverse andere folgen, die im Sinne der Kategorien des letzten Abschnitts klassifiziert werden können.

Neutrinozerfall

Vor einiger Zeit wurde Neutrinozerfall [13, 14] noch als alternative Erklärung zu Neutrinooszillationen diskutiert, besonders für atmosphärische [15–20] und solare [15, 21–26] Neutrinos. Heute weiß man jedoch, dass Neutrinooszillationen der führende Effekt für Flavor-Übergänge sind, so dass vor allem das Studium von Neutrinozerfall in Kombination mit Neutrinooszillationen interessant ist. Entsprechende Studien untersuchen zum Beispiel die sequenzielle Kombination von Neutrinozerfall und Neutrinooszillationen, wie zum Beispiel der „MSW-mediated solar neutrino decay“ [22, 27]. Am relevantesten erscheint uns jedoch hier die parallele Kombination von Neutrinozerfall und Neutrinooszillationen, also das gleichzeitige Auftreten von Oszillationen und Zerfall, wie es in [28–30] eingeführt wird. Der Neutrinozerfall würde in diesem Modell als kleine Störung mit Signaturen (spektralen Abhängigkeiten) auftreten, die etwa wie $\exp(-\alpha_i L/E)$ aussehen. Dabei ist $\alpha_i = m_i/\tau_{0,i}$ die Zerfallskonstante des Masseneigenzustandes $|\nu_i\rangle$, welcher eine Lebensdauer $\tau_{0,i}$ in seinem Ruhesystem hat, die Lorentz-Transformation geht also hier mit in die Signatur ein³.

Einige der heute favorisierten Zerfallsmodelle sind Majoron-Modelle. Sie werden häufig durch eine Lagrangedichte beschrieben, in der die Neutrinofelder an ein masseloses, leptonzahlbehaftetes Boson koppeln, also zum Beispiel das Majoronfeld [31–34]. Ein möglicher Wechselwirkungsanteil der Lagrangedichte ist

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \sum_i \sum_{\substack{j \\ i \neq j}} g_{ij} \overline{\nu_{j,L}^c} \nu_{i,L} J, \quad (2.5)$$

wobei die ν 's die Felder der Majorana-Neutrinos sind und J ein Majoronfeld ist. Eine derartige Wechselwirkung kann prinzipiell aktive mit aktiven (durch Triplett-Majoron-Modelle) oder aktive mit sterilen (durch Singlett-Majoron-Modelle) Neutrinos koppeln. Letzteres ist aufgrund der gemessenen Z^0 -Breite am LEP sehr viel wahrscheinlicher, ersteres kann aber auch durch kompliziertere Modelle bewerkstelligt werden, wie zum Beispiel Mischungen beider Typen.

Die Kombination von Neutrinozerfall und Neutrinooszillationen kann unabhängig vom jeweiligen Zerfallsmodell durch die Zerfallsraten α_{ij} für den Zerfall aktiver Neutrinos ν_i in aktive Neutrinos ν_j („sichtbarer Zerfall“) oder die Zerfallsraten α_i für den Zerfall aktiver Neutrinos ν_i in für den Detektor unsichtbare Teilchen („unsichtbarer Zerfall“) beschrieben werden [28]. Dabei ist zu beachten, dass nur Masseneigenzustände zerfallen können, da in diesem Falle, vereinfacht gesagt, die Masse als „gute“ Quantenzahl die Halbwertszeit bestimmt und aus kinematischen Gründen nur der Zerfall in leichtere Teilchen in Frage kommt. Im Sinne der Klassifizierung der

³Der Zerfallsfaktor im Laborsystem $\exp(-t/\tau_i)$ ergibt sich durch Zeitdilatation aus der Zerfallsdauer im Ruhesystem $\tau_i = \tau_{0,i}\gamma_i = \tau_{0,i} E_i/m_i$, so dass $\exp(-t/\tau_i) = \exp(-t/\tau_{0,i} m_i/E_i) \simeq \exp(-\alpha_i L/E)$ gilt.

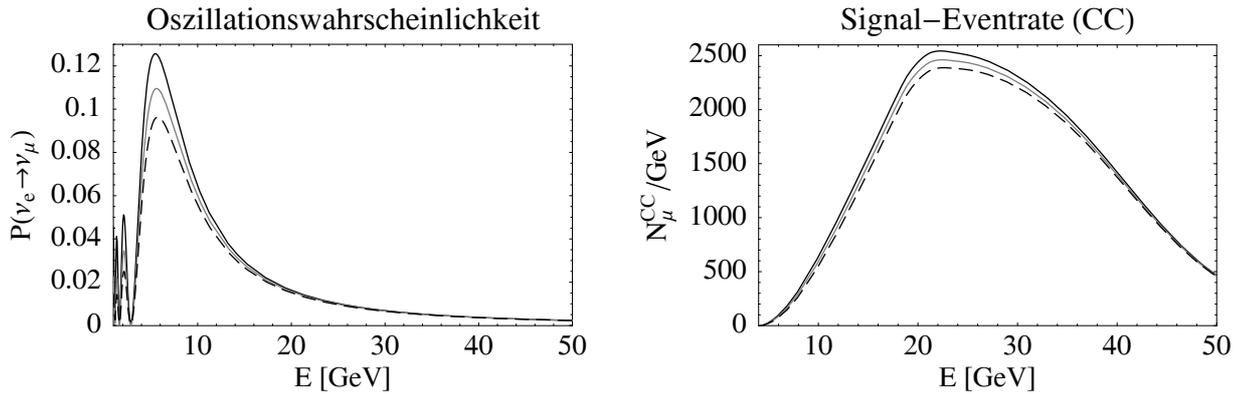


Abbildung 2.1: Die ν_μ -Appearance-Wahrscheinlichkeit $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ (linker Plot) und die entsprechenden charged-current Signal-Eventraten an einer großen Neutrinfabrik (rechter Plot) für die Zerfallsparameter $\alpha_3 = 0$ (schwarze Kurve), $\alpha_3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ GeV/km}$ (graue Kurve) und $\alpha_3 = 10^{-3} \text{ GeV/km}$ (gestrichelte Kurve) als Funktion der Energie E . Für die Oszillationsparameter wurden $\sin^2 2\theta_{23} = 1$, $\Delta m_{31}^2 = 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$, $\Delta m_{21}^2 = 7.0 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ (LMA), $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ (CHOOZ-Limit), $\delta_{\text{CP}} = 0$, eine normale Massenhierarchie und eine Baseline von $L = 3000 \text{ km}$ verwendet (zur Erklärung der Parameter siehe auch Kapitel 3). Die verwendete Neutrinfabrik entspricht der großen Neutrinfabrik NuFact-II, wie sie im Abschnitt 5.2 eingeführt wird. Das Zerfallsmodell lässt nur unsichtbaren Zerfall des schwersten Masseneigenzustandes ν_3 mit dem Zerfallsparameter α_3 zu.

unitaritätsverletzenden Mechanismen des letzten Abschnitts kann Neutrinozerfall in beiden dort eingeführten Typen auftreten, welche dem unsichtbaren oder sichtbaren Zerfall entsprechen:

1. Unsichtbarer Zerfall: Ein oder mehrere Masseneigenzustände zerfallen in für den Detektor unsichtbare Teilchen. In diesem Falle ist $\Delta P_{\alpha\beta} \leq 0$ für alle (α, β, L, E) und in den totalen Raten aller Flavors wird ein Defizit sichtbar sein.
2. Sichtbarer Zerfall: Ein oder mehrere aktive Masseneigenzustände zerfallen in für den Detektor sichtbare, aktive Neutrinos⁴. Für den Zerfall aktiver in aktive Neutrinos gilt $\tilde{P}_{\alpha e} + \tilde{P}_{\alpha\mu} + \tilde{P}_{\alpha\tau} = 1$, die Unitarität in den totalen Raten bleibt also erhalten. Dieser Fall wird also für kleine Zerfallsraten nur sehr schwer nachweisbar sein, da er nur über die spektrale Abhängigkeit zugänglich ist.

Wir haben im letzten Abschnitt gesehen, dass insgesamt neun Parameter $\Delta P_{\alpha\beta}$, $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$ die unitaritätsverletzenden Mechanismen im Sinne unserer Definition beschreiben können. Im Beispiel von sichtbarem Zerfall aktiver in aktive Neutrinos gibt es die drei Beschränkungen $\Delta P_{\alpha e} + \Delta P_{\alpha\mu} + \Delta P_{\alpha\tau} = 0$, es bleiben also die sechs Parameter α_{ij} , $i \neq j$ übrig. Da leichtere nicht in schwerere Neutrinos zerfallen können, wird diese Anzahl schließlich auf drei reduziert, also zum Beispiel für $m_1 < m_2 < m_3$ (normale Massenhierarchie) α_{31} , α_{32} und α_{21} .

⁴Alternativ kommt noch der Zerfall unsichtbarer Teilchen, wie zum Beispiel steriler Neutrinos aus dunkler Materie, in aktive Neutrinos in Frage. Auch das ist ein Fall von „sichtbarem“ Zerfall, der jedoch nicht in dieses Klassifikationsschema passt, da $\Delta P_{\alpha\beta} \geq 1$. Er wäre auch über die totalen Raten aller Flavors testbar, dürfte aber für Long-Baseline-Experimente im Vergleich zu dem hohen Neutrinofluss aus der künstlichen Quelle nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Beispiel

Um an dieser Stelle ein Beispiel für zukünftige Long-Baseline-Experimente präsentieren zu können, müssen wir etwas vorausgreifen, es kann jedoch an dieser Stelle auch übersprungen werden. Wir zeigen in Abbildung 2.1 die Konsequenzen unsichtbaren Zerfalls des schwersten Masseigenzustandes für den sogenannten $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ -Appearance-Kanal einer Neutrino-fabrik (mehr dazu im Abschnitt 3.4). Das Zerfallsmodell lässt nur den Zerfall des schwersten Masseigenzustandes ν_3 mit dem Zerfallsparameter α_3 zu, was besonders für sogenannte „hierarchische“ Massenspektren normaler Hierarchie mit $0 \lesssim m_1 \ll m_2 \ll m_3$ aufgrund der Zerfallskinetik sehr plausibel ist. Ein derartiger Zerfall könnte auch mit den totalen neutral-current-Raten überprüft werden, dieser Kanal wurde jedoch bisher noch nicht ausreichend studiert um ihn als Standard in Neutrino-fabriken miteinzuplanen. Abbildung 2.1 zeigt die ν_μ -Appearance Wahrscheinlichkeit $P_{e\mu}$ (linker Plot) und die entsprechenden charged-current Signal-Eventraten an einer großen Neutrino-fabrik (rechter Plot) für verschiedene Zerfallsparameter und die Oszillationsparameter in der Figurunterschrift als Funktion der Energie E . Die verwendete Neutrino-fabrik entspricht einer großen Neutrino-fabrik NuFact-II mit einer Baseline $L = 3\,000$ km, wie sie später im Abschnitt 5.2 eingeführt wird, also einem typischen Repräsentanten der zukünftigen Long-Baseline-Experimente. Charakteristisch für den unsichtbaren Zerfall ist das Defizit in der Wahrscheinlichkeit bei kleinen Energien (linker Plot), da die Signatur $\propto \exp(-\alpha L/E)$ ist. Dieser Effekt wird kompensiert vom Spektrum der Neutrino-fabrik, das vor allem sehr viele Events bei hohen Energien enthält. Daher ergibt sich im rechten Plot ein kontinuierliches Defizit an Events im mittleren Energiebereich. Besonders schwierig ist es, dieses Defizit von einem kleineren Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ zu unterscheiden, da auch dieser die Raten des Appearance-Kanals unterdrücken würde: α_3 und $\sin^2 2\theta_{13}$ sind also hier stark korreliert. Eine Variation von $\sin^2 2\theta_{13}$ zeigt jedoch, dass die Raten gleichmäßiger unterdrückt werden, also auch bei höheren Energien. Diese Signatur ist also entscheidend für diesen Effekt. Ohne Korrelationen und nur unter Verwendung des Appearance-Kanals ergibt sich ein Sensitivitätslimit (der minimale Wert von α_3 , den man von der Nullhypothese $\alpha_3 = 0$ unterscheiden kann) von $\alpha_3 = 1.6 \cdot 10^{-4}$ GeV/km (3σ) für das gezeigte Beispiel. Trotz wesentlich höherer Event-Rate könnte auch der Disappearance-Kanal $\nu_e \rightarrow \nu_e$ mit dieser Sensitivität nicht konkurrieren solange $\sin^2 2\theta_{13}$ groß genug ist, da sein Spektrum bei hohen Energien ein Maximum hat. Für diesen Kanal findet man (ohne Korrelationen) ein Sensitivitätslimit von $\alpha_3 = 5.4 \cdot 10^{-4}$ GeV/km.

Sterile Neutrinos

Vor allem motiviert durch das LSND-Experiment [35, 36] wurden Neutrinooszillationen mit drei aktiven Flavours und einem leichten sterilen, also nicht schwach wechselwirkenden Flavor betrachtet, da diese eine zusätzliche, größere Massenquadratdifferenz erklären könnten. Bereits nach dem SNO-Experiment, speziell der neutral-current-Messung [37], wurden sterile Neutrinooszillationen mit einem zusätzlichen sterilen Neutrino als Erklärung des LSND-Experimentes verworfen (siehe [38] und Referenzen darin). Das MiniBOONE-Experiment [39] wird schließlich in den nächsten Jahren zeigen, ob die LSND-Messung tatsächlich richtig durchgeführt wurde, wobei in diesem Falle andere, alternative Erklärungen notwendig wären. Im Allgemeinen ist jedoch die Beimischung steriler Neutrinos jeglicher Masse immer noch möglich, so dass die Unitarität im Rahmen von Drei-Flavor-Neutrinooszillationen verletzt würde (siehe zum Beispiel [40]). Sterile Neutrinooszillationen haben generell die Signatur von Oszillationen mit Phasen $\propto \Delta m_{ij}^2 L/(2E)$, wobei die Δm_{ij}^2 's den zusätzlichen Massenquadratdifferenzen mit dem

sterilen Eigenzustand entsprechen. Wir können auch hier wieder die Klassifikation im Sinne des letzten Abschnitts durchführen:

1. Im Falle der Erklärung des LSND-Experimentes durch sterile Neutrinooszillationen ist die Signatur durch eine relativ große Massenquadratdifferenz $\Delta m_{ij}^2 = \Delta M^2$ bestimmt, die in den oszillierenden Termen (abhängig von Baseline und Energie) häufig zu einer Mittelung mit einem Faktor $1/2$ führt – die Neutrinos leben im Mittel einen Teil der Zeit als sterile Neutrinos, weil der Detektor die Oszillation nicht auflösen kann oder die Quelle sie verschmiert. Es ist also in diesem Fall ein Defizit in den Raten beobachtbar, was $\Delta P_{\alpha\beta} < 0$ entspricht. Deswegen konnte das SNO-Experiment eine große Beimischung der sterilen Neutrinos sehr leicht durch das Messen der totalen neutral-current-Raten ausschließen [37].
2. Für eine Neutrinomasse des sterilen Neutrinos $m_4 \sim m_1, m_2, m_3$ im Bereich der aktiven Neutrinomassen wären Neutrinooszillationen vielfach beobachtbar. Abhängig von Energie und Baseline würden dann aktive Neutrinos in sterile oszillieren und zurück. Ein derartiger Effekt impliziert generell $\Delta P_{\alpha e} + \Delta P_{\alpha\mu} + \Delta P_{\alpha\tau} \leq 0$. In Spezialfällen für (L, E) gilt auch $\Delta P_{\alpha e} + \Delta P_{\alpha\mu} + \Delta P_{\alpha\tau} = 0$, so dass der Effekt nur durch die spektrale Abhängigkeit zweifelsfrei identifiziert werden kann.

Andere Mechanismen, die zu einem Defizit in den totalen Raten führen

In diesem Abschnitt werden wir noch kurz zwei weitere Beispiele für Mechanismen der ersten Kategorie kennen lernen, welche also notwendigerweise zu einem Defizit in den totalen Raten aller Flavours führen.

Neutrinoabsorption in Materie (siehe zum Beispiel [41]) ist ein klassischer Kandidat der ersten Kategorie, da offensichtlich absorbierte Neutrinos ein Defizit in den totalen Raten aller Flavours bewirken. Sie wird durch eine Signatur $\exp(-L/\Lambda^M(E))$ mit dem energieabhängigen Absorptionskoeffizienten in Materie $\Lambda^M(E)$ bestimmt, welcher jedoch nur für sehr große Energien (TeV-Bereich) genügend verschieden von Null ist. Daher wird dieser Mechanismus für beschleunigerbasierte Long-Baseline-Experimente nicht zugänglich sein, möglicherweise aber für hochenergetische astrophysikalische Neutrinoexperimente.

Ein weiteres Beispiel sind schwere Isosinglett-Neutrinos [42, 43]. Damit sind Neutrinos gemeint, die zwar mit den aktiven Neutrino mischen, aber im Gegensatz zu den leichten sterilen Neutrinos zu schwer sind, um zusammen mit den drei leichten aktiven Flavours in Neutrinooszillationen präsent zu sein. Für den Zustand $|\nu_\alpha\rangle$ ergibt sich dann die Mischung

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle + \sum_{i=4}^{3+m} U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (2.6)$$

für n leichte und $m \geq 1$ schwere Neutrinos. Da bei Drei-Flavor-Neutrinooszillationen nur der erste Teil berücksichtigt und fälschlicherweise für eine unitäre Mischungsmatrix gehalten wird, führt dies zu Inkonsistenzen in der Unitarität. Man kann sich überlegen, dass die tatsächlichen Übergangswahrscheinlichkeiten $\tilde{P}_{\alpha\beta}$ kleiner als die im Drei-Flavor-Szenario $P_{\alpha\beta}$ wären, da die schweren Neutrinos aufgrund der für sie zu niedrigen Energie nicht produziert werden könnten, es ist also $\Delta P_{\alpha\beta} \leq 0$. Eine L/E -abhängige Signatur gibt es in diesem Falle allerdings nicht, da die Modifikation in den Mischungsmatrixelementen selbst auftritt und zu konstanten Unterdrückungen führt.

Andere Mechanismen, die nur über ihre spektrale Abhängigkeit eindeutig nachweisbar sind

Für die Beispiele in diesem Abschnitt muss im Allgemeinen deren Signatur erfasst werden, da sie in der Regel nicht zu reduzierten totalen Raten aller Flavours führen. Ihre Signaturen sind zudem häufig modellabhängig und nicht eindeutig zuzuordnen, so dass eine eindeutige Identifizierung im Einzelfall äußerst schwierig sein dürfte, wenn nicht sogar außerhalb der Machbarkeit der nächsten Dekaden. Im Regelfall können jedoch zumindest unter der Annahme, dass zu jeder Zeit nur einer der unitaritätsverletzenden Mechanismen wirkt, die charakterisierenden Parameter in zukünftigen Long-Baseline-Experimenten beschränkt werden. In den im Folgenden angegebenen Studien wird von dieser Annahme Gebrauch gemacht.

Ein erstes Beispiel für derartige Mechanismen sind Spin-Flavor-Präzessionen, deren Grundlage die Präzession von Spins in starken Magnetfeldern ist. Voraussetzung sind also sowohl starke Magnetfelder als auch ausreichend große magnetische Momente der Neutrinos. Wie oben angedeutet, wurden sie als alternative Erklärung von (solaren) Neutrinooszillationen durch das KamLAND-Ergebnis ausgeschlossen. Trotzdem bleibt die Möglichkeit kleiner Beimischungen zu Neutrinooszillationen. Für eine detailliertere Diskussion inklusive KamLAND-Ergebnis siehe [44].

Ein anderer Mechanismus sind „Flavor-Changing Neutral Currents“ (FCNC; siehe zum Beispiel [45–47]) und „Non-Standard Interactions“ (NSI; siehe zum Beispiel [48, 49]), die entweder „flavor-changing“ (FC) oder „non-universal“ (NU) sein können. In [49] wird gezeigt, dass eine spezielle Kombination der flavor-changing NSI an einer Neutrinofabrik sogar das gleiche Signal wie Oszillationen durch $\sin^2 2\theta_{13}$ produzieren kann. Eine Identifizierung dürfte also besonders schwer werden.

Als Fazit dieses Kapitels gibt es drei Dinge, die in der zukünftigen Long-Baseline-Neutrinoophysik wünschenswert wären:

- Zunächst einmal sollte die Oszillationssignatur (L/E -Abhängigkeit für Neutrinooszillationen) eindeutig nachgewiesen werden, um endgültig (kohärente) Neutrinooszillationen zweifelsfrei als führenden Effekt zu etablieren.
- Als nächster Schritt bieten sich totale Raten-Tests an, wie zum Beispiel über neutral-current-Raten an Neutrinofabriken. Ein Defizit in den Raten wäre ein eindeutiger Hinweis auf Unitaritätsverletzung im Sinne der Definition dieses Kapitels, wobei eine Identifikation des wirkenden unitaritätsverletzenden Mechanismus trotzdem schwierig wäre und nur über die spektrale Abhängigkeit erfolgen könnte.
- Sollte man keine Unitaritätsverletzung finden, wäre es ein nächster Schritt im Rahmen zukünftiger Hochpräzisions-Neutrinoophysik die Oszillationssignaturen genau zu vermessen um unterdrückte unitaritätsverletzende Effekte nachweisen und von Oszillationseffekten unterscheiden zu können. Dabei ist vor allem auch die Kombination verschiedener Experimenttypen erstrebenswert, da auf diese Weise komplementäre Informationen zusammengefügt werden könnten.

Da vor allem der zweite und dritte Schritt noch jenseits der momentanen Präzision vorgeschlagener Experimente liegen, werden wir uns im nächsten Kapitel auf den führenden Effekt der Neutrinooszillationen spezialisieren.

Kapitel 3

Einführung in Neutrinooszillationen

Obwohl bisher unklar ist, ob Neutrinooszillationen die vollständige Beschreibung für Flavor-Übergänge sind oder ob noch andere, unterdrückte Effekte beitragen, wissen wir heute, dass Neutrinooszillationen der führende Mechanismus sind. Wir werden uns daher in den folgenden Kapiteln auf diesen Effekt spezialisieren und in diesem Kapitel die entsprechenden Grundlagen einführen. Dabei ist zunächst eine Klassifizierung der Oszillationsparameter notwendig um eine weitere Unterteilung dieses doch relativ umfangreichen Bereichs zu ermöglichen. Ferner werden wir die Rolle der Long-Baseline-Experimente in Zusammenhang mit den Neutrinooszillationen kennen lernen und auf Komplikationen hinweisen, die intrinsisch aus den Oszillationswahrscheinlichkeiten kommen.

3.1 Allgemeine Oszillationsformel im Vakuum

Bereits im letzten Kapitel haben wir die allgemeine Oszillationsformel im Vakuum in Gleichung (2.2) angeschrieben. Diese Formel kann man in mehreren Schritten, welche zum Beispiel im Anhang von [28] beschrieben sind, vereinfachen zu

$$P_{\alpha\beta} = \underbrace{\delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{\substack{i=1 \\ i>j}}^3 \sum_{j=1}^3 \operatorname{Re} J_{ij}^{\alpha\beta} \sin^2 \Delta_{ij}}_{\text{CP-erhaltend}} - 2 \underbrace{\sum_{\substack{i=1 \\ i>j}}^3 \sum_{j=1}^3 \operatorname{Im} J_{ij}^{\alpha\beta} \sin 2\Delta_{ij}}_{\text{CP-verletzend}} \quad (3.1)$$

mit

$$J_{ij}^{\alpha\beta} \equiv U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j}, \quad \Delta_{ij} \equiv \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \equiv \frac{(m_i^2 - m_j^2) L}{4E}. \quad (3.2)$$

Da im Vakuum unter der Annahme von CPT-Invarianz intrinsische CP- und T-Verletzung gleichbedeutend sind, ist es leicht einzusehen, dass $P_{\alpha\beta} \neq P_{\beta\alpha}$ (T-Verletzung) gleichbedeutend mit intrinsischer CP-Verletzung ist. Aus Gleichung (3.2) folgt unmittelbar, dass $\operatorname{Re} J_{ij}^{\alpha\beta} = \operatorname{Re} J_{ij}^{\beta\alpha}$ und $\operatorname{Im} J_{ij}^{\alpha\beta} = -\operatorname{Im} J_{ij}^{\beta\alpha}$ ist, woher auch die Klassifikation in CP-erhaltende und CP-verletzende Terme in Gleichung (3.1) kommt.

Für die leptonische Mischungsmatrix U , auch MNS-Matrix genannt, verwenden wir die

Parameter	Oszillation	Wert/Fehler	Experiment	Referenzen
Δm_{31}^2	Atmosphärisch	$\pm 3_{-2}^{+3} \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$	Super-Kamiokande	[50, 51]
$\sin^2 2\theta_{23}$	Atmosphärisch	$1_{-0.2}^{+0}$	Super-Kamiokande	[50, 51]
Δm_{21}^2	Solar-I	$+ 6.9_{-2.9}^{+23.1} \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$	Solare+KamLAND	[52]
Δm_{21}^2	Solar-II	$+ 1.4_{-1.0}^{+1.6} \cdot 10^{-4} \text{ eV}^2$	Solare+KamLAND	[52]
$\sin^2 2\theta_{12}$	Solar-I+II	$0.86_{-0.16}^{+0.13}$	Solare+KamLAND	[52]
$\sin^2 2\theta_{13}$	Reaktor	$\lesssim 0.1$	CHOOZ	[53, 54]
δ_{CP}	-	$\in [0, 2\pi[$	Long-Baseline?	-

Tabelle 3.1: Das aktuelle Wissen über die Oszillationsparameter, die Klassifizierung der Oszillation nach Abschnitt 3.3 und deren aktuelle Best-Fit-Werte inklusive Fehler mit 3σ -Konfidenzlevel (Stand: 01.01.2003), mit der Einschränkung dass neuere globale Fits auf den genaueren Wert $\Delta m_{31}^2 \simeq 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ hindeuten. Zusätzlich sind die wichtigsten Experimente für deren Bestimmung angegeben, sowie die Referenz für die angegebenen Werte. Für die solaren Parameter gibt es momentan zwei erlaubte Lösungen, hier Solar-I und Solar-II genannt (oft auch LMA-I und LMA-II). Wir zeigen hier die Ergebnisse für die solaren Parameter aus [52] auf dem 3σ -Konfidenzlevel, wobei auf diesem Konfidenzlevel die beiden solaren Regionen in der angegebenen Analyse zusammenhängen.

Standardparameterisierung aus [1]

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

wobei $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ und $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$ sind¹. Aus der allgemeinen Oszillationsformel in Gleichung (3.1) zusammen mit der Parameterisierung der Mischungsmatrix in Gleichung (3.3) ergeben sich insgesamt sechs unabhängige Oszillationsparameter: drei Winkel, eine Phase und nur zwei Massenquadratdifferenzen, da diese durch $\Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{13}^2 = 0$ voneinander abhängig sind. Wir werden später häufig die Darstellung Δm_{31}^2 , Δm_{21}^2 , $\sin^2 2\theta_{12}$, $\sin^2 2\theta_{23}$, $\sin^2 2\theta_{13}$ und δ_{CP} verwenden. Da $\text{Im } J_{ij}^{\alpha\beta} \neq 0$ in Gleichung (3.2) nur dann gelten kann, wenn $\delta \notin \{0, \pi\}$ ist, wie man mit Hilfe von Gleichung (3.3) leicht sieht, wird $\delta \notin \{0, \pi\}$ ebenfalls oft mit intrinsischer CP-Verletzung gleichgesetzt. In Tabelle 3.1 haben wir das aktuelle Wissen über die Oszillationsparameter zusammengefasst, wobei bereits die Klassifizierung aus den nächsten Abschnitten enthalten ist.

3.2 Erkenntnisse über Massenhierarchie und Mischung

Aus verschiedenen Experimenten, die wir später näher kennen lernen werden, gibt es zwei grundlegende Erkenntnisse bezüglich Massenhierarchie und Mischung, welche eine starke Vereinfachung des allgemeinen Oszillationsproblems erlauben:

Massenhierarchie

Wir wissen heute, dass $|\Delta m_{21}^2| \ll |\Delta m_{31}^2| \simeq |\Delta m_{32}^2|$, was bedeutet, dass zwei Massenquadratdifferenzen auf unterschiedlichen Skalen wirken. Damit wird Gleichung (3.1) für $\delta_{\text{CP}} = 0$

¹Im Allgemeinen können in U auch noch zwei Majorana-Phasen vorkommen, welche jedoch für Neutrinooszillationen irrelevant sind.

zu²

$$P_{\alpha\beta} \simeq \delta_{\alpha\beta} - \underbrace{4(J_{31}^{\alpha\beta} + J_{32}^{\alpha\beta}) \sin^2 \Delta_{31}}_{\text{Atmosphärische Oszillationen}} - \underbrace{4J_{21}^{\alpha\beta} \sin^2 \Delta_{21}}_{\text{Solare Oszillationen}}. \quad (3.4)$$

Aufgrund der Massenhierarchie ergibt sich je nach Wahl von L/E eine Selektion des zweiten oder dritten Terms. Zum Beispiel wird das erste Oszillationsmaximum $\Delta \equiv \Delta m^2 L / (4E) \simeq \pi/2$ jeweils durch $L/E \simeq 2\pi/\Delta m^2$ selektiert, wobei man hier für die Massenquadratdifferenzen $\Delta m^2 = \Delta m_{21}^2$ oder $\Delta m^2 = \Delta m_{31}^2$ einsetzen kann. Wir können somit folgende Fälle unterscheiden:

$\Delta_{21} \ll \Delta_{31} \sim 1$. Der Sinusterm im dritten Term hat noch nicht zu oszillieren begonnen und ist ungefähr Null. Nur der zweite Term trägt zu den Neutrinooszillation bei. Wir sprechen dann von **atmosphärischen** Neutrinooszillationen, weil diese Oszillationen ursprünglich von atmosphärischen Neutrinooszillations-Experimenten nachgewiesen wurden und L/E den typischen dabei auftretenden Baselines und Energien der Neutrinos entspricht.

$\Delta_{21} \sim 1 \ll \Delta_{31}$. Der Sinusterm im zweiten Term oszilliert so schnell, dass dessen Oszillation im Regelfall aufgrund der Ausdehnung von Quelle und Detektor und der Energieverteilung der Quelle oder der Energieverschmierung des Detektors gemittelt und nicht auflösbar wird. Der \sin^2 -Term mittelt sich dann zu einem Faktor 1/2 und nur die Oszillation im dritten Term ist sichtbar. Wir sprechen von **solaren** Neutrinooszillationen, weil die L/E den typischen Baselines und Energien der Neutrinos in der Sonne entsprechen, in der, wie man heute weiß, die entscheidenden Oszillationseffekte stattfinden (mehr dazu im Abschnitt 5.1).

Mischung

Durch das CHOOZ-Experiment [53, 54] und andere Neutrinooszillations-Experimente wissen wir heute, dass der Mischungswinkel θ_{13} klein ist ($\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 0.1$) und die beiden anderen groß ($\sin^2 2\theta_{23} \sim \sin^2 2\theta_{12} \sim \mathcal{O}(1)$). Die Konsequenzen dieser Erkenntnisse lassen sich leichter erläutern, indem wir Gleichung (3.3) als Produkt dreier 2×2 -Mischungsmatrizen darstellen:

$$U = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}}_{\text{Atmosphärische Mischung}} \underbrace{\begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}}_{\text{Reaktor-Mischung}} \underbrace{\begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Solare Mischung}}. \quad (3.5)$$

Auch in diesem Fall lassen sich den entsprechenden Matrizen Experimente zuordnen, welche zu der Bestimmung der darin vorkommenden Parameter beigetragen haben – wir werden später darauf zurückkommen. Aus dem kleinen Mischungswinkel θ_{13} und Gleichung (3.5) folgt unmittelbar, dass in der Näherung $\theta_{13} \simeq 0$ die mittlere Mischungsmatrix zur Einheitsmatrix wird, und

$$U \simeq \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12}c_{23} & c_{12}c_{23} & s_{23} \\ s_{12}s_{23} & -s_{23}c_{12} & c_{23} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

folgt. Da δ_{CP} nur in Kombination mit s_{13} auftritt und dadurch unterdrückt wird, ist in dieser Näherung auch $\text{Im } J_{ij}^{\alpha\beta} = 0$ und die CP-verletzenden Terme verschwinden. Als Konsequenz

²Für $\delta_{\text{CP}} \notin \{0, \pi\}$ lässt sich dieser Mechanismus auch leicht auf den CP-verletzenden Term erweitern. Hier geht es jedoch nur darum, das Prinzip zu erklären.

dieser Näherung ergibt sich, wie wir gleich sehen werden, eine Vereinfachung der Drei-Flavor-Oszillationsformel zu zwei führenden Zwei-Flavor-Oszillationsformeln, jede beschrieben durch eine Massenquadratdifferenz und einen Winkel. Sie ergeben die führenden atmosphärischen und solaren Neutrinooszillationen.

3.3 Klassifizierung der Oszillationsparameter

In diesem Abschnitt werden wir das momentane Wissen um Massenhierarchie und Mischung verwenden, um ähnlich zu [55] eine Klassifizierung der Oszillationsparameter einzuführen, die sich vor allem im Kontext mit Long-Baseline-Experimenten als nützlich erweisen wird. Insbesondere unterscheiden wir folgende Parameter:

Führende atmosphärische Parameter

Unter Verwendung von Gleichung (3.2) in Gleichung (3.6) lässt es sich zeigen, dass die Bildung der Summe $J_{31}^{\alpha\beta} + J_{32}^{\alpha\beta}$ in Gleichung (3.4) gleichbedeutend ist mit $s_{12} = 0$, das heißt die solare Mischung lässt sich wegstreichen. Die Mischungsmatrix U kann dann in führender Ordnung $\sin^2 2\theta_{13} \rightarrow 0$ durch den ersten Faktor in Gleichung (3.5) beschrieben werden, es ergibt sich also eine Mischung der ν_μ und ν_τ und somit Neutrinooszillationen zwischen diesen beiden Flavors. In der Atmosphäre durch Myon-Zerfälle produzierte ν_μ (oder $\bar{\nu}_\mu$) führen somit Zwei-Flavor-Neutrinooszillationen auf dem Weg zum Detektor aus. Für die Oszillationsformeln ergibt sich nach kurzer Rechnung aus Gleichung (3.4)

$$\begin{aligned} P_{\mu\mu} &\simeq 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}, \\ P_{\mu\tau} &\simeq \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Daher werden wir zukünftig von $\Delta m_{31}^2 \simeq \Delta m_{\text{atm}}^2$ und $\sin^2 2\theta_{23} \simeq \sin^2 2\theta_{\text{atm}}$ als führenden atmosphärischen Oszillationsparametern sprechen³.

Führende solare Parameter

Da die erste Zeile in Gleichung (3.6) nur von θ_{12} abhängt und die atmosphärischen Terme mit $U_{13} \rightarrow 0$ zum Verschwinden gezwungen werden, ergibt sich aus Gleichung (3.4) zusammen mit Gleichung (3.6) im Limes $\sin^2 2\theta_{13} \rightarrow 0$ für P_{ee}

$$P_{ee} \simeq 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}. \quad (3.8)$$

Dabei ist zu beachten, dass diese Neutrinooszillationen zwischen ν_e und sowohl ν_μ als auch ν_τ gleichzeitig stattfinden, weshalb $P_{e\mu}$ und $P_{e\tau} \neq \sin^2 2\theta_{12} \sin^2(\Delta m_{21}^2 L/(4E))$ sind, wie man leicht durch die Mischterme in der zweiten und dritten Zeile in Gleichung (3.6) sehen kann. Wir

³In vielen atmosphärischen Neutrinoexperimenten wird Gleichung (3.7) zum Fit der Daten verwendet mit der Massenquadratdifferenz Δm_{atm}^2 und dem Winkel θ_{atm} . Da dies jedoch nur die Zwei-Flavor-Näherung des Drei-Flavor Formalismus ist, sind diese Parameter nur in führender Ordnung gleich den tatsächlichen Δm_{31}^2 und θ_{23} . Daher sprechen wir bei den Gleichungen $\Delta m_{31}^2 \simeq \Delta m_{\text{atm}}^2$ und $\theta_{23} \simeq \theta_{\text{atm}}$ von Näherungen.

bezeichnen die Parameter Δm_{21}^2 und $\sin^2 2\theta_{12}$ dieser Zwei-Flavor-Oszillation als führende solare Oszillationsparameter, welche deswegen oft auch Δm_{\odot}^2 und $\sin^2 2\theta_{\odot}$ genannt werden. Diese Bezeichnung hat, aus Sicht dieser Vakuum-Oszillationsformel, vor allem historische Gründe: Im Rahmen der sogenannten VAC-Lösung versuchte man unter anderem das Fehlen solarer Neutrinos mit Gleichung (3.8) durch Neutrinooszillationen auf dem Weg von der Sonnenoberfläche zur Erde zu beschreiben. Heute weiß man, dass Materieeffekte in der Sonne dafür verantwortlich sind, die dafür relevanten Oszillationsparameter sind jedoch auch die solaren Parameter.

Die Kopplung $\sin^2 2\theta_{13}$ als „unterdrückter“ Parameter

Der kleine Parameter $\sin^2 2\theta_{13}$ koppelt zwischen den führenden atmosphärischen und solaren Neutrinooszillationen, er hebt also die Aufspaltung in die beiden Zwei-Flavor-Probleme und die damit verbundene Vereinfachung der Mischungsmatrix in Gleichung (3.5) auf. In Analogie zu zwei durch eine Feder gekoppelten Pendeln, welche die Zwei-Flavor-Oszillationen repräsentieren, ist leicht einzusehen, dass folgende Bedingungen relevant für die Beobachtbarkeit von Drei-Flavor-Effekten sind, die durch die kleine Kopplung $\sin^2 2\theta_{13}$ unterdrückt werden:

- Die Kopplung $\sin^2 2\theta_{13}$ darf nicht zu klein sein, da sonst eine Oszillation die Effekte der anderen Oszillation nicht spüren kann. Diese Tatsache ist insofern problematisch für Neutrinoexperimente, da wir nur wissen, dass $\sin^2 2\theta_{13}$ klein ist, aber keine untere Schranke angeben können. Es gibt also keine Garantie dafür, überhaupt Drei-Flavor-Effekte beobachten zu können.
- Die Eigenfrequenzen der Pendel dürfen nicht zu stark unterschiedlich für eine gegenseitige Beeinflussung der Oszillationen sein, da sonst die Anregung einer Oszillation durch die andere wegen der zu weit von ihrer Resonanzfrequenz entfernten Frequenz unterdrückt wird. Die Frequenzen der Neutrinooszillationen werden durch die Massenquadratdifferenzen bestimmt, welche momentan immer noch in ihren durch die Messungen erlaubten Bereichen so stark variieren können, dass sowohl starke als auch schwache oszillatorische Kopplungseffekte möglich sind. Die Massenhierarchie, beschrieben durch den Hierarchieparameter $\alpha \equiv \Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2$ mit $|\alpha| \ll 1$, kann also für $\alpha \rightarrow 0$ Drei-Flavor-Effekte mit oszillatorischem Verhalten unterdrücken.

In dieser Arbeit werden wir in Anlehnung an Gleichung (3.5) unter „Drei-Flavor-Effekten“ alle Effekte verstehen, die durch die Kopplung $\sin^2 2\theta_{13}$ unterdrückt werden, also auch $\sin^2 2\theta_{13}$ selbst⁴. Dabei sind zum Beispiel zur Beobachtung von $\sin^2 2\theta_{13}$ nicht notwendigerweise oszillatorische Drei-Flavor-Effekte notwendig: auch bei sehr stark verschiedenen Massenquadratdifferenzen kann die Kopplung selbst nachgewiesen werden, da eine große Kopplung, in Analogie mit den gekoppelten Pendeln, in so einem Fall zu einer konstanten Verschiebung aus der Ruhelage führen würde. Drei-Flavor-Effekte unter gegenseitiger Beeinflussung der Oszillationen sind, wie wir sehen werden, jedoch nur für nicht zu verschiedene Massenquadratdifferenzen zugänglich – dazu gehören vor allem die CP-Effekte.

Da der Parameter θ_{13} erstmals in Reaktorexperimenten stark beschränkt wurde, also $\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 0.1$, wird er auch oft θ_{Reaktor} genannt. Dabei hat man ausgenutzt, dass für $\Delta_{21} \ll 1$ die Oszillationswahrscheinlichkeit P_{ee} (oder $P_{\bar{e}\bar{e}}$ für im Reaktor produzierte Antineutrinos) im

⁴In vielen Arbeiten werden nur oszillatorische Effekte, die durch die Kopplung und die Massenhierarchie gleichzeitig unterdrückt sind, als „Drei-Flavor-Effekte“ definiert.

Zwei-Flavor-Modell gegen eins geht (vgl. Gleichung (3.8)). Wir werden später in Abschnitt 6.1 zeigen, dass jede Abweichung davon ein direktes Maß für die Größe von $\sin^2 2\theta_{13}$ ist. Den Parameter $\sin^2 2\theta_{13}$ werden wir auch häufig als unterdrückten Parameter bezeichnen, da er im Vergleich zu den führenden Zwei-Flavor-Oszillationen durch seine Kleinheit nur sehr schwierig zugänglich ist.

„Doppelt-unterdrückte“ CP-Effekte

In der allgemeinen Mischungsmatrix Gleichung (3.5) kommt $\delta \equiv \delta_{\text{CP}}$ nur als Produkt mit $s_{13} \equiv \sin \theta_{13}$ vor und wird daher durch θ_{13} unterdrückt. Zusätzlich lässt sich mit Hilfe der Jarlskog-Invariante J_{CP} (siehe zum Beispiel [56]) zeigen, dass CP-Effekte auch durch die Massenhierarchie unterdrückt werden, also Drei-Flavor-Effekte sind, die ohne gegenseitige Beeinflussung der Oszillationen nicht beobachtbar wären. Die Rolle der Oszillationen kann man qualitativ auch anhand von Gleichung (3.1) in den CP-verletzenden Termen erkennen: Da diese proportional zu $\sin 2\Delta_{ij}$ sind, würden sie, im Gegensatz zu den CP-erhaltenden Termen, für zeitlich, räumlich oder energetisch nicht auflösbare Oszillationen zu Null gemittelt. Um also CP-Effekte messen zu können, müssen die entsprechenden Neutrinooszillationen aufgelöst werden.

Da CP-Effekte neben dem kleinen Parameter $\sin 2\theta_{13}$ durch die Massenhierarchie unterdrückt werden, werden sie auch oft „doppelt-unterdrückte“ Effekte genannt (im Sinne von „durch zwei verschiedene Parameter unterdrückt“). Weil heutige Experimente noch nicht präzise genug sind, um die Größe von $\sin^2 2\theta_{13}$ zu bestimmen oder weiter beschränken zu können, und damit auch keine Aussage über δ_{CP} treffen können, wird die Rolle der Erforschung von δ_{CP} eines der interessantesten Felder zukünftiger Long-Baseline-Experimente sein. Theoretisch sind alle Werte von δ_{CP} gleichberechtigt, das heißt es gibt im Vergleich zum Quark-Sektor, in dem eine große CP-Verletzung unplausibel ist, keinen Grund nicht von großer CP-Verletzung ausgehen zu können oder müssen.

Das Vorzeichen von Δm_{31}^2 als doppelt-unterdrückter Parameter?

Die letzte entscheidende Frage betrifft die Massenhierarchie, also die Anordnung der Neutrinomassen. Diese wird vollständig durch $|\Delta m_{31}^2|$, $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$, $|\Delta m_{21}^2|$ und $\text{sgn}(\Delta m_{21}^2)$ beschrieben, es gibt also noch zwei zusätzliche Oszillationsparameter neben den Absolutbeträgen der Massenquadratdifferenzen, nämlich deren Vorzeichen. Das Vorzeichen von Δm_{21}^2 ist dabei indirekt durch die Materieeffekte in der Sonne als positiv festgelegt worden, der verbleibende Parameter ist also das Vorzeichen von Δm_{31}^2 . In Gleichung (3.1) ist relativ einfach zu sehen, dass im Vakuum nur der CP-verletzende Anteil sensitiv auf das Vorzeichen von Δm_{31}^2 ist. Das Vorzeichen ist im Vakuum also ebenfalls ein durch $\sin^2 2\theta_{13}$ und die Massenhierarchie unterdrückter Parameter, ein damit doppelt-unterdrückter Parameter, der noch dazu stark mit δ_{CP} korreliert und daher im Vakuum praktisch nicht messbar ist. Wir werden später sehen, dass Materieeffekte bei Long-Baseline-Experimenten vorzeichensensitiv sind und die Messung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 , wenn auch mit Schwierigkeiten behaftet, möglich machen können.

Am Ende dieses Abschnitts sei noch einmal auf Tabelle 3.1 verwiesen, welche das aktuelle Wissen über die Oszillationsparameter unter Berücksichtigung der in diesem Abschnitt eingeführten Klassifizierung zusammenfasst.

3.4 Neutrinooszillationen und beschleunigerbasierte Long-Baseline-Experimente

Wir werden sehen, dass zukünftige Long-Baseline-Experimente mit Beschleunigern als Neutrinoquellen eine der interessantesten Alternativen sind, um Drei-Flavor-Oszillationseffekte beobachten zu können, also zum Beispiel $\sin^2 2\theta_{13}$, das Vorzeichen von Δm_{31}^2 und δ_{CP} . In fast allen Kapiteln werden wir dabei unter „Long-Baseline-Experimenten“ Beschleunigerexperimente verstehen, welche künstlich erzeugte Neutrinostrahlen auf langen Baselines von $\sim 100 \text{ km} - 10\,000 \text{ km}$ durch die Erde zu einem Detektor schicken. In einigen Fällen werden wir zusätzlich reaktorbasierte Experimente verwenden, welche im Abschnitt 6.2 eingeführt werden, die jedoch aus Sicht der Oszillationswahrscheinlichkeiten weniger kompliziert sind und daher in diesem Kapitel nicht mehr weiter diskutiert werden. Die für beschleunigerbasierte Long-Baseline-Experimente relevanten Oszillationswahrscheinlichkeiten hängen von der verwendeten Beam- und Detektortechnologie ab. In Kapitel 5 werden wir jedoch zeigen, dass speziell Elektron- und Myoneneutrinos mit Energien im Bereich von ca. 500 MeV bis 50 GeV sehr leicht in Beschleunigern erzeugbar und in Detektoren nachweisbar sind. Daraus ergeben sich als interessante Oszillationswahrscheinlichkeiten $P_{e\mu}$ und $P_{\mu e}$ (beziehungsweise $P_{\bar{e}\bar{\mu}}$ und $P_{\bar{\mu}\bar{e}}$), welche wir als „Appearance“-Kanäle bezeichnen, sowie P_{ee} und $P_{\mu\mu}$ (beziehungsweise $P_{\bar{e}\bar{e}}$ und $P_{\bar{\mu}\bar{\mu}}$), welche wir als „Disappearance“-Kanäle bezeichnen. Aus den führenden atmosphärischen Oszillationen in Gleichung (3.7), die nur die ν_μ und ν_τ involvieren, ist leicht ersichtlich, dass die im Zwei-Flavor-Fall verschwindenden Appearance-Wahrscheinlichkeiten $P_{e\mu}$ und $P_{\mu e}$ direkte Repräsentanten der unterdrückten Drei-Flavor-Effekte sind. Aufgrund der für Long-Baseline-Experimente typischen Energien und Baselines werden diese normalerweise für die führenden atmosphärischen Oszillationsparameter optimiert und haben nur eine geringe, im Vergleich zu anderen Experimenten uninteressante Sensitivität auf die solaren Parameter.

Um etwas mehr Verständnis für die Funktionsweise der gerade eingeführten Oszillationskanäle zu bekommen, kann man die komplizierten Formeln in Gleichung (3.1) vereinfachen, indem man das Wissen um die Massenhierarchie und den kleinen Mischungswinkel θ_{13} benutzt. Konkret kann man die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten in den beiden kleinen Parametern $\alpha \equiv \Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2$ (Hierarchieparameter) und $\sin 2\theta_{13}$ entwickeln [55, 57, 58]. Da wir wissen, dass der Mischungswinkel θ_{13} klein ist, ist die Entwicklung in $\sin 2\theta_{13}$ immer erlaubt. Die Entwicklung in α ist jedoch nur dann eine gute Näherung, falls die führende solare Oszillation klein gegenüber der führenden atmosphärischen Oszillation ist. Für viele der studierten Long-Baseline-Experimente bricht diese Näherung daher für große Werte von Δm_{21}^2 (oft auch „HLMA“-Bereich genannt) oder kleine Werte von Δm_{31}^2 (manchmal auch „LOW-ATM“-Bereich genannt [59]) zusammen, obwohl die Experimente für die atmosphärischen Oszillationen optimiert wurden. Für die Appearance-Wahrscheinlichkeit im Vakuum ergibt sich dann⁵

$$\begin{aligned}
P_{e\mu} &\simeq \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \theta_{23} \sin^2 \Delta_{31} \\
&\mp \alpha \sin 2\theta_{13} \sin \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin^3 \Delta_{31} \\
&+ \alpha \sin 2\theta_{13} \cos \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \cos \Delta_{31} \sin^2 \Delta_{31} \\
&+ \alpha^2 \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{31}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

⁵Nur Terme zweiter Ordnung, also proportional zu $\sin^2 2\theta_{13}$, $\sin 2\theta_{13}\alpha$ und α^2 , werden für $P_{e\mu}$ angegeben, und nur Terme erster Ordnung für $P_{\mu\mu}$.

und für die Disappearance-Wahrscheinlichkeit am Beispiel von $P_{\mu\mu}$

$$P_{\mu\mu} \simeq 1 - \cos^2 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta_{31} + 2\alpha \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{23} \Delta_{31} \cos \Delta_{31}, \quad (3.10)$$

wobei sich das Vorzeichen im zweiten Term der Appearance-Wahrscheinlichkeit für Antineutrinos statt Neutrinos ändert. Besonders Gleichung (3.9) zeigt in den einzelnen Termen die im letzten Abschnitt eingeführte Klassifikation in einfach (durch den einen Parameter $\sin^2 2\theta_{13}$) und doppelt (durch die beiden Parameter $\sin 2\theta_{13}$ und α) unterdrückte Effekte. Zum Beispiel ist die CP-Phase nur in den zweiten und dritten, doppelt unterdrückten Termen enthalten.

Die Appearance-Kanäle werden häufig auch „goldene“ Kanäle genannt [58], da sie die interessanteste Information bezüglich θ_{13} , δ_{CP} und dem Vorzeichen von Δm_{31}^2 tragen. Die angegebene Disappearance-Wahrscheinlichkeit $P_{\mu\mu}$ ist dagegen offensichtlich nicht sehr sensitiv auf θ_{13} ($\cos \theta_{13} \simeq 1$ in führender Ordnung) und unabhängig von δ_{CP} und dem Vorzeichen von Δm_{31}^2 . Dafür erlaubt der Disappearance-Kanal aufgrund der höheren Raten ($P_{\mu\mu}$ ist nicht durch $\sin \theta_{13}$ oder α unterdrückt) eine sehr gute Bestimmung der führenden atmosphärischen Parameter Δm_{31}^2 und θ_{23} . Für die Bestimmung der solaren Parameter sind beide Kanäle schlecht geeignet, da in den Appearance-Kanal nur das Produkt der solaren Parameter $\Delta m_{21}^2 \cdot \sin 2\theta_{12}$ eingeht, und im Disappearance-Kanal die solare Information durch die Massenhierarchie unterdrückt wird. Neben den $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ -Kanälen gibt es auch den Vorschlag, ν_τ 's nachzuweisen, was als neue Kanäle für zusätzliche Informationen $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ und $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ eröffnen würde. Sie werden manchmal auch als „silberne“ Kanäle bezeichnet [60, 61].

Gleichung (3.9) enthält vier Terme zweiter Ordnung (proportional zu $\sin^2 2\theta_{13}$, $\alpha \sin 2\theta_{13}$ und α^2) die, unter Einbeziehung des Wissens über die führenden Oszillationsparameter, abhängig von den Größen von α und $\sin 2\theta_{13}$ unterschiedlich gewichtet werden. Je nach Messung agieren die einzelnen Terme dann als Signal- und Störterme, wobei erstere die relevante Information beinhalten und letztere dabei im Vergleich zu Hintergrundrauschen stören. Für die interessantesten Messungen ergeben sich qualitativ folgende Beobachtungen:

Die Messung von $\sin^2 2\theta_{13}$. Der erste Term ist der Signalterm, die anderen fungieren als Hintergrund.⁶ Für kleine Werte von α werden die Hintergrundterme unterdrückt, so dass man dort die besten Ergebnisse für $\sin^2 2\theta_{13}$ -Messungen erwarten kann.

Die Messung von δ_{CP} . Die zweiten und dritten Terme sind die Signalterme, der erste und vierte die Hintergrundterme. Daraus ergibt sich, dass α und $\sin 2\theta_{13}$ sowohl absolut groß als auch ungefähr gleich groß sein müssen, um ein ausreichendes Signal zu erzeugen. Trotzdem wird hier eine relativ starke Störung vom ersten und vierten Term vorhanden sein, welche diese Messung sehr schwierig macht.

Die Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 . Man kann zeigen, dass Materieeffekte, die im nächsten Kapitel eingeführt werden, besonders den ersten Term in Gleichung (3.9) stark beeinflussen und sehr stark vom Vorzeichen von Δm_{31}^2 abhängen. Daher fungiert der erste Term wieder als Signal und, ähnlich zur Messung von $\sin^2 2\theta_{13}$, die anderen als störender Hintergrund. Diese Messung favorisiert also kleine Werte von α , welche alle Terme außer den ersten unterdrücken.

⁶Obwohl $\sin^2 2\theta_{13}$ auch im zweiten und dritten Term von Gleichung (3.9) vorkommt, sind die durch Korrelationen und Entartungen auftretenden Probleme meist größer als der Nutzen von diesen Termen (vgl. auch Abschnitt 3.5).

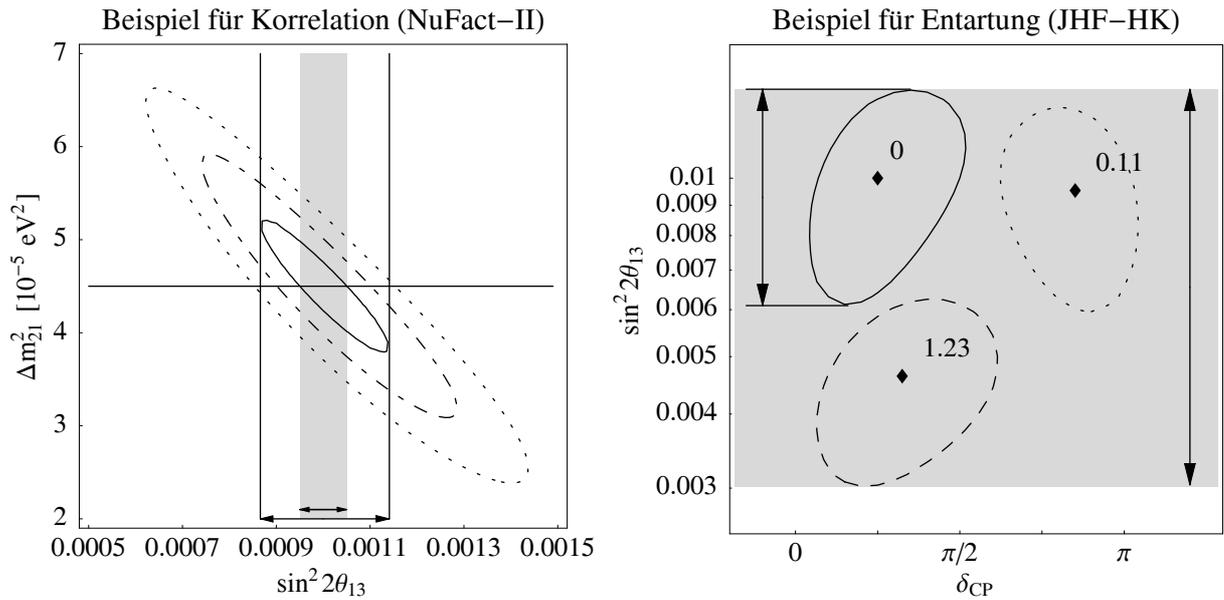


Abbildung 3.1: Beispiel für eine Zwei-Parameter-Korrelation (linker Plot) und für Entartungen (rechter Plot) als Funktion der an den Achsen angegebenen Parameter (Figuren ähnlich zu [62]). Im linken Plot sind die 1σ - (durchgezogene Kurve), 2σ - (gestrichelte Kurve) und 3σ -Konturen der χ^2 -Funktion inklusive statistischem und systematischem Fehler am NuFact-II-Experiment gezeichnet, wie es im Abschnitt 5.2 eingeführt wird. Der grau-schattierte statistische Messfehler von $\sin^2 2\theta_{13}$ wird durch die Parameter-Korrelation bis zu den vertikalen Linien ausgedehnt. Im rechten Plot sind die 3σ -Konturen der χ^2 -Funktion inklusive statistischem und systematischem Fehler für die Best-Fit-Lösung (durchgezogene Kurve), die $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ -Entartung (gestrichelte Linie) und die $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung (gepunktete Kurve) zusammen mit den jeweiligen Minima (als Rauten) und den entsprechenden χ^2 -Werten am JHF-HK-Experiment eingezeichnet, wie es ebenfalls im Abschnitt 5.2 beschrieben wird. Der Korrelationsfehler in $\sin^2 2\theta_{13}$ (linker Pfeil) würde durch die Entartungen auf den schattierten Bereich ausgedehnt (rechter Pfeil), wenn man den durch alle Entartungen erreichbaren Bereich als Fehler angeben würde. Für die Oszillationsparameter wurde $\Delta m_{31}^2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 1.0$, $\Delta m_{21}^2 = 4.5 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$, eine normale Massenhierarchie sowie $\sin^2 2\theta_{23} = 1$, $\sin^2 2\theta_{13} = 0.001$ und $\delta_{\text{CP}} = 0$ (linker Plot) beziehungsweise $\sin^2 2\theta_{23} = 0.85$, $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ und $\delta_{\text{CP}} = \pi/4$ (rechter Plot) verwendet.

Aus dieser Abschätzung kann man bereits erahnen, dass in den Regionen der momentan erlaubten Werte von α und $\sin^2 2\theta_{13}$ abhängig von deren tatsächlichen Werten verschieden gute Ergebnisse für die einzelnen Messungen erwartet werden können. In dieser Arbeit werden daher häufig Darstellungen in der $\sin^2 2\theta_{13}$ - Δm_{21}^2 -Ebene der echten, von der Natur realisierten Parameterwerte benützt, welche das qualitativ beschriebene Verhalten quantitativ in einer Grafik darstellen.

3.5 Korrelationen und Entartungen im Parameterraum

In realen Experimenten stellt sich heraus, dass Schwierigkeiten auftreten, die aus der Struktur der Oszillationswahrscheinlichkeiten ähnlich zu Gleichung (3.1) kommen. Wir unterscheiden Korrelationen und Entartungen, wobei wir diese in Kürze definieren werden. Bei beiden Typen geht es darum, dass in der Regel für ein spezielles Experiment die Zuordnung der Oszillationsparameter zu den Messergebnissen nicht eindeutig ist, es also mehrere entartete Lösungen gibt, die sich zu Mannigfaltigkeiten im sechsdimensionalen Parameterraum zusammenfügen. Der Umfang

und die Art des Auftretens dieser entarteten Lösungen hängt vom Experimenttyp ab, da jedes Experiment sensitiv auf eine unterschiedliche Kombination der Oszillationswahrscheinlichkeiten ist und im Energiespektrum häufig mehr Information als nur die Oszillationswahrscheinlichkeit einer Energie beinhaltet ist. Daher ist es auch leicht einzusehen, dass die geschickte Kombination verschiedener Experimente viele dieser entarteten Lösungen eliminieren kann. Dem Vergleich der Leistung eines Experiments mit einer aussagekräftigen Kombination verschiedener Experimente wird deswegen in dieser Arbeit auch eine besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Da wir besonders Beispiele aus dem Bereich der beschleunigerbasierten Long-Baseline-Experimenten verwenden, werden wir auch das Problem der Korrelationen und Entartungen an diesen einführen. Dafür ist besonders der „Signalträger“ für die interessantesten Messungen, die Appearance-Wahrscheinlichkeit in Gleichung (3.9), relevant.

Korrelationen

Unter einer „Korrelation“ verstehen wir eine zusammenhängende Lösungsmannigfaltigkeit auf einem bestimmten Konfidenzlevel, wie zum Beispiel die um den Best-Fit-Punkt der tatsächlichen Parameterwerte. Korrelationen treten auf, wenn die zu bestimmenden Parameter in den Oszillationswahrscheinlichkeiten nur in speziellen Kombinationen enthalten sind, die ohne weitere Informationen nicht aufgelöst werden können. Als sehr einfache Zwei-Parameter-Korrelation enthält zum Beispiel Gleichung (3.9) nur das Produkt der Terme Δm_{21}^2 und $\sin 2\theta_{12}$ und wird daher die einzelnen Parameter schlecht auflösen können. Das Ergebnis ist eine ausgedehnte, zusammenhängende Lösungsmannigfaltigkeit in der Δm_{21}^2 - $\sin 2\theta_{12}$ -Ebene. Da jedes Experiment normalerweise die Oszillationswahrscheinlichkeiten in ganzen Energiebereichen verwendet, welche jedoch häufig um einen bestimmten Wert konzentriert sind und eine gewisse Energieverschmierung durch schlechte Energieauflösung beinhalten, ist in einem realen Experiment die Ausdehnung der Mannigfaltigkeit im Parameterraum meist begrenzt. Zudem ist die Mannigfaltigkeit oft auf einen bestimmten Bereich der tatsächlichen Parameterwerte (Best-Fit-Werte) beschränkt⁷, weil die Terme, die zur Auflösung der Korrelation beitragen können, in diesem Teil des Parameterraumes unterdrückt sind. Im linken Plot von Abbildung 3.1 sehen wir ein realistisches Beispiel für eine Zwei-Parameter-Korrelation von $\sin^2 2\theta_{13}$ und Δm_{21}^2 an einem Long-Baseline-Experiment, wie wir es später benutzen werden. Dabei ist in diesem Beispiel die genaue Experimentbeschreibung zweitrangig, da es nur zur Illustration dient. Die Korrelation ist in einem Bereich gezeigt, in dem der vierte Term in Gleichung (3.9) unterdrückt ist und die ersten drei Terme die Form $\sin 2\theta_{13} \cdot (A \cdot \sin 2\theta_{13} + B \cdot \Delta m_{21}^2)$ mit $A, B = \text{const.}$ annehmen. Die Klammer bestimmt also die Form der Korrelation, solange $\sin 2\theta_{13}$ sich nicht allzu stark ändert. In diesem Plot wird auch das Problem veranschaulicht, das durch die Korrelationen in unseren Analysen verursacht wird: Wollte man einen Fehler auf die Messung von $\sin^2 2\theta_{13}$ angeben, würde man (auf dem 1σ -Konfidenzlevel) für festgehaltenes Δm_{21}^2 den grau-unterlegten Fehler an der $\sin^2 2\theta_{13}$ -Achse ablesen. Relevant als Messfehler ist jedoch die Projektion der Mannigfaltigkeit auf die $\sin^2 2\theta_{13}$ -Achse, da Δm_{21}^2 im entsprechenden Bereich variieren kann, also mit dem Experiment nicht genauer bestimmt werden kann. Anhand dieses Beispiels ist es auch leicht zu sehen, dass Korrelationen vor allem dann problematisch sind, wenn sie *nicht* entlang der Achsen der zu messenden Parameter ausgerichtet sind. Sie können den Messfehler um mehrere

⁷Für die Simulation von zukünftigen Experimenten spielen auch die tatsächlichen, bis dahin noch nicht exakt bekannten Parameterwerte eine wichtige Rolle, da sie den generierten Datensatz bestimmen. Bei der Analyse eines existierenden Experimentes wird dieser Datensatz jedoch vom Experiment selbst bestimmt.

Faktoren bis zu einer Größenordnung verschlechtern. In unseren Analysen berücksichtigen wir daher sogar Multi-Parameter-Korrelationen in den Messfehlern, welche auch die gleichzeitige Korrelation mehrerer Parameter im sechs-dimensionalen Parameterraum miteinbeziehen. Technisch realisiert wird dies in unseren Simulationen durch einen „Minimum-Finder“, welcher für einen festgehaltenen Wert des zu messenden Parameters die χ^2 -Funktion entlang der korrelierten Parameter minimiert. Er benötigt ca. 1 000 Iterationen für einen Punkt und verlängert daher die Rechenzeit der Analysen etwa um den Faktor 1 000. Zum Vergleich: Eine gitterbasierte Methode bräuchte etwa um einen Faktor 50 länger für eine Zwei-Parameter-Korrelation (bei guter Auflösung) und um etwa einen Faktor 100 000 für die volle Multi-Parameter-Korrelation (sogar bei schlechter Auflösung).

Entartungen

Unter einer „Entartung“ oder „entarteten Lösung“ verstehen wir eine auf einem bestimmten Konfidenzlevel nicht mit der Best-Fit-Mannigfaltigkeit zusammenhängende Lösungsmannigfaltigkeit. Sie tritt also zusätzlich zur Best-Fit-Mannigfaltigkeit an einer anderen Stelle im Parameterraum auf und ist daher oft schwierig zu finden. Im Laufe der Zeit stellte sich heraus, dass es genau drei relevante Typen dieser Entartungen in Gleichung (3.9) gibt, die besonders für große $\sin 2\theta_{13}$ und α durch das Wechselspiel der vier Terme erzeugt werden. Vereinfacht kann dabei die Modifikation eines Parameters in einem Term (zum Beispiel durch eine Spiegelung an einem bestimmten Wert) durch die eines anderen Parameters in einem anderen Term kompensiert werden. Es existiert somit insgesamt eine „acht-fache Ambiguität“ [63], da jeder der folgenden drei Typen unabhängig auftreten kann:

Die $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung. Für ein invertiertes Vorzeichen von Δm_{31}^2 gibt es oft eine zweite Lösung bei einem anderen Wert von δ_{CP} [64]. Selbst nach Einbeziehung von Materieeffekten im ersten Term von Gleichung (3.9) kann dann die Inversion des Vorzeichens im ersten und dritten Term durch einen anderen Wert der CP-Phase im zweiten und dritten Term teilweise kompensiert werden und zur gleichen Oszillationswahrscheinlichkeit führen. Sie kann prinzipiell durch stärkere Materieeffekte (zum Beispiel mit langen Baselines) oder durch die Kombination mehrerer Experimente aufgelöst werden. Da sie bei dem umgekehrten Vorzeichen von Δm_{31}^2 und einem anderen Wert der CP-Phase als dem Best-Fit-Wert auftritt, verursacht sie vor allem bei der Vorzeichenmessung von Δm_{31}^2 und δ_{CP} Probleme.

Die $(\delta_{\text{CP}}, \theta_{13})$ -Entartung. Da in Gleichung (3.9) die δ_{CP} -Terme nur in Kombination mit $\sin \theta_{13}$ vorkommen, sind $\sin^2 2\theta_{13}$ und δ_{CP} hochkorreliert und man erhält häufig eine große zusammenhängende Lösung. Werden jedoch Neutrino- und Antineutrino-Kanäle gleichzeitig gemessen, kann der erste Term in Gleichung (3.9) oft relativ gut separat bestimmt werden und die zusammenhängende Lösung zerfällt in zwei entartete Lösungen in der $(\delta_{\text{CP}}, \theta_{13})$ -Ebene [65]. Diese Entartung tritt vor allem bei Experimenten mit genügend guter Statistik auf, um die beiden Lösungen unterscheiden zu können. Sie kann jedoch prinzipiell durch eine gute Energieauflösung, welche die Messung der Oszillationswahrscheinlichkeit für verschiedene Energien ermöglicht, oder durch die Kombination verschiedener Baselines aufgelöst werden.

Die $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ -Entartung. Unter der Transformation $\theta_{23} \rightarrow \pi/2 - \theta_{23}$ vertauschen die Faktoren $\sin^2 \theta_{23}$ und $\cos^2 \theta_{23}$ im ersten und vierten Term von Gleichung (3.9), was durch

eine andere Wahl von $\sin^2 2\theta_{13}$ teilweise kompensiert werden kann [66]. Diese Entartung ist für uns jedoch nur von sekundärem Interesse, da sie für den momentanen atmosphärischen Best-Fit-Wert $\theta_{23} = \pi/4$ nicht auftritt.

Als Beispiel wird im rechten Plot von Abbildung 3.1 das Auftreten der $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ -Entartung (gestrichelte Kurve) und $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung (gepunktete Kurve) zusätzlich zur Best-Fit-Lösung (durchgezogene Kurve) in der $\delta_{\text{CP}}\text{-}\sin^2 2\theta_{13}$ -Ebene für ein Long-Baseline-Experiment mit den angegebenen Parametern gezeigt. Der Messfehler auf $\sin^2 2\theta_{13}$ der Best-Fit-Lösung (inklusive Korrelation), angedeutet durch den linken Pfeil, sollte auch die entarteten Lösungen berücksichtigen. Im gezeigten Beispiel wäre eine Ausdehnung auf den grau-schattierten Bereich (rechter Pfeil) durchaus sinnvoll, da die entarteten Lösungen den gesamten schattierten Bereich abdecken. In anderen Fällen, in denen die Entartungen nur einen geringen Teil des Parameter-raumes ausfüllen, wird diese Beschreibung jedoch übertrieben sein, so dass wir dann eine andere Beschreibung wählen. Im Einzelfall werden wir in jedem Fall beschreiben müssen, wie wir mit den entarteten Lösungen verfahren. Für die Simulation zukünftiger Long-Baseline-Experimente werden wir das analytische Wissen um die ungefähre Position der Entartungen benutzen, um dort einen Minimum-Finder zu starten, der das nächstgelegene lokale Minimum aufsucht. Da dieser Prozess nicht zwangsläufig immer zur richtigen Lösung führt, also in höheren lokalen Minima enden kann, ist hier besondere Vorsicht angebracht. Die Rechenzeit multipliziert sich mit der Anzahl der behandelten entarteten Lösungen.

Zusammenfassend ist die Auflösung von Korrelationen und Entartungen als entartete Lösungen eine zusätzliche Herausforderung für zukünftige Long-Baseline-Experimente. Wir werden daher häufig die Ergebnisse jeweils eines Experiments mit denen einer geschickten Kombination von Experimenten vergleichen und zeigen, dass die Kombination oft sehr viel zur Auflösung entarteter Lösungen beitragen kann.

Kapitel 4

Die Rolle von Materieeffekten und deren Unsicherheiten

Ein besonders für beschleunigerbasierte Long-Baseline-Experimente wichtiger Bestandteil von Neutrinooszillationen sind Materieeffekte, das heißt die Wechselwirkung von Neutrinos mit Materie durch kohärente Vorwärtsstreuung [45, 67, 68]. Obwohl Materieeffekte bisher noch nicht direkt nachgewiesen werden konnten, sind sie mit der heute favorisierten Lösung für solare Neutrinooszillationen¹ indirekt für die Neutrinooszillationen in der Sonne verifiziert worden. Da die Auswirkungen von Materieeffekten für Long-Baseline-Experimente relativ groß und häufig auch vorteilhaft sein können, werden wir sie in diesem Kapitel in den allgemeinen Oszillationsformalismus aufnehmen. Obwohl der allgemeine Formalismus in diesem Kapitel auch auf Materieeffekte in der Sonne und Supernovae anwendbar ist, werden wir hauptsächlich Beispiele aus dem Bereich der Erdmaterieeffekte in Zusammenhang mit beschleunigerbasierten Long-Baseline-Experimenten verwenden². Daneben werden wir sehen, dass besonders die unzureichenden Kenntnisse des Erdmaterieprofils manchmal problematisch sein können.

4.1 Materieeffekte in Neutrinooszillationen

Um Materieeffekte in Neutrinooszillationen miteinzubeziehen, kann in Analogie zu Gleichung (2.2) der darin vorkommende Hamiltonian im Flavor-Raum für eine Schicht konstanter Materiedichte ρ_j angegeben werden als

$$\mathcal{H}(\rho_j) = U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} A(\rho_j) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

mit $A(\rho_j) = \pm\sqrt{2}G_F n_e(\rho_j)$, wobei G_F die Fermi-Kopplungskonstante und $n_e(\rho_j)$ die zu der Materiedichte ρ_j gehörende Elektronendichte ist. Das Vorzeichen von $A(\rho_j)$ ist positiv für Neutrinos und negativ für Antineutrinos. Die Elektronendichte ist dabei mit der Materiedichte mittels $n_e(\rho_j) = Y\rho_j/m_N$ über die durchschnittliche Anzahl der Elektronen pro Nukleon Y ($Y \simeq 1/2$) und die Nukleonenmasse m_N verknüpft. Der erste Term des Hamiltonians in

¹Die sogenannte „LMA-Lösung“, die wir im Kapitel 5 näher kennen lernen werden.

²Reaktorbasierte Long-Baseline-Experimente sind nicht auf Erdmaterieeffekte sensitiv.

Gleichung (4.1) beschreibt die Propagation im Vakuum analog zu Gleichung (2.2). Die Flavor-Eigenzustände werden dazu mit U^\dagger in den Massen-Raum gedreht, dort als „gute“ Eigenzustände mit einem diagonalen Hamiltonian propagiert und anschließend mit U in den Flavor-Raum zurückgedreht. Der zweite Term beschreibt den Effekt der im Flavor-Raum wirkenden kohärenten Vorwärtsstreuung in Materie [45, 67–69]: Da die von uns betrachtete Materie fast ausschließlich Elektronen enthält, aber keine Myonen und Tauonen, ergibt sich ein Nettoeffekt für die Phase der Elektron-Neutrinos durch den Austausch von W -Bosonen mit Elektronen mittels charged-current-Reaktionen. Da die entsprechenden Feynman-Diagramme durch Spiegelung ineinander übergehen, ist das Vorzeichen in A positiv für Neutrinos und negativ für Antineutrinos. Die auf alle Flavors gleich wirkenden neutral-current-Reaktionen ergeben nur eine für Neutrinooszillationen irrelevante absolute Phase, weswegen wir diese gar nicht erst in Gleichung (4.1) aufgenommen haben.

Die Oszillationswahrscheinlichkeit in Materie für ein beliebiges Materieprofil, das aus Schichten der Dicke x_j mit konstanter Dichte ρ_j besteht, ist dann

$$P_{\alpha\beta} = |\langle \nu_\beta | \mathcal{V}(x_n, \rho_n) \cdots \mathcal{V}(x_1, \rho_1) | \nu_\alpha \rangle|^2 \quad (4.2)$$

mit den „Evolutions-Operatoren“

$$\mathcal{V}(x_j, \rho_j) = e^{-i\mathcal{H}(\rho_j)x_j}. \quad (4.3)$$

Dabei werden die Materielagen in der nummerierten Reihenfolge durchlaufen, da generell für den Kommutator

$$[\mathcal{V}(x_i, \rho_i), \mathcal{V}(x_j, \rho_j)] \neq 0 \text{ für } i \neq j \quad (4.4)$$

gilt. Zusätzlich summieren sich die Längen der einzelnen Schichten zur Baseline: $\sum_{j=1}^n x_j = L$. Besonders das Nicht-Kommutieren der Evolutions-Operatoren kann zu Interferenzeffekten führen, eine Tatsache, die wir in Kapitel 10 (Neutrino-Oszillations-Tomographie) noch ausnützen werden. Die analytische Auswertung von Gleichung 4.2 hat sich generell als sehr schwierig erwiesen. In Spezialfällen ist diese Formel jedoch lösbar, wie zum Beispiel in [70] für nur eine Schicht konstanter Dichte, in [71] für langsam variierende Dichten und in [72] für eine dünne Schicht konstanter Dichte kombiniert mit einer langen Schicht anderer Dichte, eine Kombination, die zum Beispiel bei atmosphärischen Neutrinos vorkommt. Im Allgemeinen werden wir daher Gleichung (4.2) numerisch auswerten, eine Methode, welche auch als „Evolution-Operator-Method“ bekannt ist (siehe zum Beispiel [71, 73]). Für Long-Baseline-Experimente wird als zugrundeliegendes Materieprofil oft das eindimensionale PREM- („Preliminary Reference Earth Model“) Profil verwendet [74, 75], welches in Abbildung 4.1 (linker Plot) ausgewertet für eine Baseline von $L = 11\,740$ km gezeigt ist. Für diese Baseline ist die Mantel-Kern-Mantel-Struktur der Erde gut sichtbar, sie geht aber nicht durch den inneren Erdkern aus Eisen, welcher als zusätzliches zentriertes Maximum in der Mitte sichtbar wäre. Im rechten Plot von Abbildung 4.1 ist die Materiedichte gezeigt, wie sie ein Neutrino unter Anwendung der „Evolution-Operator-Method“ mit 20 gleichbreiten Schichten durchlaufen würde.

Um ein besseres analytisches Verständnis für Materieeffekte zu bekommen und deren Rolle besser zu verstehen, ist es nützlich, das Drei-Flavor-Problem auf ein Zwei-Flavor-Problem in konstanter Materiedichte zu reduzieren. Für beschleunigerbasierte Long-Baseline-Experimente kann zum Beispiel im Limes $\alpha \rightarrow 0$ Gleichung (3.9) unter Berücksichtigung des experimentellen Wertes $\sin^2 2\theta_{23} \simeq 1$ zu einem effektiven Zwei-Flavor-Problem reduziert werden, das zusammen

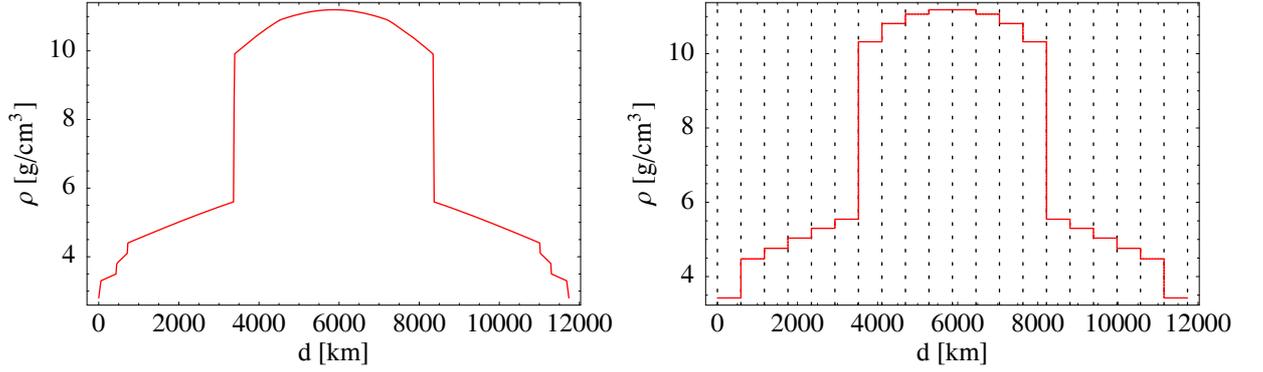


Abbildung 4.1: Die Materiedichte für eine Baseline $L = 11\,470$ km durch die Erde als Funktion des Abstands d von der Quelle. Im linken Plot wird die Dichte des PREM-Profiles gezeigt, im rechten Plot dieselbe Dichte unter Aufbereitung für die „Evolution-Operator-Methode“ in 20 gleichgroßen Schritten konstanter Dicke.

mit der Disappearance-Wahrscheinlichkeit P_{ee} wie folgt aussieht:

$$\begin{aligned} P_{ee} &\simeq 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \Delta_{31}, \\ P_{e\mu} &\simeq P_{e\tau} \simeq \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \Delta_{31}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Die Zwei-Flavor-Oszillation findet also, ähnlich zu Gleichung (3.8) für die solaren Parameter, zwischen ν_e und je zur Hälfte ν_μ und ν_τ statt. Man kann durch Diagonalisierung des Zwei-Flavor-Hamiltonians zeigen, dass die Neutrinooszillationen in Materie durch eine Parameterabbildung

$$\begin{aligned} \sin 2\theta_{13} &\rightarrow \frac{\sin 2\theta_{13}}{\xi} \\ \Delta m_{31}^2 &\rightarrow \Delta m_{31}^2 \xi \end{aligned} \quad (4.6)$$

mit

$$\begin{aligned} \xi &\equiv \sqrt{\left(\hat{A} - \cos 2\theta_{13}\right)^2 + \sin^2 2\theta_{13}} \\ \hat{A} &\equiv \frac{\pm 2\sqrt{2}G_F n_e E}{\Delta m_{31}^2} \end{aligned} \quad (4.7)$$

erzeugt werden können, wobei die Abbildung in diesem Fall bereits auf das Problem in Gleichung (4.5) angewendet wurde. In [57] wurden zum Beispiel ähnliche Parameterabbildungen für den komplizierteren Drei-Flavor-Fall im Limes kleiner α und θ_{13} abgeleitet. Aus den Gleichungen (4.6) und (4.7) ergeben sich mehrere interessante Konzepte mit den entsprechenden Konsequenzen für die Bestimmung der Oszillationsparameter:

Resonanz Der Parameter ξ wird für $0 < \hat{A} = \cos 2\theta_{13} \simeq 1$ minimal, was mit Gleichung (4.6) zu einer Verstärkung von $\sin 2\theta_{13}$ und zu einer Verkleinerung von Δm_{31}^2 , der Oszillationsfrequenz, führt, es ergibt sich also ein Resonanzphänomen [76–82]. Das Ergebnis ist eine Verstärkung des ersten Terms in Gleichung (3.9) bei bestimmten Energie-Materiedichte-Kombinationen, die generell in vielen Long-Baseline-Experimenten zur besseren Messung von $\sin^2 2\theta_{13}$ benützt wird. Für typische Erdmanteldichten $\rho \sim 3.5$ g/cm³ ergibt sich eine

Resonanzenergie von $E \simeq 11.3 \text{ GeV}$, und für typische Erdkerndichten $\rho \sim 11 \text{ g/cm}^3$ eine Resonanzenergie von $E \simeq 3.6 \text{ GeV}$ ($\Delta m_{31}^2 \simeq 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\cos 2\theta_{13} \simeq 1$). Neutrinos dieser Energien werden typischerweise von Neutrino Fabriken produziert.

Massenhierarchie und Antineutrinos Der Parameter \hat{A} ist proportional zu dem Produkt des Vorzeichens für Neutrinos oder Antineutrinos („ \pm “) und des Vorzeichens von Δm_{31}^2 , das die Massenhierarchie repräsentiert (mehr dazu in Kapitel 7). Daraus ergeben sich zwei Kombinationen für Resonanzeffekte (Neutrinos und $\Delta m_{31}^2 > 0$, Antineutrinos und $\Delta m_{31}^2 < 0$) und zwei Kombinationen für unterdrückte Effekte (Neutrinos und $\Delta m_{31}^2 < 0$, Antineutrinos und $\Delta m_{31}^2 > 0$), da in letzterem Fall der Parameter ξ maximal wird und $\sin^2 2\theta_{13}$ gemäß Gleichung (4.6) verkleinert. Das Ergebnis ist, dass für eine bestimmte Art von Neutrinos der erste Term in Gleichung (3.9) abhängig vom Vorzeichen von Δm_{31}^2 entweder verstärkt oder unterdrückt wird. Daher können Materieeffekte helfen, das Vorzeichen von Δm_{31}^2 zu bestimmen. Mit einer ähnlichen Argumentation konnte so zum Beispiel bereits das Vorzeichen von Δm_{21}^2 durch Materieeffekte in der Sonne indirekt als positiv identifiziert werden.

Oszillationslänge in Materie Die Länge einer Neutrinooszillation, also $\Delta m^2 L / (4E) \sim 2\pi$, definiert die Oszillationslänge L^{osc} . In Materie ist die atmosphärische Oszillationslänge damit durch $L_{\text{Materie}}^{\text{osc}} \sim 8\pi E / (\Delta m_{31}^2 \xi)$ gegeben. Für die Resonanz (ξ minimal) geht sie gegen ihr Maximum, die Neutrinos oszillieren also wesentlich langsamer. Sie repräsentiert auch die auflösbare Längenskala des quantenmechanisch wirksamen Potentials, das hier proportional zur Materiedichte ist. So sind, in Analogie zu vielen anderen quantenmechanischen Problemen, Fluktuationen in der Materiedichte auf viel kürzeren Längenskalen als die Oszillationslänge in Materie, die typischerweise (abhängig von den Parametern) für beschleunigerbasierte Long-Baseline-Experimente in der Größenordnung $10^{3\pm 1} \text{ km}$ liegt, nicht auflösbar [83]. Eine weitere Anwendung sind adiabatische Neutrinooszillationen in Materie, wie sie in der Sonne oder in Supernovae vorkommen könnten. In derartigen Modellen ändert sich die Materiedichte im Vergleich zur Oszillationslänge langsam genug, so dass die Flavor-Eigenzustände den sich durch die Diagonalisierung von Gleichung (4.1) ergebenden Masseneigenzuständen in Materie folgen können. Da zum Beispiel die Dichte einer Supernova exponentiell auf Null abfällt, also die Masseneigenzustände in Materie in diesem Limes gleich denen im Vakuum sind, verlassen (zumindest in der Näherung von Zwei-Flavor-Modellen) die Neutrinos die Supernova als Masseneigenzustände und können nicht mehr oszillieren.

Kurze Baselines Eine Anwendung der Oszillationslänge in Materie, die wir leicht explizit zeigen können, ist der Limes kurzer Baselines $L \ll L_{\text{Materie}}^{\text{osc}}$. Damit erhalten wir für die Appearance-Wahrscheinlichkeit in Materie aus Gleichung (4.5)

$$P_{e\mu} \simeq \frac{1}{2} \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{\xi} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \xi \right) \simeq \frac{1}{2} \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{\xi^2} \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \xi \right)^2, \quad (4.8)$$

die materieabhängigen ξ -Terme kürzen sich also. Materieeffekte werden daher erst für Baselines im Bereich der Oszillationslänge in Materie wirksam, da dort der Sinusterm nicht mehr entwickelt werden kann.

Materieeffekte in Long-Baseline-Experimenten wurden zum Beispiel in [76–82, 84–95] diskutiert, die die hier nur qualitativ beschriebenen Effekte genauer untersuchten.

In Anlehnung an Gleichung (3.9) kann man für den Appearance-Kanal von Long-Baseline-Experimenten auch für den Fall $0 \leq \alpha \ll 1$ eine Näherungsformel in Materie angeben, welche in $\sin 2\theta_{13}$ und α entwickelt ist [57, 58, 90]:

$$\begin{aligned}
P_{e\mu} &\simeq \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \theta_{23} \frac{\sin^2[(1 - \hat{A})\Delta_{31}]}{(1 - \hat{A})^2} \\
&\mp \alpha \sin 2\theta_{13} \sin \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin(\Delta_{31}) \frac{\sin(\hat{A}\Delta_{31})}{\hat{A}} \frac{\sin[(1 - \hat{A})\Delta_{31}]}{(1 - \hat{A})} \\
&+ \alpha \sin 2\theta_{13} \cos \delta_{\text{CP}} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \cos(\Delta_{31}) \frac{\sin(\hat{A}\Delta_{31})}{\hat{A}} \frac{\sin[(1 - \hat{A})\Delta_{31}]}{(1 - \hat{A})} \\
&+ \alpha^2 \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{12} \frac{\sin^2(\hat{A}\Delta_{31})}{\hat{A}^2}. \tag{4.9}
\end{aligned}$$

Auch in dieser Verallgemeinerung von Gleichung (4.5) bleiben die Grundkonzepte der Materieeffekte erhalten. So tritt die Resonanz für $\hat{A} = \cos 2\theta_{13} \simeq 1$ auf und beeinflusst vor allem den ersten Term in Gleichung (4.9), da der Quotient $\sin x/x$ für $x = 0$ (also $\hat{A} = 1$) maximal wird und der erste Term quadratisch von diesem Quotienten abhängt. Die zweiten und dritten Terme sind linear in diesem Quotienten, also auch noch leicht von der Resonanz beeinflusst, während sich der vierte Term nicht resonant verhält. Damit lässt sich zeigen, dass der erste Term resonant relativ zu den anderen Termen verstärkt werden kann, was zu einer besseren Messung von $\sin^2 2\theta_{13}$ führt. Weil diese Verstärkung für ein umgekehrtes Vorzeichen von Δm_{31}^2 in eine Unterdrückung verwandelt wird, ist dieser Term nach Einführung der Materieeffekte auch sehr sensitiv auf dieses Vorzeichen. Mit Materieeffekten ist also das Vorzeichen von Δm_{31}^2 eigentlich nur ein durch $\sin^2 2\theta_{13}$ einfach-unterdrückter Parameter.

Eine weitere interessante Anwendung von Gleichung (4.9) ergibt sich für den Fall $\sin(\hat{A}\Delta_{31}) = 0$, der alle Terme außer den ersten zum Verschwinden zwingt. Dieser Fall ist, für die erste nichttriviale Lösung, äquivalent mit $\sqrt{2} G_F n_e L = 2\pi$, eine Gleichung, die die Baseline unabhängig von Δm_{31}^2 und E in Beziehung mit der Materiedichte setzt. Es ergibt sich daraus eine Baseline von $L \simeq 7\,630$ km für die entsprechende mittlere Materiedichte³. Wir werden später zeigen, dass das Verschwinden der zweiten bis vierten Terme in Gleichung (4.9) bei dieser Baseline sehr nützlich ist um zum Beispiel $\sin^2 2\theta_{13}$ „sauber“, also unabhängig von Korrelationen und Entartungen, messen zu können [96, 97]. Vor allem in Kombination mit anderen Baselines kann man so auch eine wesentlich bessere Messung der CP-Phase und des Vorzeichens von Δm_{31}^2 erreichen, da die problematischen Korrelationen oder Entartungen aufgelöst werden. Wir bezeichnen diese spezielle Baseline daher im Folgenden auch als „Magic Baseline“ [96–99].

4.2 Materieunsicherheiten und ihre Auswirkungen

Im letzten Abschnitt haben wir die Materiedichte, die wir zur Berechnung für die Oszillationswahrscheinlichkeiten verwenden, als bekannt vorausgesetzt. Ein wichtiger Aspekt für viele Messungen an Long-Baseline-Experimenten ist jedoch die Genauigkeit, mit der die Materiedichte gemessen wurde, da sich deren Ungenauigkeiten als Fehler in der Bestimmung der Oszillationsparameter fortpflanzen. Die Hauptquelle für Informationen über das Erdmaterieprofil sind heute

³Für eine exakte numerische Auswertung mit einem realistischen Materieprofil ergibt sich $L \simeq 7\,250$ km.

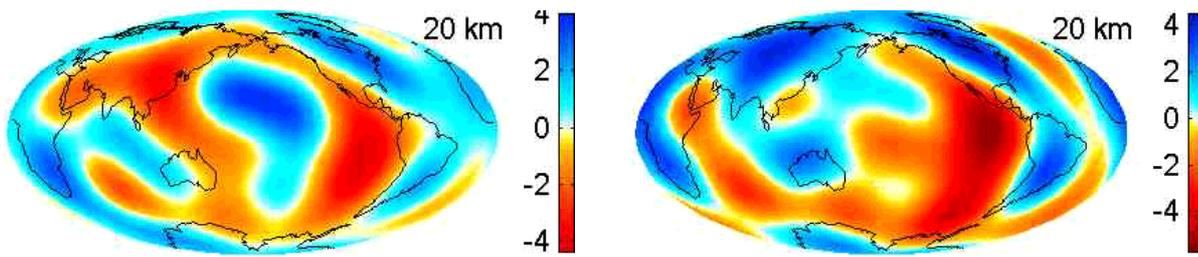


Abbildung 4.2: Aus den Daten seismischer Wellen rekonstruierte, prozentuale Abweichungen der Erdmateriedichte vom mittleren PREM-Profil in einer Tiefe von 20 km. Die gezeigten Bilder repräsentieren das Ergebnis exemplarisch für zwei verschiedene Gruppen aus [100] und verdeutlichen die großen Abweichungen zwischen den Ergebnissen.

seismische Wellen. Abbildung 4.2 zeigt jedoch, dass die dreidimensionale Rekonstruktion des Materieprofils aus den Daten seismischer Wellen nicht eindeutig ist. Die Bilder darin zeigen die Ergebnisse für die prozentualen Abweichungen vom eindimensionalen PREM-Profil, rekonstruiert für eine Tiefe von 20 km von zwei exemplarisch ausgewählten, verschiedenen Forschergruppen aus [100]. Diese Tiefe entspricht der maximalen Tiefe einer Baseline von $L = 1\,000$ km, deren durchschnittliche Tiefe jedoch nur etwa 13 km beträgt. Die Bilder für andere Tiefen sehen ähnlich aus, das heißt die Fluktuationen haben ähnliche Längenskalen und Amplituden bei einer etwas anderen Anordnung der verschiedenen Bereiche. Aus diesen Bildern und [101] kann man die Amplitude der Fluktuationen auf etwa 5% beschränken. Zu den Fluktuationen auf großen Längenskalen kommen für kleinere Tiefen vereinzelte Materiedichteschwankungen, die zum Beispiel durch Seen, Minen und Berge hervorgerufen werden. Motiviert durch dieses Problem wurden in [62, 102–107] verschiedene Modelle eingeführt um die Auswirkungen der Materieunsicherheiten auf Neutrinooszillationen zu testen. In diesem Abschnitt werden wir drei dieser Modelle aus [62, 103, 105] exemplarisch vorstellen, die in Abbildung 4.3 skizziert sind.

Eine einzelne Fluktuation in der Materiedichte, wie zum Beispiel durch einen See oder eine Mine verursacht, kann durch eine Störung der mittleren Materiedichte mit der Länge λ und der Amplitude $\Delta\rho$ modelliert werden, wie in Abbildung 4.3 (linker Plot) skizziert. Dieses Problem kann man in Störungsrechnung analytisch für die Oszillationswahrscheinlichkeiten lösen und es stellt sich heraus, dass sich die Wahrscheinlichkeiten um einen Betrag $\propto \lambda \Delta\rho$ ändern [103], solange dieses Produkt nicht zu groß ist. Interferenzeffekte, wie sie durch Gleichung (4.4) für mehr als eine Schicht konstanter Dichte hervorgerufen werden können, bleiben hier also in erster Näherung aus. Dieses Ergebnis ist aus quantenmechanischer Sicht nicht überraschend, da für kleine Störungen des Potentials die Auswirkungen proportional zum Produkt aus Längenskala und Amplitude der Störung sind, im Prinzip also durch eine δ -Distribution modelliert werden können. Eine numerische Abschätzung für den Fehler in den Appearance-Wahrscheinlichkeiten typischer Long-Baseline-Experimente ergibt, dass dieser für typische Parameter $\lambda \sim 10$ km und $\Delta\rho/\rho \lesssim 100\%$ für Seen, Minen und Berge vernachlässigt werden kann [103].

Ein anderes Modell wurde durch die Fluktuationen auf langen Skalen in Abbildung 4.2 motiviert: Wie in Abbildung 4.3 (mittlerer Plot) gezeigt, werden diese Fluktuationen durch Zufallsschwankungen mit einer Längenskala λ und Amplitude $\Delta\rho$ modelliert. Dazu wird in [103] ein großes Ensemble von Profilen gleicher Charakteristika generiert und deren mittlerer Effekt auf die Oszillationswahrscheinlichkeiten numerisch untersucht. Als Charakteristika werden Mittelwerte für Längenskala λ und Amplitude $\Delta\rho$ verwendet, um die tatsächlichen Werte mit

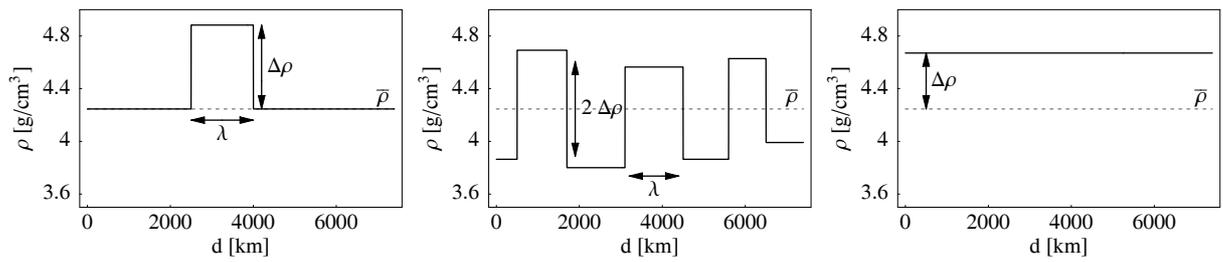


Abbildung 4.3: Drei verschiedene Ansätze für die Modellierung von Materiedichte-Unsicherheiten in Neutrinooszillationen, skizziert für eine Baseline von $L = 7400$ km als Funktion des Abstandes d von der Quelle (Figur aus [105]): eine einzelne Störung (linker Plot), Zufalls-Fluktuationen (mittlerer Plot) und die mittlere Dichte als gemessene Größe (rechter Plot).

Standardabweichungen σ_λ und $\sigma_{\Delta\rho}$ mit einer (abgeschnittenen) Gaußschen Verteilung fluktuieren (für Details: siehe [103]). Aus Karten, wie sie in Abbildung 4.2 gezeigt werden, kann man für diese Parameter „Standardwerte“ abschätzen: $\lambda \sim 2000$ km, $\sigma_\lambda \sim 1500$ km, $\Delta\rho \sim 3\% \bar{\rho}$ und $\sigma_{\Delta\rho} \sim 1\% \bar{\rho}$. Als interessantestes Ergebnis verhalten sich die Zufallsschwankungen qualitativ wie eine einzelne Störung: Der Einfluss auf die Oszillationswahrscheinlichkeiten ist proportional zu Längenskala und Amplitude. Daneben gibt es jedoch Mittelungseffekte, so dass die Fehler in den Appearance-Wahrscheinlichkeiten gegenüber der einzelnen Störung mit gleichem λ und $\Delta\rho$ um einen Faktor zwei bis drei unterdrückt sind, da der Fehler in diesem Modell vor allem durch die Interferenzeffekte in Gleichung (4.4) hervorgerufen wird. Analytisch kann man auch den Limes $\lambda/L_{\text{Materie}}^{\text{osc}} \ll 1$ verstehen: Da in diesem Falle die Fluktuationsskala viel kleiner als die Oszillationslänge in Materie ist, sind die Neutrinooszillationen insensitiv auf die Materiedichteschwankungen und der Fehler in den Oszillationswahrscheinlichkeiten verschwindet [83]. Obwohl dieses Modell der Zufallsschwankungen eine relativ gute Abschätzung für die Fehler produzieren dürfte, ist eine Anwendung in der vollen numerischen Analyse eines Experimentes aufgrund der hohen Rechenzeit auszuschließen. Wir werden daher im nächsten Modell eine dafür adäquatere Beschreibung einführen.

Als letztes Modell wollen wir die Methode vorstellen, die mittlere Materiedichte $\bar{\rho}$ zwar vorgeben, aber innerhalb eines Fehlerintervalls von 5% als freien Parameter zu betrachten. Dieser Ansatz ist in Abbildung 4.3 im rechten Plot skizziert und wurde in [62, 108] in der vollen numerischen Analyse von Long-Baseline-Experimenten verwendet, da er nur einen Materieschritt involviert und daher relativ wenig Rechenzeit benötigt – zum Preis der Einführung einer zusätzlichen Messgröße $\Delta\rho$. Leider kann er jedoch keine Interferenzeffekte berücksichtigen, so dass die gemessene Dichte $\bar{\rho} + \Delta\rho$ eigentlich eine unphysikalische Größe ist und den Effekt des Materieprofils und dessen Unsicherheiten nur approximiert. Als Hauptergebnis bezüglich der Materieunsicherheit ergeben sich drastische Beeinträchtigungen der CP-Messungen [62]. Diese lassen sich auch qualitativ aus Gleichung (4.9) abschätzen: Die Materieunsicherheiten wirken statistisch wie Normierungsunsicherheiten vor allem auf den von der Materiedichte abhängigen ersten Term. Sie werden also Messungen beeinflussen, die nicht durch die Statistik des ersten Terms, also kleine $\sin^2 2\theta_{13}$, limitiert sind. Besonders bei CP-Messungen, die eine genaue Extraktion des zweiten und dritten Terms erfordern, stört diese auf das „Hintergrundrauschen“ vom ersten Term addierte Unsicherheit die Messung in Bereichen, in denen die zweiten und dritten Terme noch klein sind, also für kleine α . Ähnliche Beeinträchtigungen ergeben sich zum Beispiel für die Genauigkeit der Bestimmung von $\sin^2 2\theta_{13}$ für große tatsächliche Werte dieses

Parameters. In dem Fall haben jedoch andere Fehlerquellen einen ähnlich großen Einfluss [62].

Zusammenfassend lässt sich das erste Modell der einzelnen Störung zwar teilweise analytisch lösen, hat aber für praktische Anwendungen nur wenig Einfluss. Außerdem sind seine Anwendungsmöglichkeiten stark beschränkt. Das zweite Modell der Zufalls-Fluktuationen repräsentiert Fluktuationen auf längeren Skalen und zeigt, dass sich durch Interferenzeffekte Nettofehler in den Oszillationswahrscheinlichkeiten ergeben, die jedoch im Vergleich zu einer einzelnen Störung unterdrückt sind. Eine numerische Anwendung in einer umfassenden Analyse eines Long-Baseline-Experimentes kommt jedoch aufgrund der zu hohen Rechenzeit nicht in Frage. Einen Ausweg bietet das dritte Modell der Vorgabe der mittleren Dichte und der Messung der tatsächlichen Dichte als freiem Parameter innerhalb eines 5%-Intervalls. Da sich jedoch die Fluktuationen auf langen Skalen teilweise mitteln, ist die Abschätzung des Fehlers von 5% für $\lambda < L$ eher konservativ zu bewerten. Tatsächlich kann man eine Abbildung zwischen der geschätzten Längenskala der Oszillationen λ im zweiten Modell und dem in der numerischen Analyse erlaubten Fehler der Materiedichte finden und daraus ablesen, welchen Fehler man in der numerischen Analyse für eine bestimmte Baseline verwenden sollte. Daraus ergibt sich ein Fehler von etwa 3.5% auf die mittlere Dichte für Fluktuationen mit unseren Standard-Parameterwerten bei einer Baseline $L = 3\,000$ km [109]. In unseren Analysen verwenden wir diese Technik jedoch mit der konservativeren Abschätzung von 5%.

Kapitel 5

Experimenttypen zur Bestimmung der führenden Oszillationsparameter

Wir haben den allgemeinen Oszillationsformalismus zusammen mit Materieeffekten als Hauptkandidaten für Flavor-Übergänge kennen gelernt. In Abschnitt 3.3 haben wir dann gezeigt, dass Neutrinooszillationen im Wesentlichen durch zwei führende Zwei-Flavor-Oszillationen zusammen mit einigen unterdrückten Drei-Flavor-Effekten beschrieben werden können, wobei diese Aufspaltung aus den allgemeinen Erkenntnissen über Massenhierarchie ($|\Delta m_{31}^2| \gg |\Delta m_{21}^2|$) und Mischung ($\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 0.1$) folgt. Die Zwei-Flavor-Oszillationen werden dabei jeweils durch ein Parameterpaar $(\Delta m_{21}^2, \sin^2 2\theta_{12})$ (solare Oszillationen) oder $(\Delta m_{31}^2, \sin^2 2\theta_{23})$ (atmosphärische Oszillationen) bestimmt. Wir haben des Weiteren im Abschnitt 3.2 gesehen, dass das Δm^2 den L/E -Bereich bestimmt, der eine der führenden Oszillationen selektiert. Daraus ergeben sich verschiedene Experimenttypen für die solaren und atmosphärischen Parameter. Wir werden in diesem Kapitel die wichtigsten dieser Experimenttypen vorstellen, wobei wir insbesondere auf aktuelle Ergebnisse und zukünftige Messungen eingehen werden. Dazu diskutieren wir die solaren Experimente zuerst, da der Bezug der atmosphärischen Experimente zu den darauf folgenden Kapiteln stärker ist.

5.1 Solare Neutrinoexperimente

Unter „solaren Neutrinoexperimenten“ verstehen wir in diesem Abschnitt Experimente, die hauptsächlich sensitiv auf die führenden solaren Parameter Δm_{21}^2 und $\sin^2 2\theta_{12}$ sind. Wir haben festgestellt, dass die entsprechenden Neutrinooszillationen zwischen ν_e und (gleichzeitig) ν_μ und ν_τ stattfinden (vgl. Abschnitt 3.3). Daher sind solare Oszillationsexperimente besonders unter Verwendung von P_{ee} sinnvoll, um den Einfluss von anderen Parametern, die die Mischung zwischen ν_μ und ν_τ beschreiben, zu eliminieren. Für die L/E -Werte ergibt sich dabei mit der Position des ersten Oszillationsmaximums $\Delta m_{21}^2 L/(4E) \simeq \pi/2$ etwa $L[\text{km}]/E[\text{GeV}] \simeq 6\,540 - 24\,350$ im heute bekannten Δm_{21}^2 -Bereich (vgl. Tabelle 3.1). Um also Neutrinooszillationen beobachten zu können, benötigt man entweder sehr lange Baselines oder relativ niedrige Energien. Dabei haben sich vor allem Neutrinoquellen niedriger Energien als praktikabel erwiesen, wobei heute grundsätzlich zwei verschiedene Experimenttypen mit unterschiedlichen Neutrinoquellen zu unterscheiden sind: Experimente mit der Sonne als Neutrinoquelle und Experimente mit Reaktoren als Neutrinoquelle. Für die von beiden Typen produzierten Energien im MeV-Bereich ergeben sich damit Baselines im Bereich von $L \sim 10 \text{ km} - 500 \text{ km}$

im Vakuum. Für die Sonnenneutrinos ist aus diesen Skalen leicht ersichtlich, dass die wesentlichen Oszillationseffekte in der Sonne stattfinden müssen und nicht auf dem Weg von der Sonne zur Erde – eine Tatsache, derer man sich erst seit kurzem sicher ist. Für die Reaktorneutrinos ergeben sich daraus die typischen Entfernungen von Reaktoren, in denen man Detektoren zum Messen solarer Neutrinooszillationen aufstellen sollte.

Historisch gesehen bekamen die solaren Parameter ihren Namen bei dem Versuch, den im Vergleich zum vom SSM („Standard Solar Model“) vorausgesagten, zu niedrigen Elektron-Neutrinofluss der Sonne durch Neutrinooszillationen zu erklären (für einen Überblick zum SSM: siehe [110]). Das Problem dieses zu niedrigen Neutrinoflusses war auch als „solares Neutrinodefizit“ bekannt. Zwei-Parameter-Fits für Δm_{\odot}^2 und $\sin^2 2\theta_{\odot}$ unter Einbeziehung der Materieeffekte in der Sonne und Erde, sowie der Vakuumpropagation zwischen Sonnenoberfläche und Erdoberfläche, ergaben zunächst vier mögliche Regionen im Parameterraum: die sogenannten LMA- („Large Mixing Angle“), SMA- („Small Mixing Angle“), LOW- („LOW Δm^2 “) und VAC- („Vacuum“) Lösungen. Während für die ersten drei die Materieeffekte in der Sonne ein wichtiger Bestandteil waren, war die VAC-Lösung ein Versuch Neutrinooszillationen im Vakuum mit sehr kleinem Δm_{21}^2 zur Erklärung des solaren Neutrinodefizits zu verwenden. Mit dem SNO-Ergebnis bereits favorisiert und vom KamLAND-Experiment bestätigt, wissen wir heute, dass die LMA-Lösung die einzige erlaubte Lösung ist. Wir werden daher nicht mehr auf Details der ausgeschlossenen Lösungen eingehen und nur kurz die Grundlagen und Implikationen der LMA-Lösung beschreiben. Bei ihr finden die Flavor-Übergänge im Wesentlichen in der Sonne im Rahmen von adiabatischen Neutrinooszillationen in Materie statt. Wie im Kapitel 4 kurz beschrieben, variiert dann die Sonnenmateriedichte auf längeren Skalen wie die Oszillationslänge in Materie. Als Folge können die sich durch Diagonalisierung von Gleichung (4.1) ergebenden Masseneigenzustände in Materie adiabatisch dem Materieprofil folgen und die an der Sonnenoberfläche austretenden Neutrinos können als Funktion der Dichten am Produktions- und Austrittsort beschrieben werden. Neutrinooszillationen zwischen Sonnenoberfläche und Erdoberfläche spielen, zum Beispiel aufgrund der endlichen Produktionsregion in der Sonne und dadurch verbundenen Mittelung, kaum eine Rolle. Ebenso wenig wurden bisher Materieeffekte in der Erde für Sonnenneutrinos („Tag-Nacht-Effekt“) beobachtet, da die entsprechenden Energien zu weit von für Resonanzeffekte in der Erde relevanten Werten entfernt sind. Bedeutend ist die Verifizierung der LMA-Lösung vor allem für Drei-Flavor-Effekte. Wie im Abschnitt 3.3 beschrieben, können diese nur dann beobachtet werden, wenn weder die Kopplung $\sin^2 2\theta_{13}$ zu klein ist, noch die Massenquadratdifferenzen Δm_{31}^2 und Δm_{21}^2 um zu viele Größenordnungen verschieden sind. Mit der LMA-Lösung ist zumindest letzteres gewährleistet. Eine andere Konsequenz der LMA-Lösung ist die indirekte Verifizierung der Materieeffekte in der Sonne, da die VAC-Lösung auf hohem Konfidenzlevel zurückgewiesen werden kann. Die aktuellen Werte für die LMA-Parameter können der Tabelle 3.1 entnommen werden, wobei die LMA-Region nach heutigen Erkenntnissen unterhalb eines bestimmten Konfidenzlevels in zwei Subregionen mit unterschiedlichen Best-Fit-Werten unterteilt werden kann: LMA-I (mit $\Delta m_{21}^2 \simeq 6.9 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$) und LMA-II (mit $\Delta m_{21}^2 \simeq 1.4 \cdot 10^{-4} \text{ eV}^2$).

Die beiden wichtigsten solaren Experimente in jüngerer Vergangenheit sind für die Sonne als Neutrinoquelle das SNO- („Sudbury Neutrino Observatory“) Experiment [37, 111] und für Reaktoren als Neutrinoquellen das KamLAND- („KAMioka Liquid scintillator Anti-Neutrino Detector“) Experiment [11]. Im Folgenden werden wir vor allem anhand dieser Experimente die Charakteristika von Experimenten mit beiden Arten von Neutrinoquellen erläutern und die Ergebnisse dieser Experimente kurz diskutieren.

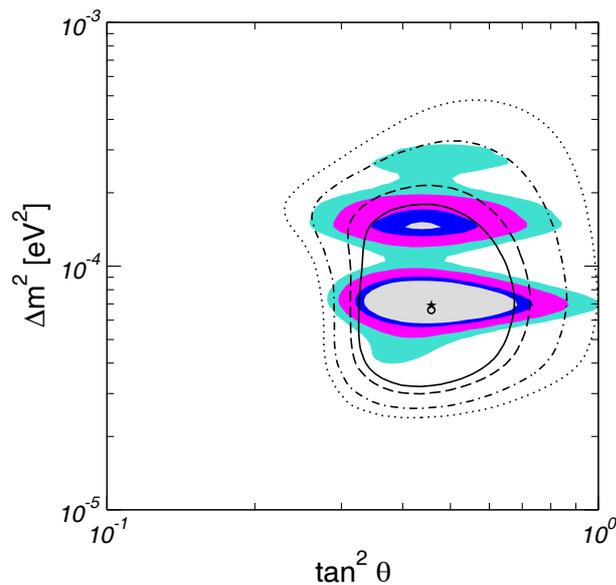


Abbildung 5.1: Der kombinierte Fit aller solaren Experimente und des CHOOZ-Experiments mit (gefüllte Konturen) und ohne (ungefüllte Konturen) KamLAND-Experiment als Funktion von $\tan^2 \theta \simeq \tan^2 \theta_{12}$ und $\Delta m^2 \simeq \Delta m_{21}^2$ (Figur aus [52]). Die Konturen entsprechen (von innen nach außen) dem 90%-, 95%-, 99%- und 99.73%-Konfidenzlevel. Die ungefüllten Konturen repräsentieren die LMA-Region vor dem KamLAND-Ergebnis, die gefüllten Konturen die LMA-I- (untere) und LMA-II- (obere) Region danach.

Experimente mit Sonnenneutrinos

Die meisten Experimente zur Bestimmung der führenden solaren Parameter waren bisher Experimente mit Sonnenneutrinos – daher kommt auch die Bezeichnung „solare“ Parameter. Die Sonne wird dabei als natürliche Neutrinoquelle benutzt, wobei die Fusionsreaktionen im Inneren der Sonne Elektron-Neutrinos mit einem relativ genau berechenbaren Energiespektrum produzieren. Das zugrunde liegende Modell für die Berechnung der solaren Neutrinoflüsse ist das bereits erwähnte „Standard Solar Model“ (SSM). Wir werden hier nicht auf Details dieses Modells eingehen – es stellt sich jedoch heraus, dass die von verschiedenen Kernreaktionen produzierten Neutrinos Energiespektren haben, die bei einer bestimmten Energie nach oben hin abgeschnitten sind (oder sogar nur Linien sind). Besonders viele Neutrinos werden daher bei sehr niedrigen Energien produziert, und es ist eine spezielle Herausforderung für den Bau von Sonnenneutrino-Detektoren einen besonders niedrigen Energie-Schwellwert zu erreichen. Ein Nachteil der Benutzung der Sonne als Neutrinoquelle sind Unsicherheiten im SSM, welche sich auf die Bestimmung der solaren Parameter auswirken. Das wichtigste Experiment mit Sonnenneutrinos in jüngerer Zeit ist das bereits erwähnte SNO-Experiment. Neben einer Messung des Spektrums der Elektron-Neutrinos mit charged-current-Reaktionen sorgten in diesem Experiment vor allem die neutral-current-Reaktionen, die an alle Neutrino-Flavors gleichmäßig koppeln, für wichtige Ergebnisse: Erstens stimmt der gemessene Neutrinofluss mit dem vom SSM berechneten im Rahmen der Messgenauigkeit überein, so dass das SSM als akkurate Beschreibung der Vorgänge im Sonneninneren angesehen werden kann. Zweitens gehen keine Neutrinos verloren, das solare Neutrino Defizit kann also wirklich durch (im Rahmen der Messgenauigkeit)

unitäre Drei-Flavor-Neutrinooszillationen beschrieben werden¹. Die Beimischung steriler Neutrinos und anderer unitaritätsverletzender Komponenten muss also klein sein. Drittens wurde die LMA-Lösung favorisiert, eine Information, die besonders aus der spektralen Information der charged-current-Reaktionen kommt. Abbildung 5.1 zeigt mit den ungefüllten Konturen die LMA-Region nach dem SNO-, aber vor dem KamLAND-Ergebnis. Neben dem SNO-Experiment haben viele andere Experimente zur Messung solarer Neutrinos beigetragen, wie zum Beispiel die Homestake-, SAGE-, GALLEX-, Kamiokande- und Super-Kamiokande-Experimente. Ferner sind zukünftige Experimente oder Folgeexperimente geplant oder in Betrieb, wie zum Beispiel BOREXINO, GNO und Homestake (neues ¹²⁷I-Experiment), die im Wesentlichen auf die Detektion von Neutrinos niedrigerer Energien oder eine bessere Zeitauflösung des solaren Flusses ausgerichtet sind.

Experimente mit Reaktorneutrinos

Aufgrund der für solare Neutrinooszillationen typischen L/E -Werte und der für Reaktorneutrinos typischen Energien $E \sim 2 \text{ MeV} - 8 \text{ MeV}$ bieten sich Reaktoren als künstliche Neutrinoquellen in Zusammenhang mit Baselines von etwa 10 km bis 500 km (abhängig vom solaren Δm_{21}^2) an, um die führenden solaren Parameter besser bestimmen zu können. Da künstliche Neutrinoquellen in der Regel besser verstanden und mit weniger Unsicherheiten versehen sind als natürliche, sind durch ein derartiges Experiment relativ genaue Messungen möglich. Der bisher einzige Repräsentant dieser Kategorie ist das KamLAND-Experiment, welches eine Anhäufung von Reaktoren in Japan als Hauptquelle für die Reaktorneutrinos verwendet, die mit einer durchschnittlichen Baseline von $L \sim 180 \text{ km}$ vom Detektor entfernt sind. Es handelt sich hierbei also um ein reaktorbasiertes Long-Baseline-Experiment im Sinne unserer Definition. Das KamLAND-Experiment hat die LMA-Lösung im Dezember 2002 als einzige Lösung des solaren Neutrinoproblems bestätigt [11] und die LMA-Region (abhängig vom Konfidenzlevel) in die LMA-I- und LMA-II-Bereiche unterteilt (vgl. Abbildung 5.1, gefüllte Konturen). Diese Struktur wird im Wesentlichen durch die SNO- und KamLAND-Experimente bestimmt [112] und durch eine bessere Statistik des KamLAND-Experimentes aufgelöst werden können, wobei auch andere solare Experimente zur Verbesserung der Genauigkeit beitragen. Ein neuer Reaktor, der etwa 2006 in Betrieb gehen soll, befindet sich dabei bei einer dafür sehr günstigen Baseline für das KamLAND-Experiment. Das Bild der solaren Neutrinooszillationen ist damit vollständig, wenn auch noch nicht sehr präzise. Wir werden später sehen, dass gerade die Unterscheidung von LMA-I und LMA-II bedeutend für die Fähigkeit beschleunigerbasierter Long-Baseline-Experimente ist, die Drei-Flavor-Effekte messen zu können, denn diese Unterscheidung bestimmt die Größe des Hierarchieparameters α in Gleichung (3.9). Ein anderer wichtiger Punkt ist die Genauigkeit der Bestimmung von θ_{12} , die bisher, wie man aus Abbildung 5.1 entnehmen kann, noch nicht besonders hoch ist. Man kann zeigen, dass eine bessere Statistik des KamLAND-Experimentes dazu leider nicht viel beitragen kann, aber dafür zum Beispiel eine verbesserte Genauigkeit der neutral-current-Messung des SNO-Experimentes [10]. Dazu alternative Optionen werden zukünftig noch weiteren Diskussionsbedarf liefern.

¹Für Präzisions-Unitaritätstests eignet sich die Sonne als Neutrinoquelle nicht, da sie als natürliche Neutrinoquelle zu viele Unsicherheiten beinhaltet, wie zum Beispiel die Normierungsunsicherheiten der einzelnen Neutrinoflüsse.

5.2 Atmosphärische Neutrinoexperimente

In diesem Abschnitt werden wir die wichtigsten Typen von atmosphärischen Neutrinoexperimenten einführen, wobei wir darunter Experimente verstehen, welche als führende Parameter hauptsächlich auf die atmosphärischen Parameter Δm_{31}^2 und θ_{23} sensitiv sind. In Abschnitt 3.3 haben wir gezeigt, dass atmosphärische Neutrinooszillationen im Wesentlichen zwischen ν_μ und ν_τ stattfinden. Da die Tau-Neutrinos bisher nur sehr schwer nachweisbar sind, benutzen atmosphärische Neutrinoexperimente in der Regel die Detektion von Myon-Neutrinos zur Messung der führenden atmosphärischen Parameter. Dazu kommen zum Beispiel bei beschleunigerbasierten Long-Baseline-Experimenten die $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ -Kanäle, die ein direktes Maß für Drei-Flavor-Effekte sind, da sie in führender Ordnung in atmosphärischen Zwei-Flavor-Oszillationen nicht vorhanden sind. Für die zum atmosphärischen Δm_{31}^2 gehörenden L/E -Werte ergibt sich etwa $L[\text{km}]/E[\text{GeV}] \simeq 250 - 1\,240$ im heute bekannten Δm_{31}^2 -Bereich (vgl. Tabelle 3.1). Besonders die in der Atmosphäre produzierten Neutrinos im GeV-Bereich bieten daher eine interessante natürliche Neutrinoquelle, die auch den atmosphärischen Neutrinoparametern ihren Namen gab. Die von der Seite und von unten durch die Erde kommenden Neutrinos mit den entsprechenden Baselines können dabei leichter vom Hintergrund unterschieden werden als die direkt von oben kommenden mit kurzen Baselines. Als künstliche Neutrinoquellen sind, zur besseren Bestimmung der führenden atmosphärischen Parameter und von Drei-Flavor-Effekten, im Wesentlichen drei Generationen von Beamexperimenten im Gespräch: konventionelle Beams, Superbeams, und Neutrino Fabriken. Die meisten dieser Experimente benutzen ebenfalls Neutrinos im GeV-Bereich aufgrund der (relativ) hohen Wirkungsquerschnitte und messen die führenden atmosphärischen Parameter über das Verschwinden von Myon-Neutrinos, den Disappearance-Kanal aus Gleichung (3.10). Dabei werden an einem Beschleuniger durch Zerfälle künstlich produzierte Neutrinos mit Baselines von etwa 300 km – 8 000 km durch die Erde auf einen Detektor gerichtet.

Wir werden in diesem Abschnitt zunächst kurz das Potenzial und die Ergebnisse der wichtigsten Klassen aktueller Experimente, Super-Kamiokande und konventionelle Beams, aufzeigen und anschließend die Generationen der Superbeams und Neutrino Fabriken als zukünftige Long-Baseline-Experimente einführen. Dabei werden wir jeweils Repräsentanten definieren, welche wir später zur Demonstration des Potenzials für die Messung von Drei-Flavor-Effekten wiederverwenden werden und kurz deren Simulationen beschreiben. Alle besprochenen Experimentklassen sind mit den zugehörigen Repräsentanten auch in Tabelle 5.1 aufgeführt, welche die Genauigkeit der Bestimmung der atmosphärischen Parameter zusammenfasst. Diese Tabelle ist jedoch mit Vorsicht zu verwenden, da die einzelnen Fehler aus verschiedenen Quellen mit verschiedenen Analysen und zum Teil auch verschiedenen Parameterwerten stammen und daher nur als „educated guess“ betrachtet werden können. Alternativ zu Superbeams und Neutrino Fabriken sind andere Methoden zur Präzisionsmessung der führenden atmosphärischen Parameter zwar prinzipiell möglich, aus verschiedenen Gründen werden die bisher vorgeschlagenen Alternativen jedoch nicht dauerhaft mit den Superbeams und Neutrino Fabriken konkurrieren können. Wir werden daher im Folgenden nicht näher auf diese Alternativen eingehen.

Super-Kamiokande und konventionelle Beams

Ursprünglich verdanken die atmosphärischen Neutrinooszillationen ihren Namen den in der Atmosphäre produzierten Neutrinos. Dabei entstehen Pionen durch Reaktionen kosmischer Strahlung mit Luft, welche wiederum in Myonen zerfallen, die Elektron- und Myon-Neutrinos und

Experimenttyp	Zeitskala	Repräsentant	$\delta(\Delta m_{31}^2)$	$\delta(\sin^2 2\theta_{23})$	Referenz
Atmosphärisch	\lesssim 2005	Super-Kamiokande	$\sim 110\%$	$\sim 15\%$	[113]
Konvent. Beam	\lesssim 2010	K2K	$\sim 10\%$	$\sim 50\%$	[114]
		MINOS	$\sim 20\%$	$\sim 15\%$	[113]
Superbeam	\lesssim 2015	JHF-SK	$\sim 3\%$	$\sim 1\%$	[115]
		NuMI	$\sim 3\%$	$\sim 1\%$	[116]
Superbeam-Upgr.	\gtrsim 2015	JHF-HK	$\sim 0.7\%$	$\sim 0.4\%$	-
NeutrinoFabrik	\gtrsim 2020	NuFact-I	$\sim 1\%$	$\sim 1\%$	[55]
	\gtrsim 2025	NuFact-II	$\sim 0.2\%$	$\sim 0.4\%$	[55]

Tabelle 5.1: Experimenttypen zur Bestimmung der führenden atmosphärischen Parameter, ungefähre Zeitskalen für deren Operation, Repräsentanten der Experimenttypen (Beispiele), relative Fehler in Δm_{31}^2 und $\sin^2 2\theta_{23}$ (volle Breite), sowie die entsprechende Referenz, aus der die Fehler stammen. Die angegebenen Fehler sind in der Regel auf 1σ - oder 90% -Konfidenzlevel in der Nähe der momentanen Best-Fit-Werte (vgl. Tabelle 3.1) aus den entsprechenden Referenzen abgelesen (und im Falle von JHF-HK mit Hilfe unserer Software extrapoliert). Da sie jedoch auch von den Laufzeiten und anderen Parametern der Experimente, sowie von der jeweilig verwendeten Analysetechnik (zum Beispiel Einbeziehung von Systematik und Korrelationen) abhängen, sind sie nur als grobe Abschätzung zu verstehen.

Antineutrinos produzieren können. Die Atmosphäre wird so zur natürlichen Neutrinoquelle für hochenergetische Neutrinos im sub- und multi-GeV-Bereich. Probleme ergeben sich dabei, wie bei allen natürlichen Neutrinoquellen, aus der nicht exakten Kenntnis der Neutrinoquelle und, in diesem Fall, aus der räumlichen Verteilung oberhalb der gesamten Erdoberfläche. Da sehr viele verschiedene Baselines gleichzeitig wirken, ist eine möglichst gute Richtungsauflösung des Detektors notwendig um Oszillationseffekte extrahieren zu können. Der bisher erfolgreichste Detektor für atmosphärische Neutrinos ist der Super-Kamiokande-Detektor in Japan [117]. Leider sind Ende 2001 viele der Fotomultiplier durch eine Kettenreaktion implodiert, so dass dieser momentan nur mit einer reduzierten Fotomultiplier-Abdeckung betrieben wird. Eine Rückkehr zur alten Leistungsfähigkeit ist jedoch geplant. Wie Tabelle 3.1 zeigt, ist die Super-Kamiokande-Messung noch relativ ungenau im Vergleich zu Experimenten neuerer Generationen. Eine Optimierung der neueren Experimente zum Erreichen der angestrebten Genauigkeiten wäre jedoch ohne das Super-Kamiokande-Experiment nicht möglich gewesen.

Konventionelle Beams sind die nächste Generation atmosphärischer Neutrinoexperimente, wobei die genauere Bestimmung der atmosphärischen Parameter die Hauptanwendung ist. Sie verwenden in der Regel einen hochintensiven Protonstrahl, welcher auf ein massives Ziel (Target) gerichtet wird und dort einen Pionstrahl produziert. Die Pionen zerfallen in Neutrinos und bilden einen Myon-Neutrinostrahl², der jedoch aufgrund des hadronischen Zerfalls etwas mit Elektron-Neutrinos kontaminiert ist. Die Genauigkeit, mit der diese Kontamination bekannt ist, limitiert meist das Potenzial der Beams. Derartige Beams sind derzeit bereits in Betrieb, wie der K2K-Beam in Japan [114, 118], oder geplant oder im Bau, wie der FNAL-MINOS-Beam in den USA [113, 119] oder der CERN-Gran Sasso-Beam (CNGS) in Europa [120, 121]. Letzterer soll mit den ICARUS- [122] und OPERA- [123] Detektoren zur gezielten Detektion von Tau-Neutrinos das Bild der atmosphärischen Oszillationen abrunden. Tabelle 3.1 fasst die angestrebten Ergebnisse für die führenden atmosphärischen Parameter für zwei der konventionellen Beam-Experimente zusammen.

²Oder, bei umgekehrter Polarität im Linsensystem, einen Myon-Antineutrinostrahl.

Experimenttyp	Repräsentant	Detektor	m/kt	t_ν/yr	$t_{\bar{\nu}}/\text{yr}$	L/km	P/MW
Superbeam	JHF-SK	Wasser-Cherenkov	22.5	5	0	295	0.75
Superbeam	NuMI	low-Z-Kalorimeter	17	5	0	712	0.4
Superbeam-Upgrade	JHF-HK	Wasser-Cherenkov	1 000	2	6	295	4
Neutrinofabrik	NuFact-I	Magn. Eisen-Kalorimeter	10	2.5	2.5	3 000	0.75
Neutrinofabrik	NuFact-II	Magn. Eisen-Kalorimeter	50	4	4	3 000	4

Tabelle 5.2: Die Standardkonfigurationen der in dieser Arbeit am häufigsten verwendeten Repräsentanten zukünftiger beschleunigerbasierter Long-Baseline-Experimente. Die Tabelle listet den Experimenttyp, den Repräsentanten, die verwendete Detektortechnologie, die fiduzielle Masse des Detektors m , die Laufzeit mit Neutrinos t_ν , die (zusätzliche) Laufzeit mit Antineutrinos $t_{\bar{\nu}}$, die Baseline L und die Target-Leistung P auf. Die Target-Leistung entspricht bei den Neutrinofabriken etwa 10^{20} (NuFact-I) und $5.3 \cdot 10^{20}$ (NuFact-II) nützlichen Myonzerfällen pro Jahr.

Superbeams

Superbeams [64, 115, 116, 124–135] sind geplante, auf der Technologie von konventionellen Beams basierende Long-Baseline-Experimente, die aufgrund des technischen Standes in diesem Gebiet innerhalb der nächsten Dekade realisiert werden könnten. Im Vergleich zu konventionellen Beams operieren sie mit einer höheren Protonstrahlintensität, die sehr nahe an der mechanischen Stabilitätsgrenze des Targets liegt. Die dabei produzierte thermische Leistung ist typischerweise im Bereich von 0.7 MW bis 4 MW. Eine interessante, häufig vorgeschlagene Anwendung der höheren Protonstrahlintensität ist die sogenannte „off-axis“-Technologie [136], bei der der Detektor einige Kilometer neben der Strahlachse platziert wird. Durch die Zerfallskinetik der Pionen wird dadurch zwar der totale Neutrinofluss reduziert, aber gleichzeitig die Kontamination mit Elektron-Neutrinos überproportional unterdrückt. Derzeit existieren mehrere Vorschläge, Superbeams in Japan [115], den USA [116, 133, 135] oder Europa [125] zu bauen. Neben dem $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ -Kanal zur Messung der führenden atmosphärischen Parameter ist der $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ -Appearance-Kanal zur Bestimmung der unterdrückten Parameter ein interessanter Kanal für Superbeams. Ein Superbeam-Detektor sollte daher sehr gut Elektron- und Myon-Ereignisse von geladenen Strömen separieren können und die flavor-blinden Ereignisse von neutralen Strömen gut zurückweisen können. Bei einer niedrigen Anzahl detektierter Ereignisse limitiert vor allem die Größe der Elektron-Neutrino-Kontamination selbst die Messungen, während bei hoher Statistik das unzureichende Wissen über deren Größe die Messungen beeinträchtigt. Daher wird oft die Einbeziehung eines „near“-Detektors nahe an der Quelle vorgeschlagen, welcher hilft, neben dem Hintergrund auch andere systematische Fehler zu kontrollieren (siehe zum Beispiel [137]).

In dieser Arbeit werden wir zwei der in der Planung am weitesten fortgeschrittenen Repräsentanten der Superbeams verwenden: den JHF- nach Super-Kamiokande-Superbeam (JHF-SK) in Japan [115] und den NuMI-Superbeam (NuMI) vom Fermilab nach Soudan in den USA [116], welche beide im ähnlichen Bereich von $L/E \sim 350 \text{ km/GeV}$ operieren. Der japanische Superbeam produziert dabei Neutrinos mit einer mittleren Energie von 0.76 GeV und operiert bei einer Baseline von 295 km mit einem off-axis-Winkel von 2° . Da in diesem Ener-

giebereich quasielastische Streuung der dominierende Detektionsprozess ist, verwendet er einen Cherenkov-Detektor. Der amerikanische Superbeam operiert dagegen mit einer mittleren Energie von 2.22 GeV bei einer Baseline von 712 km mit einem off-axis-Winkel von 0.72° . In diesem Energiebereich spielt inelastische Streuung im Wirkungsquerschnitt eine größere Rolle, so dass ein low-Z-Kalorimeter (Detektormaterial mit niedrigerer Kernladungszahl) zur besseren Messung des hadronischen Teils des Wirkungsquerschnitts verwendet wird. Zusätzlich kann diese Detektortechnologie besser Reaktionen mit neutralen Strömen unterscheiden. Materieeffekte sind für JHF-SK aufgrund der kurzen Baseline irrelevant, bei NuMI tragen sie jedoch etwas zur Verstärkung des Appearance-Kanals bei. Insgesamt haben beide Experimente trotz unterschiedlicher Konfigurationen relativ ähnliche Signal- und Hintergrundraten im Appearance-Signal, die jedoch unterschiedlich auf die einzelnen Terme in Gleichung (4.9) verteilt sind: bei NuMI wird vor allem der erste Term durch Materieeffekte modifiziert, so dass NuMI eher für die Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 geeignet ist, bei JHF-SK tragen dagegen die CP-sensitiven zweiten und dritten Terme stärker zur gesamten Appearance-Rate bei. In Tabelle 5.2 sind die Parameterwerte für die wichtigsten Parameter aus den Experimentvorschlägen [115] und [116] zusammengefasst, welche uns zukünftig als Standardwerte dienen werden – etwaige Modifikationen dieser Szenarien werden wir explizit diskutieren. Daneben sind in Tabelle 5.1 die erwarteten Präzisionen für die führenden atmosphärischen Parameter angegeben.

Da wir später auch die Fähigkeiten der Superbeams zur Messung der unterdrückten Parameter untersuchen und vergleichen wollen, benutzen wir eine eigene Simulation. Dabei verwenden wir die in den Anhängen A, B und C von [62] beschriebene χ^2 -Methode. Dort und in [108] finden sich auch alle Details zu den Beam- und Detektorsimulationen. Neben den in diesen Referenzen beschriebenen systematischen Fehlern beziehen wir die in Abschnitt 3.5 eingeführten Parameterkorrelationen und -entartungen in unsere Analysen ein und verwenden die in Abschnitt 4.2 beschriebene Methode zur Modellierung der Materieunsicherheiten, bei der wir die mittlere Materiedichte messen, wobei wir einen Fehler der mittleren Materiedichte von 5% (siehe dort) verwenden. Die solaren Parameter beschränken wir auf 15% Genauigkeit, welche wir vom KamLAND-Experiment innerhalb der nächsten Jahren erwarten [138, 139].

Die beschriebenen JHF-SK- und NuMI-Setups stellen die erste Generation der Superbeam-Experimente dar. Es gibt jedoch auch Pläne, diese später zu erweitern und „Superbeam-Upgrades“ mit höheren Protonflüssen und damit verbundenen thermalen Leistungen des Targets, sowie größeren Detektoren zu bauen. Eine Möglichkeit ist das in [115] beschriebene JHF nach Hyper-Kamiokande-Szenario (JHF-HK). Neben einer thermalen Target-Leistung von 4 MW, welche hohe Anforderungen an die Kühlung des Targets stellt, verwendet es einen Megatonnen-Wasser-Cherenkov-Detektor und längere Laufzeiten (vgl. Tabelle 5.2). Im Rahmen der durch die Superbeams gegebenen physikalischen Möglichkeiten stellt JHF-HK die Obergrenze des wahrscheinlich Erreichbaren dar. Das Spektrum der Superbeams ergibt sich somit zwischen den Experimenten der ersten Generation, wie JHF-SK und NuMI, und andererseits den „High-end-Upgrades“, wie JHF-HK. Um das Potenzial der Superbeams mit anderen Experimenttypen vergleichen zu können, müssen wir deswegen auch ähnliche Experimente im vergleichbaren zeitlichen und finanziellen Rahmen diskutieren. Wir werden daher auch bei Neutrinfabriken ein Experiment der ersten Generation und ein relativ anspruchsvolles Upgrade definieren, welche ähnliche Anforderungen im technischen und zeitlichen Rahmen erfordern wie die entsprechenden Superbeams.

Neutrino Fabriken

Neutrino Fabriken [55, 58, 60, 61, 65, 90, 92, 140–148] sind zukünftige Hochpräzisionsinstrumente zur Messung der Oszillationsparameter. Sie verwenden teilweise eine ähnliche Technik wie Superbeams, wie zur Produktion der Pionen. Diese zerfallen in Myonen, welche dann gesammelt, gekühlt und kurz darauf wieder beschleunigt werden – eine der größten technischen Herausforderungen beim Bau einer Neutrino Fabrik. Die Myonen zerfallen schließlich in langen geraden Stücken eines Speicherrings und produzieren ein aufgrund des leptonen Zerfalls genau berechenbares Spektrum an gleichen Zahlen von Myon-Neutrinos und Elektron-Antineutrinos. Aufgrund der Geometrie des Speicherrings mit mehreren geraden Sektionen ergeben sich daraus natürlicherweise mindestens zwei mögliche Baselines für eine Neutrino Fabrik. Ebenso wie Myonen kann man Antimyonen speichern und erhält so den CP-konjugierten Strahl, der, bei symmetrischer Operation mit gleicher Laufzeit wie der Strahl aus Myonen, zu einer drastischen Reduktion vieler Fehlerquellen und systematischer Effekte benutzt werden kann. Aufgrund der unterschiedlichen Polarität der produzierten Elektron- und Myon-Neutrinos können bei hoher Ladungstrennungseffizienz des Detektors die Appearance- und Disappearance-Kanäle leicht unterschieden werden. Da die dominante Wechselwirkung im Detektor bei den für Neutrino Fabriken relevanten Myonenergien im Bereich von etwa 20 GeV bis 50 GeV tiefinelastische Streuung ist, bieten sich magnetisierte Eisen-Kalorimeter mit einer guten Energieauflösung der hadronischen Energieeinlagerung als Detektoren an.

In dieser Arbeit verwenden wir zwei Repräsentanten der Neutrino Fabrik, welche, ähnlich zu den Superbeams, die Neutrino Fabrik im vergleichbaren Rahmen repräsentieren: eine Neutrino Fabrik, wie sie in der ersten Generation aussehen könnte (NuFact-I) und eine fortgeschrittene Neutrino Fabrik (NuFact-II). Beide operieren standardmäßig mit einer Myonenergie von 50 GeV bei einer Baseline von 3000 km, Parameterwerte, die bereits von vielen Quellen für die meisten Messungen für gut befunden wurden. Für die Target-Leistung, Laufzeiten und Detektorgrößen machen wir zu den Superbeams vergleichbare Annahmen (siehe Tabelle 5.2), wobei die Detektormassen aufgrund der unterschiedlichen Technologien nicht direkt vergleichbar sind und nur in einem ähnlichen Rahmen innerhalb der technischen Realisierbarkeit definiert werden können. Tatsächlich ist der Luminositätsgewinn von JHF-SK nach JHF-HK etwa um den Faktor zwei höher als der von NuFact-I nach NuFact-II. Die Simulation der Neutrino Fabriken führen wir analog zu den Superbeams durch, wie in [62] ausführlich diskutiert. Tabelle 5.1 zeigt in etwa die Größenordnung der erwarteten Ergebnisse für die führenden atmosphärischen Parameter an den beiden Repräsentanten der Neutrino Fabrik, welche jedoch sehr stark von den erreichbaren Normierungsunsicherheiten abhängen.

In den nächsten Kapiteln werden wir sehen, dass Superbeams und Neutrino Fabriken nicht nur die führenden atmosphärischen Parameter sehr genau messen können, denn ihr wirklich interessante Potenzial liegt im Bereich der Drei-Flavor-Effekte. Tatsächlich wird heute deren Studium als Rechtfertigung für die Planung und den Bau von Superbeams und Neutrino Fabriken benutzt.

Kapitel 6

Obere Grenzen für die Kopplung solarer und atmosphärischer Oszillationen

Bisher haben wir, ausgehend von Neutrinooszillationen als führendem Effekt für Flavor-Übergänge, die dominierenden solaren und atmosphärischen Zwei-Flavor-Neutrinooszillationen diskutiert. Außerdem haben wir gezeigt, dass diese Beschreibung mit getrennten Zwei-Flavor-Oszillationen für $\sin^2 2\theta_{13} \rightarrow 0$ ausreichend ist, eine Annahme, die in erster Näherung aufgrund des CHOOZ-Ergebnisses gerechtfertigt ist. Als sehr interessante Effekte haben wir die unterdrückten Drei-Flavor-Effekte identifiziert, die nur bei nichtverschwindender Kopplung solarer und atmosphärischer Oszillationen mittels eines genügend großen Wertes $\sin^2 2\theta_{13} > 0$ beobachtbar sind. Das Auffinden des tatsächlichen Wertes von $\sin^2 2\theta_{13}$ ist also der Schlüssel zur Beobachtung aller unterdrückten Parameter. In diesem Kapitel werden wir uns daher vor allem mit der Frage beschäftigen, wie man $\sin^2 2\theta_{13}$ experimentell von Null unterscheiden kann um Drei-Flavor-Effekte im Sinne unserer Definition, abhängig vom gefundenen Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$, prinzipiell beobachten zu können. Dazu ist die Einführung des Begriffes des „Sensitivitätslimits“ von $\sin^2 2\theta_{13}$ nützlich, welches für ein Experiment den größten Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ angibt, der auf einem bestimmten Konfidenzlevel nicht von $\sin^2 2\theta_{13} = 0$ (in diesem Fall die Nullhypothese) unterschieden werden kann. Gemäß dieser Definition müssen auch alle entarteten Lösungen bei der Berechnung des Sensitivitätslimits berücksichtigt werden. Das Sensitivitätslimit von $\sin^2 2\theta_{13}$ markiert also die Grenze, oberhalb derer ein Experiment den tatsächlichen, von der Natur realisierten Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ garantiert finden wird. Daneben ist eine weitere interessante Frage die nach der Genauigkeit, mit der man $\sin^2 2\theta_{13}$ messen kann. Da dieses Problem jedoch erst dann relevant wird, wenn $\sin^2 2\theta_{13} > 0$ gefunden ist, ist es hier von sekundärem Interesse. Wir werden uns daher in diesem Kapitel auf das Sensitivitätslimit konzentrieren und verweisen für die Genauigkeitsmessung zum Beispiel auf [62, 149]. Dazu werden wir zunächst konventionelle Reaktorexperimente und Beams diskutieren, die das momentane Sensitivitätslimit von $\sin^2 2\theta_{13}$ ergeben haben und noch etwas verbessern könnten. Präzisere Messungen werden jedoch vor allem mit zukünftigen Long-Baseline-Experimenten möglich sein, so dass deren wirkliches Potenzial bei diesem Parameter beginnt. Wir werden insbesondere zeigen, dass neue Reaktorexperimente mit Nah- und Ferndetektoren auf relativ kurzen Zeitskalen sehr gute Ergebnisse liefern könnten, welche wir im Sinne unserer Definition auch als Long-Baseline-Experimente behandeln. Für Sensitivitätslimits unterhalb von $\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 10^{-2}$ werden wir jedoch beschleunigerbasierte Long-Baseline-Experimente benötigen.

Repräsentant	Integrierte Luminosität	Detektor-Äquivalent
Reactor-I	400 t GW y	4 × CHOOZ
Reactor-II	8 000 t GW y	KamLAND

Tabelle 6.1: Die in dieser Arbeit verwendeten Repräsentanten für Reaktorexperimente. Die Tabelle zeigt jeweils den Namen des Repräsentanten, die integrierte Luminosität in Einheiten der Detektormasse des Ferndetektors [Tonnen] \times thermische Reaktorleistung [Gigawatt] \times Laufzeit [Jahre] und das Äquivalent des verwendeten Detektors bei einer thermischen Beispiel-Reaktorleistung von 10 Gigawatt und einer Beispiel-Laufzeit von zwei Jahren.

6.1 Konventionelle Reaktorexperimente und Beams

Das wichtigste Ergebnis für $\sin^2 2\theta_{13}$ lieferte bisher das CHOOZ-Experiment [53, 54], ein Reaktorexperiment, das in einem Reaktor produzierte Elektron-Antineutrinos nach einer relativ kurzen Baseline $L \sim 1$ km nachweist. Für derartig kurze Baselines verschwinden die solaren Neutrinooszillationen in Gleichung (3.8), und $P_{\bar{e}\bar{e}} \rightarrow 1$ für $\sin^2 2\theta_{13} \rightarrow 0$ (vgl. Abschnitt 3.3), so dass $P_{\bar{e}\bar{e}} < 1$ ein direktes Maß für $\sin^2 2\theta_{13}$ wird. Für $\sin^2 2\theta_{13} > 0$ und genügend kleine $\Delta_{21} \ll 1$ kann man zeigen, dass in erster Näherung aus Gleichung (3.4)

$$P_{\bar{e}\bar{e}} \simeq 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \quad (6.1)$$

folgt, also eine effektive Zwei-Flavor-Neutrinooszillation, die durch $\sin^2 2\theta_{13}$ und Δm_{31}^2 beschrieben wird. Aus der mittleren Energie der Reaktorneutrinos (~ 3 MeV) und dem Best-Fit-Wert für das atmosphärische Δm_{31}^2 (vgl. Tabelle 3.1) ergibt sich daraus die Position des ersten Oszillationsmaximums $L \sim 1$ km, so dass der typische Abstand für derartige Reaktorexperimente im Kilometerbereich liegt. Das CHOOZ-Experiment hat $P_{\bar{e}\bar{e}} \simeq 1$ gemessen und aus dem Messfehler eine Grenze $\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 0.1$ gefolgert, wir wissen also seither, dass die Kopplung $\sin^2 2\theta_{13}$ zwischen solaren und atmosphärischen Neutrinooszillationen klein ist.

Im Abschnitt 5.2 haben wir die Klasse der momentan operierenden oder im Bau befindlichen konventionellen Beams kennen gelernt, welche vor allem zur Bestimmung der führenden atmosphärischen Parameter konzipiert sind. Auch diese sind auf $\sin^2 2\theta_{13}$ über den $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ -Appearance-Kanal sensitiv, wie zum Beispiel das MINOS-Experiment. Dabei wird eine leichte Verbesserung des CHOOZ-Limits prognostiziert [113], die jedoch in einer vollen Analyse inklusive Korrelationen und Entartungen nur marginal ist [150, 151].

6.2 Reaktorexperimente mit Nah- und Ferndetektoren

Eine interessante Alternative zu Superbeams, um $\sin^2 2\theta_{13}$ auf vergleichbaren Zeitskalen bestimmen zu können, wurde in [149, 152, 153] vorgeschlagen: ein Reaktorexperiment, das durch die Kombination zweier baugleicher Nah- und Ferndetektoren systematische Fehler, wie Flusunsicherheiten, reduzieren kann. Wir verwenden zu dessen Simulation die beiden in Tabelle 6.1 definierten Setups, welche mit ihren dort definierten Luminositäten den Bereich realistisch machbarer Experimente repräsentieren [149]. Dies wird in der Tabelle durch den Vergleich der Detektorgrößen mit bereits existierenden Detektoren illustriert. Der Nahdetektor wird bei unseren Repräsentanten wenige hundert Meter vom Reaktor entfernt platziert, so dass bis dorthin keine Oszillationen stattfinden, der Ferndetektor bei einer Baseline $L = 1.7$ km [149, 152]. Diese

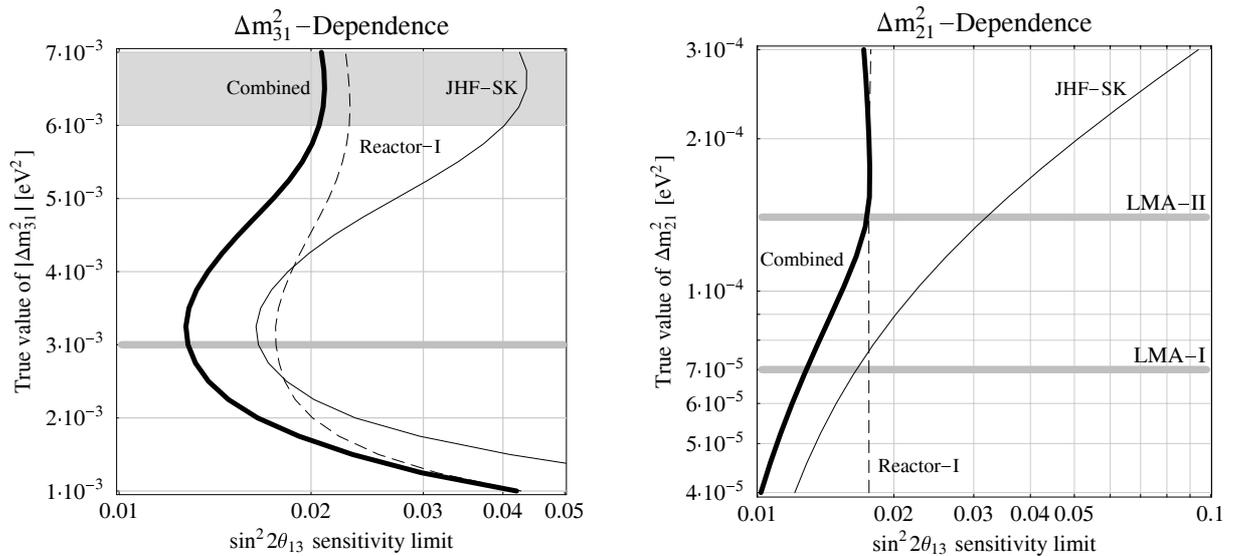


Abbildung 6.1: Die $\sin^2 2\theta_{13}$ -Sensitivitätslimits („ $\sin^2 2\theta_{13}$ sensitivity limit“) als Funktionen der tatsächlichen Werte von Δm_{31}^2 („True value of $|\Delta m_{31}^2|$ “ im linken Plot) und Δm_{21}^2 („True value of Δm_{21}^2 “ im rechten Plot), wobei die Figur aus [149] stammt. Sie werden für die Setups JHF-SK und Reactor-I, sowie für deren Kombination („Combined“) auf dem 90%-Konfidenzlevel gezeigt. In beiden Plots sind, mit Ausnahme des grauschattierten Bereichs im linken Plot, nur die für die entsprechenden Parameter erlaubten Bereiche dargestellt, wobei die jeweiligen Best-Fit-Werte durch die horizontalen Linien markiert sind (vgl. Tabelle 3.1). Für die Oszillationsparameter wurden $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = +3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ und $\Delta m_{21}^2 = 7.0 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ (LMA) verwendet, soweit diese nicht auf einer der Achsen angetragen sind.

relativ kurze Baseline selektiert gemäß Gleichung (3.4) die atmosphärischen Oszillationen, während im Gegensatz dazu das KamLAND-Experiment durch die deutlich längere Baseline auf die solaren Oszillationen sensitiv ist. Im weitesten Sinne können wir aufgrund des ähnlichen Mechanismus auch bei dem hier verwendeten Experimenttyp von reaktorbasierten Long-Baseline-Experimenten sprechen, obwohl man die Baseline in diesem Fall vielleicht nicht wirklich als „lang“ bezeichnen kann. Der Vorteil eines reaktorbasierten Experimentes liegt in der fast korrelations- und entartungsfreien Messung von $\sin^2 2\theta_{13}$, wie man leicht aus Gleichung (6.1) erkennen kann [152]. Für das $\sin^2 2\theta_{13}$ -Sensitivitätslimit erhalten wir für die momentanen Best-Fit-Werte (vgl. Tabelle 3.1) $1.8 \cdot 10^{-2}$ für Reactor-I beziehungsweise $7.6 \cdot 10^{-3}$ für Reactor-II [149]. Da das Reaktor-Energiespektrum ziemlich breit ist, ist die Abhängigkeit des Sensitivitätslimits von dem tatsächlichen Wert von Δm_{31}^2 nahe des Best-Fit-Wertes relativ gering, wie es in Abbildung 6.1 (links) für Reactor-I illustriert wird. Des Weiteren ist Gleichung (6.1) in erster Näherung nicht vom tatsächlichen Wert von Δm_{21}^2 abhängig, so dass dies ebenfalls für das Sensitivitätslimit gilt (vgl. Abbildung 6.1, rechts). Diese Unabhängigkeit wird sich im Vergleich zu den Superbeams als besonders vorteilhaft herausstellen.

Weitere für die Experimentsimulation von Reaktorexperimenten entscheidende Parameter sind die Normierungs- und Kalibrierungsunsicherheiten, für die wir $\sigma_{\text{norm}} = 0.8\%$ und $\sigma_{\text{cal}} = 0.5\%$ annehmen. Erstaunlicherweise stellt sich heraus, dass deren Werte nur für relativ kleine Setups, wie Reactor-I, relevant sind¹. Aufgrund der guten Energieauflösung der Reaktorexperimente und der damit verbundenen, sehr guten spektralen Information können große Repräsentanten, wie Reactor-II, die Normierung und Kalibrierung selbst relativ gut messen. Als

¹Tatsächlich ist dann auch nur σ_{norm} wirklich kritisch.

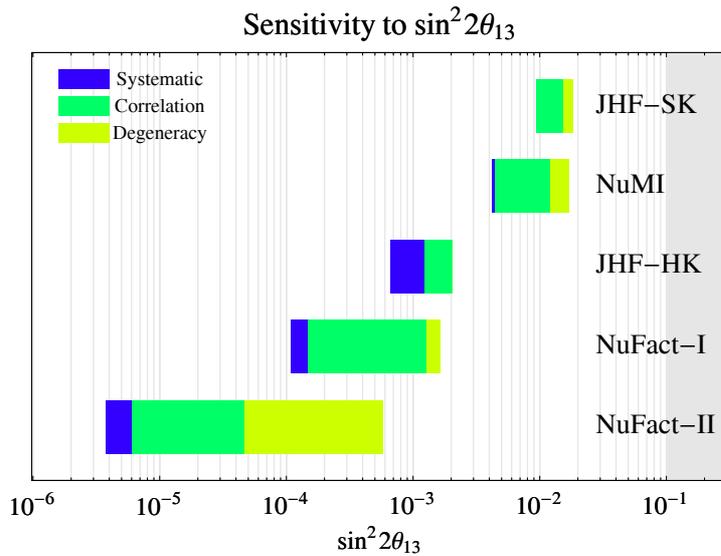


Abbildung 6.2: Das Sensitivitätslimit für $\sin^2 2\theta_{13}$ („Sensitivity to $\sin^2 2\theta_{13}$ “) auf dem 90%-Konfidenzlevel für die Superbeam- und Neutrinoexperimente aus Tabelle 5.2 (Figur aus [62, 148]). Das statistische Sensitivitätslimit entspricht dem linken Ende der Balken, das tatsächliche Sensitivitätslimit ergibt sich jedoch nach sukzessivem Einschalten von systematischen Fehlern („Systematic“), Korrelationen („Correlation“) und Entartungen („Degeneracy“) als rechtes Ende der Balken. Für die Oszillationsparameter wurden $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = +3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ und $\Delta m_{21}^2 = 3.7 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ (LMA) verwendet.

Konsequenz gibt es bisher keinen Grund anzunehmen, dass man nicht auch noch größere Experimente als Reactor-II bauen könnte um $\sin^2 2\theta_{13}$ bis etwa 10^{-3} bestimmen zu können [149]. Für weitere Details und Parameter der Simulation siehe auch [149].

6.3 Superbeams

Superbeams der ersten Generation, wie JHF-SK oder NuMI, können $\sin^2 2\theta_{13}$ bis etwa 10^{-2} finden. Da sie durch die relativ niedrige Anzahl von Ereignissen limitiert sind, spielen die systematischen Fehler, wie in Abbildung 6.2 illustriert, nur eine untergeordnete Rolle [62]. Wegen der ursprünglichen Optimierung für die gleichen Parameterwerte und Ziele ist auch in der Kombination dieser beiden Superbeams für das Sensitivitätslimit von $\sin^2 2\theta_{13}$ mit Ausnahme der verbesserten Statistik kein echter Synergieeffekt nachweisbar, wie er zum Beispiel von der Auflösung von Entartungen kommen würde [108]. Superbeam-Upgrades, wie JHF-HK, sind dagegen primär durch die systematischen Fehler, wie die Hintergrundunsicherheit, limitiert (vgl. Abbildung 6.2). Durch die systematischen Fehler können Superbeams und Superbeam-Upgrades $\sin^2 2\theta_{13}$ generell nur sehr schwer unterhalb von $\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 10^{-3}$ finden. Auch durch die Korrelationen und Entartungen, welche durch die zweiten bis vierten Terme in Gleichung (3.9) besonders für große Werte von α verursacht werden, wird das $\sin^2 2\theta_{13}$ -Sensitivitätslimit stark verschlechtert. Zusätzlich ist bei Superbeams durch die verwendete off-axis-Technologie das Energiespektrum in der Regel relativ schmal, so dass sich besonders ein vom Best-Fit-Wert stark abweichender, tatsächlicher Wert von Δm_{31}^2 negativ auf das Sensitivitätslimit auswirken würde. Beide Effekte sind im Vergleich zu den Reaktorexperimenten in Abbildung 6.1 illustriert und darin deutlich erkennbar. Diese Figur zeigt, dass selbst das kleine Reaktorexperiment Reactor-I

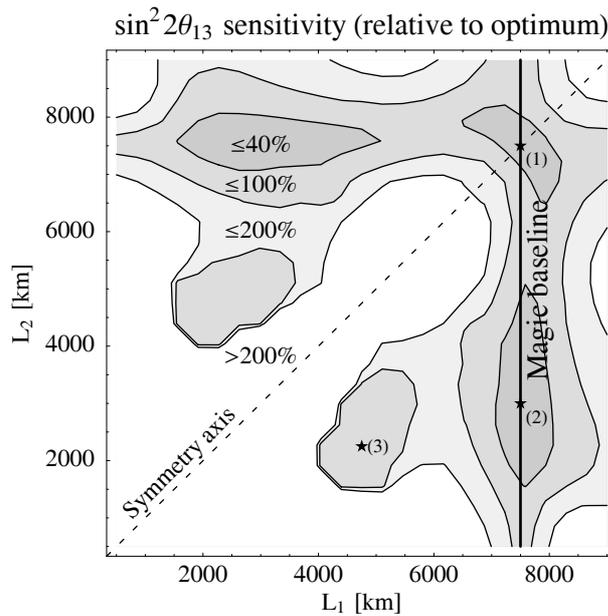


Abbildung 6.3: Das Sensitivitätslimit für $\sin^2 2\theta_{13}$ relativ zum globalen Minimum (1) („sensitivity to $\sin^2 2\theta_{13}$ (relative to optimum)“). Es ist auf dem 3σ -Konfidenzlevel für das NuFact-II-Experiment als Funktion von L_1 und L_2 der Baselines, an denen jeweils die halbe Detektormasse von 25 kt platziert wird, gezeichnet (Figur aus [98]). Für die Oszillationsparameter wurden $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = +3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ und $\Delta m_{21}^2 = 7.0 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ (LMA) verwendet. Die Sensitivitätslimits in dieser Figur enthalten systematische Fehler, Multi-Parameter-Korrelationen und entartete Lösungen.

sehr wettbewerbsfähig im Vergleich zu den Superbeams der ersten Generation im Bezug auf das $\sin^2 2\theta_{13}$ -Sensitivitätslimit ist [149]. Mit Ausnahme der Addition der Statistik verbessert auch die Kombination von JHF-SK mit Reactor-I das Sensitivitätslimit nicht entscheidend, so dass auch hier keine echten Synergieeffekte vorhanden sind. Da jedoch Reaktorexperimente nicht sensitiv auf δ_{CP} und das Vorzeichen von Δm_{31}^2 sind, werden sie, wie wir in den nächsten Kapiteln sehen werden, die Superbeams nicht vollständig ersetzen können.

6.4 Neutrinfabriken

Neutrinfabriken haben ein wesentlich besseres Potenzial zur Detektion von $\sin^2 2\theta_{13}$ als Superbeams, das jedoch durch Korrelationen und Entartungen wesentlich verschlechtert wird, wie es in Abbildung 6.2 für die Setups NuFact-I und NuFact-II illustriert ist. Schließlich ist nach Einbeziehung dieser Fehlerquellen selbst eine große Neutrinfabrik kaum in der Lage, mit einem Superbeam-Upgrade zu konkurrieren. In dieser Figur wurde jedoch eine Baseline von 3 000 km gewählt, weil sie für CP-Messungen als optimal gilt [58]. Die Lösung der Korrelations- und Entartungsprobleme unter Beibehaltung der Möglichkeit, alle interessanten Parameter messen zu können, liegt in der Kombination mehrerer Experimente, da diese bei hoher Komplementarität unterschiedliche Parameterkombinationen messen können. Zur Auflösung der entarteten Lösungen unterhalb $\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 10^{-3}$ kommt jedoch nur eine zweite Neutrinfabrik-Baseline in Frage, weil andere Experimententypen dort nicht sensitiv sind. Insgesamt können aufgrund der Geometrie des Speicherrings einer Neutrinfabrik mit mindestens zwei geraden Sektionen mindestens zwei Baselines betrieben werden, so dass diese Anforderung in natürlicher Art und Weise mit

Experimenttyp	Zeitskala	Repräsentant	$\sin^2 2\theta_{13}$ -Limit	Referenz
Reaktor (ein Detektor)	~ 1999	CHOOZ	~ 0.1	[53, 54]
Konventioneller Beam	~ 2010	MINOS	~ 0.08	[150, 151]
Reaktor (Nah-/Fern-Detektor)	~ 2010	Reactor-I	~ 0.02	[149]
	~ 2015	Reactor-II	~ 0.01	[149]
Superbeam	~ 2015	JHF-SK	~ 0.02	[149]
Superbeam-Upgrade	~ 2015	JHF-HK	~ 0.001	[62]
Neutrinofabrik	~ 2020	NuFact-I	$\sim 10^{-4} - 10^{-3}$	[62]
	~ 2025	NuFact-II	$\sim 10^{-5} - 10^{-4}$	[62]

Tabelle 6.2: Experimenttypen zur Bestimmung von $\sin^2 2\theta_{13}$, Zeitskalen für deren Operation, Repräsentanten der Experimenttypen, $\sin^2 2\theta_{13}$ -Sensitivitätslimits sowie die entsprechende Referenz, aus der das Sensitivitätslimit stammt. Die angegebenen Fehler sind auf dem 90%-Konfidenzlevel in der Nähe der momentanen Best-Fit-Werte (vgl. Tabelle 3.1) aus den angegebenen Referenzen abgelesen. Da sie jedoch zum Teil für unterschiedliche Parameterwerte berechnet wurden, sind sie nur als grobe Abschätzung zu verstehen. Bei Neutrinofabriken spielt vor allem die Auflösbarkeit der Korrelationen und Entartungen eine wichtige Rolle, wie sie durch die Kombination von verschiedenen Baselines erreicht werden kann [98].

nur einer Neutrinofabrik zu bewerkstelligen ist. Dazu kann man zunächst alle Annahmen über die Baselines aufgeben und das Problem symmetrisieren: Am Beispiel der großen Neutrinofabrik NuFact-II wird die totale Detektormasse von 50 kt in zwei gleichgroße Detektoren von je 25 kt unterteilt, welche an zwei Baselines L_1 und L_2 platziert werden [98]. In Abbildung 6.3 ist das Sensitivitätslimit (relativ zum Minimum) als Funktion dieser beiden Baselines angetragen, wobei die Symmetrieachse („Symmetry axis“) in dieser Figur der Verwendung nur eines großen Detektors an einer Baseline entspricht. Mit dieser Betrachtungsweise ergeben sich drei interessante lokale Minima für das Sensitivitätslimit, welche mit (1), (2) und (3) markiert sind. Die Minima (1) und (2) liegen dabei auf der „Magic Baseline“, die in Abschnitt 4.1 eingeführt wurde: Bei dieser Baseline, die nur vom Materieprofil abhängt, verschwinden die zweiten, dritten und vierten Terme in Gleichung (4.9), die die meisten Korrelations- und Entartungsprobleme verursachen. Diese verschwindenden Terme enthalten jedoch auch die Information über δ_{CP} , so dass bei dem globalen Minimum (1) im Zwei-Baseline-Raum, bei dem die gesamte Detektormasse bei der „Magic Baseline“ platziert wird, keine CP-Messung möglich ist. Man kann ebenfalls zeigen, dass das Minimum (3), das nicht auf der „Magic Baseline“ liegt und das durch eine bessere Statistik aufgrund der kürzeren Baselines favorisiert wird, instabil bezüglich der $(\delta_{CP}, \theta_{13})$ -Entartung ist [98]. Generell ist die $(\delta_{CP}, \theta_{13})$ -Entartung bei den Parameterwerten in Abbildung 6.3 auf dem 3σ -Konfidenzlevel zwar nicht präsent, verschlechtert aber bereits bei leicht veränderten Parameterwerten, wie zum Beispiel für ein etwas kleineres Δm_{31}^2 innerhalb der atmosphärisch erlaubten Region, das Ergebnis um fast eine Größenordnung durch ihr Absinken unter diesen Konfidenzlevel. Tatsächlich werden wir in den folgenden Kapiteln sehen, dass die verbleibende Kombination 7 500 km + 3 000 km, die dem Minimum (2) entspricht, optimale Eigenschaften sowohl bezüglich $\sin^2 2\theta_{13}$ also auch bezüglich dem Vorzeichen von Δm_{31}^2 und CP-Verletzung hat, sie kann also erfolgreich die problematischen Korrelationen und entarteten Lösungen auflösen [98].

Insgesamt haben wir in diesem Kapitel gesehen, dass die Kopplung $\sin^2 2\theta_{13}$, welche die Drei-Flavor-Effekte unterdrückt, mit unterschiedlichen Experimenttypen in unterschiedlichen Bereichen von $\sin^2 2\theta_{13}$ zugänglich ist. Die in diesem Kapitel diskutierten Experimenttypen werden

mit den jeweiligen Repräsentanten, den ungefähren Zeitskalen für deren Operation und den erreichbaren Sensitivitätslimits in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Zukünftige Reaktorexperimente mit Nah- und Ferndetektoren haben sich bezüglich der Zeitskala, des finanziellen Aufwandes und des physikalischen Potenzials als äußerst vielversprechend herausgestellt. Sie könnten relativ zügig relevante Informationen über $\sin^2 2\theta_{13}$ liefern, welche die zukünftige Long-Baseline-Strategie entscheidend beeinflussen würden. Aus Sicht der Theorie der Neutrinomassen wäre es sehr überraschend, wenn die meist im Flavor-Raum linearen Massenmodelle durch Diagonalisierung extrem kleine Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ produzieren würden. Daher ist der von Reaktorexperimenten und Superbeams getestete $\sin^2 2\theta_{13}$ -Bereich sehr interessant für die zukünftige Neutrino Phänomenologie und -theorie. Sobald $\sin^2 2\theta_{13}$ gefunden ist, werden auch andere Drei-Flavor-Effekte zugänglich, die mit Superbeams und Neutrino Fabriken weiter getestet werden können. Daher wird der tatsächliche, von der Natur realisierte, aber noch nicht gefundene Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ in fast allen Grafiken für durch $\sin^2 2\theta_{13}$ unterdrückte Drei-Flavor-Effekte verwendet werden.

Kapitel 7

Massenhierarchie und das Vorzeichen von Δm_{31}^2

Wir haben Neutrinooszillationen als führenden Effekt für Flavor-Übergänge kennen gelernt und gezeigt, dass diese durch zwei verschiedene, durch das kleine $\sin^2 2\theta_{13}$ gekoppelte Zwei-Flavor-Oszillationen (solare und atmosphärische) beschrieben werden können. Die Kopplung $\sin^2 2\theta_{13}$ unterdrückt dabei auch andere Parameter, wie das Vorzeichen von Δm_{31}^2 als Drei-Flavor-Effekt im Sinne unserer Definition. Das Potenzial eines Experimentes zur Bestimmung dieses Vorzeichens wird daher immer vom tatsächlichen, von der Natur realisierten Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ abhängen. Um die Bedeutung des Vorzeichens vom Δm_{31}^2 näher zu erläutern und die Verknüpfung mit der Massenhierarchie zu verdeutlichen, fassen wir zunächst in diesem Kapitel die wichtigsten Aspekte der Massenhierarchie noch einmal zusammen. Wir diskutieren dann anschließend die durch die $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung entstehende Problematik bei der Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 mit nur einem Experiment und beschreiben schließlich, wie diese Entartung durch die Kombination mehrerer Experimente aufgelöst werden kann.

7.1 Normale und invertierte Massenhierarchie

Bei fast allen Aspekten der Massenhierarchie diskutiert man die Masseneigenzustände der Neutrinos ν_1 , ν_2 und ν_3 , für die die Masse die „gute“ Quantenzahl ist. Nur für sehr kleine Mischungen würde es Sinn machen, den Flavor-Eigenzuständen ν_e , ν_μ und ν_τ eine Masse zuzuweisen. Da wir jedoch wissen, dass die leptonischen Mischungen groß sind, sprechen wir von Neutrinomassen immer im Zusammenhang mit Masseneigenzuständen. Aus den drei Neutrinomassen für die aktiven Neutrinos ergeben sich drei Massenquadratdifferenzen $m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$, also $\Delta m_{31}^2 = -\Delta m_{13}^2$, $\Delta m_{32}^2 = -\Delta m_{23}^2$ und $\Delta m_{21}^2 = -\Delta m_{12}^2$, die für die Neutrinooszillationen relevant sind. Von diesen sind jedoch nur zwei unabhängig, da $\Delta m_{12}^2 + \Delta m_{23}^2 + \Delta m_{31}^2 = 0$ ist. Aufgrund der Erkenntnisse über die Massenhierarchie in Abschnitt 3.2, $|\Delta m_{21}^2| \ll |\Delta m_{31}^2| \simeq |\Delta m_{32}^2|$, werden wir im Folgenden Δm_{31}^2 und Δm_{21}^2 als unabhängige Parameter diskutieren. Daraus ergibt sich dann $\Delta m_{32}^2 \simeq \Delta m_{31}^2$ mit sowohl dem Vorzeichen als auch dem Wert von Δm_{31}^2 relativ einfach. Wie in den Abschnitten 3.3 und 5.1 erläutert, ist das Vorzeichen von Δm_{21}^2 durch die Ergebnisse der solaren Neutrinoexperimente festgelegt, denn die LMA-Lösung impliziert resonante Materieeffekte in der Sonne, die nur für ein positives Vorzeichen von Δm_{21}^2 möglich sind. Die verbleibenden drei Parameter $|\Delta m_{31}^2|$, $|\Delta m_{21}^2|$

und das Vorzeichen von Δm_{31}^2 legen also die für Neutrinooszillationen relevante Massenhierarchie, das heißt die relative Lage und die Abstände der Masseneigenzustände, fest. Die ersten beiden dieser Parameter können mit den führenden atmosphärischen und solaren Oszillationen bestimmt werden, so dass als letzter interessanter Parameter das Vorzeichen von Δm_{31}^2 übrig bleibt. Daraus ergeben sich die in Abbildung 7.1 illustrierten Möglichkeiten für die Massenhierarchie: Unter „normaler“ Massenhierarchie verstehen wir den Fall $\Delta m_{31}^2 > 0$, unter „invertierter“ Massenhierarchie den Fall $\Delta m_{31}^2 < 0$. Man kann sich leicht überlegen, dass die Massenspektren in Abbildung 7.1 noch durch einen weiteren, für Neutrinooszillationen irrelevanten, aber für die Theorie der Massenerzeugung äußerst aufschlussreichen Parameter charakterisiert sind, welcher die absolute Lage der Spektren fixiert. Wir sprechen im Folgenden in Zusammenhang mit diesem Parameter von der „absoluten Neutrino-Massenskala“ und widmen ihm mit Kapitel 9 ein eigenes Kapitel.

7.2 Die Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 mit einem Long-Baseline-Experiment

Ähnlich zu den Materieeffekten in der Sonne, die zur indirekten Festlegung des Vorzeichens von Δm_{21}^2 geführt haben, können Materieeffekte in der Erde für beschleunigerbasierte Long-Baseline-Experimente nützlich sein um die normale und invertierte Hierarchie zu unterscheiden. Resonante Erdmaterieeffekte bei Long-Baseline-Experimenten verstärken oder unterdrücken, abhängig vom Vorzeichen von Δm_{31}^2 und der Verwendung von Neutrinos oder Antineutrinos (vgl. Abschnitt 4.1), vor allem den ersten Term in Gleichung (4.9), so dass sich auch die Appearance-Raten entsprechend verändern (siehe zum Beispiel [90, 154]). Vor allem für kleine $\alpha \equiv \Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2$ und große $\sin^2 2\theta_{13}$, bei denen der erste Term in Gleichung (4.9) vor dem nur kleinem Hintergrund der anderen Terme dominiert, ist daher eine Vorzeichenmessung an Long-Baseline-Experimenten oft sehr gut möglich¹. Daraus sieht man bereits, dass für das Vorzeichen von Δm_{31}^2 die beiden Parameter Δm_{21}^2 und $\sin^2 2\theta_{13}$ besonders wichtig sind. Wir werden daher auch Darstellungen in der $\sin^2 2\theta_{13}$ - Δm_{21}^2 -Ebene der tatsächlichen Parameterwerte verwenden. Eine besonders wichtige Größe in diesem Zusammenhang ist die sogenannte Reichweite in $\sin^2 2\theta_{13}$ („ $\sin^2 2\theta_{13}$ sensitivity reach“), welche den Grenzwert für das tatsächliche $\sin^2 2\theta_{13}$ (meist als Funktion von Δm_{21}^2) angibt, oberhalb dessen mit Sicherheit Vorzeichensensitivität besteht. Voraussetzung für das Wirken der Materieeffekte ist, dass die Baseline lang genug im Vergleich zur Oszillationslänge in Materie ist (vgl. Gleichung (4.8)), das heißt für die diskutierten Experimente mindestens mehrere hundert Kilometer. Generell ist daher eine längere Baseline trotz des mit L^{-2} abnehmenden Neutrinoflusses oft vorteilhaft um den vorzeichensensitiven ersten Term in Gleichung (4.9) zu verstärken, weswegen wir auch, im Vergleich zu dem ursprünglichen „Letter of Intent“ in [116], eine längere Baseline für das NuMI-Experiment vorschlagen [108].

Verkompliziert wird die Messung des Vorzeichens für größere α nicht nur durch die Präsenz der zweiten bis vierten Terme in Gleichung (4.9), welche als Hintergrund zum Signal des ersten Terms wirken, sondern, wie der Name schon erahnen lässt, auch durch die $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -

¹Wir sprechen in diesem und im folgenden Kapitel im Kontext von „Long-Baseline-Experimenten“ meist von beschleunigerbasierten Experimenten, da reaktorbasierte Experimente praktisch keine Vorzeichensensitivität und überhaupt keine CP-Sensitivität besitzen. Dennoch können, wie wir sehen werden, reaktorbasierte Long-Baseline-Experimente diese Messungen indirekt positiv beeinflussen.

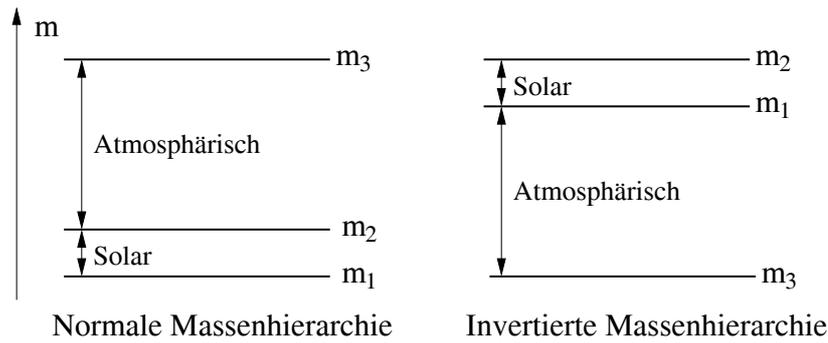


Abbildung 7.1: Normale (links) und invertierte (rechts) Massenhierarchie, wobei die Abstände der Masseneigenwerte durch die solaren und atmosphärischen Massenquadratdifferenzen und die (für Neutrinooszillationen irrelevante) absolute Neutrino-Massenskala gegeben sind. Der linke Fall entspricht für die Massenhierarchie $|\Delta m_{31}^2| \simeq |\Delta m_{32}^2| \gg |\Delta m_{21}^2|$ auch $\Delta m_{31}^2 \simeq \Delta m_{32}^2 > 0$, der rechte Fall $\Delta m_{31}^2 \simeq \Delta m_{32}^2 < 0$. Die solare Massenquadratdifferenz wird heute aufgrund der solaren Oszillationsergebnisse als positiv festgelegt, also $\Delta m_{21}^2 > 0$.

Entartung. Diese erlaubt in Gleichung (4.9) für ein umgekehrtes Vorzeichen von Δm_{31}^2 , das vor allem den Wert des ersten Terms stark verändert, häufig eine Kompensation durch die zweiten und dritten Terme durch eine andere Wahl von δ_{CP} . Die beiden Lösungen mit positivem und negativem Vorzeichen können daher für ein bestimmtes Experiment nur sehr schwierig unterschieden werden. Wir definieren die Sensitivität auf ein bestimmtes Vorzeichen von Δm_{31}^2 als die Fähigkeit des Experiments, auf einem bestimmten Konfidenzlevel keine entartete Lösung mit dem umgekehrten Vorzeichen zu erlauben, das heißt die Nullhypothese eines bestimmten Vorzeichens fittet keine Lösung mit umgekehrtem Vorzeichen. Da der tatsächliche Wert von δ_{CP} nicht bekannt ist und eine wichtige Rolle für die Topologie der Mannigfaltigkeiten im Parameterraum spielt, verwenden wir jeweils den konservativsten Wert von δ_{CP} . Wir definieren also den Bereich des Parameterraums als sensitiv auf ein bestimmtes Vorzeichen, in dem dieses Vorzeichen in jedem Fall (unabhängig von δ_{CP}) bestimmt werden kann.

Als Ergebnis dieser Analyse finden wir keine Sensitivität auf ein positives Vorzeichen von Δm_{31}^2 im nach KamLAND erlaubten LMA-Bereich für die JHF-SK- und NuMI-Superbeams [62, 108]. Selbst eine längere NuMI-Baseline kann bei der Verwendung nur eines Superbeams nicht helfen [108] und auch das Upgrade JHF-HK zeigt keine nennenswerte Sensitivität [62]. Die Neutrino Fabriken NuFact-I und NuFact-II leiden besonders im Bereich großer α , also zum Beispiel im LMA-II-Bereich, unter der $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung, wo die Vorzeichenssensitivität (beziehungsweise die Reichweite in $\sin^2 2\theta_{13}$) im Vergleich zum LMA-I-Bereich stark reduziert ist. Wollte man das Vorzeichen messen, das heißt zweifelsfrei ein positives und negatives Vorzeichen unterscheiden, so müsste man auch noch die Nullhypothese eines negativen Vorzeichens von Δm_{31}^2 untersuchen und den schlechtesten Fall der Sensitivitäten auf ein positives und negatives Vorzeichen verwenden [108]. Daher ist leicht einzusehen, dass besonders für große Δm_{21}^2 (im LMA-II-Bereich) ein einziges Long-Baseline-Experiment nicht ausreicht, um zufriedenstellend sensitiv auf das Vorzeichen von Δm_{31}^2 zu sein. Im nächsten Abschnitt werden wir daher zeigen, wie die Kombination verschiedener Experimente besonders durch die Auflösung der $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung die Vorzeichenbestimmung erleichtern kann.

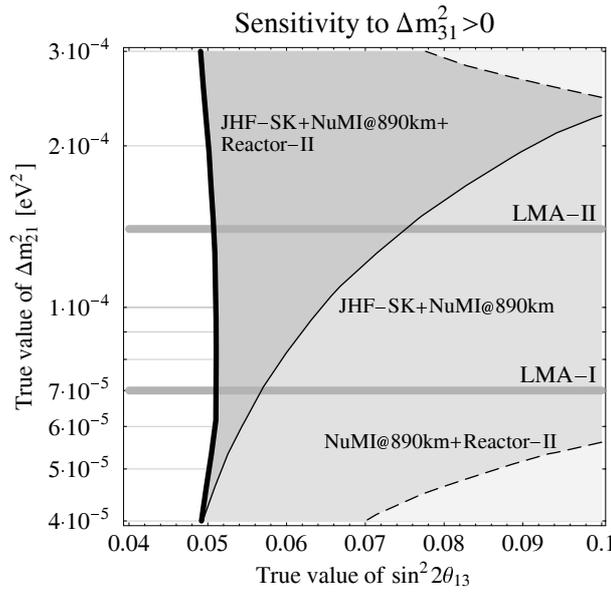


Abbildung 7.2: Die Sensitivität auf ein positives Vorzeichen von Δm_{31}^2 („Sensitivity to $\Delta m_{31}^2 > 0$ “) als Funktion der tatsächlichen Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ („True value of $\sin^2 2\theta_{13}$ “) und Δm_{21}^2 („True value of Δm_{21}^2 “), wobei die Figur aus [149] stammt. Die Vorzeichensensitivität ist dabei rechts von den Konturlinien, angedeutet durch die schattierten Bereiche, auf dem 90%-Konfidenzlevel gegeben. Die Definitionen der in den verschiedenen Kombinationen verwendeten Experimente befinden sich in den Tabellen 5.2 und 6.1, wobei Modifikationen der darin definierten Standard-Baselines mit „@“ angedeutet werden. Die Grafik zeigt nur den 3σ -erlaubten Bereich der LMA-Region, in dem die Best-Fit-Werte durch die horizontalen Linien markiert werden (vgl. Tabelle 3.1). Für die übrigen Oszillationsparameter wurden $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = +3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ und $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ verwendet. Für die CP-Phase wurden dabei keine speziellen Annahmen gemacht, es wurde der jeweils konservativste tatsächliche Wert benutzt.

7.3 Die Auflösung der $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung mit mehreren Long-Baseline-Experimenten

Durch die geschickte Kombination verschiedener Experimente, die bei unterschiedlichen Baselines oder Energien operieren, kann die $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung prinzipiell aufgelöst werden, indem die Δ_{31} - und \hat{A} -abhängigen Terme in Gleichung (4.9) zur Betonung unterschiedlicher Parameterkombinationen eingesetzt werden. Dabei ist zu beachten, dass nur die Kombination von Experimenten vergleichbarer Leistungsfähigkeit, Zeitskalen und $\sin^2 2\theta_{13}$ -Reichweiten sinnvoll ist, da sonst die Messung stets vom im jeweiligen Bereich „stärkeren“ Experiment dominiert wird. Wir können in etwa folgende Experimententypen aufgrund der zugänglichen Bereiche des tatsächlichen Wertes von $\sin^2 2\theta_{13}$ und der entsprechenden Zeitskalen unterscheiden:

Superbeams und zukünftige Reaktorexperimente ($\sin^2 2\theta_{13} \gtrsim 10^{-2}$)

Eine Möglichkeit der Kombination von Experimenten ist hier die Verwendung von verschiedenen Superbeams der ersten Generation, wie zum Beispiel JHF-SK und NuMI. Da diese jedoch für den gleichen Zweck optimiert wurden, führt die Kombination der Experimente unter den geplanten Bedingungen zu keiner Verbesserung der Vorzeichensensitivität [108]. Es bietet sich also die Modifizierung eines der Experimente an: eine mögliche Veränderung ist die Verwendung

einer längeren NuMI-Baseline von 890 km (oder 950 km) statt 712 km, welche bei der bereits installierten Zerfallsröhre auch geometrisch erlaubt wäre. Entsprechende Detektorplätze unter Einbeziehung infrastruktureller Gesichtspunkte wären in Ontario, Kanada, vorhanden. Wie in Abbildung 7.2 gezeigt, besitzt dann die resultierende Kombination mit dem JHF-SK-Experiment eine sehr gute Sensitivität auf ein positives Vorzeichen von Δm_{31}^2 [108, 155], die jedoch für große Δm_{21}^2 stark abnimmt.

Eine andere Möglichkeit ist die Kombination eines Superbeams mit einem Reaktorexperiment mit zwei Detektoren, wie es in Abschnitt 6.2 eingeführt wurde. Obwohl das Reaktorexperiment selbst praktisch keine Vorzeichensensitivität besitzt, erlaubt es eine „reine“ Messung von $\sin^2 2\theta_{13}$ ungestört von Korrelationen (besonders für große Δm_{21}^2) und Entartungen. Diese indirekte Information hilft, wie in Abbildung 7.2 für JHF-SK, NuMI (bei 890 km) und Reactor-II kombiniert illustriert, die $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung besonders für große Werte von Δm_{21}^2 aufzulösen. Dieser Effekt kann bei der Kombination nur eines Superbeams mit Reactor-II leider nicht beobachtet werden, wie man leicht in Abbildung 7.2 für Reactor-II kombiniert mit dem (aufgrund der längeren Baseline für die Vorzeichensensitivität besseren) NuMI-Superbeam erkennen kann.

Superbeam-Upgrades und Neutrino Fabriken ($\sin^2 2\theta_{13} \sim 10^{-3} - 10^{-2}$)

Ähnlich zu den Superbeams der ersten Generation lassen sich auch zwei Superbeam-Upgrades mit verbesserter Statistik zu einer Vorzeichenbestimmung im Bereich $\sin^2 2\theta_{13} \sim 10^{-3} - 10^{-2}$ verwenden, wie es in [156] demonstriert wurde. Alternativ käme die Kombination eines Superbeam-Upgrades wie JHF-HK mit einer Neutrino Fabrik in Frage, um die Korrelationen und Entartungen aufzulösen [157]. Diese Möglichkeit versagt jedoch für $\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 10^{-3}$, da das Superbeam-Upgrade dort aufgrund der Systematik-Limitation keine Sensitivität mehr besitzt. Da beim Bau einer Neutrino Fabrik eine zweite Baseline bereits aufgrund der Geometrie des Speicherrings in natürlicher Weise entsteht und die Kosten für einen zweiten Detektor vergleichsweise gering sind, könnte diese Option jedoch nur wenig vielversprechend sein und der sofortige Bau einer kleinen Neutrino Fabrik mit zwei Detektoren vorteilhafter sein. Dabei käme entweder die im nächsten Abschnitt beschriebene Kombination von zwei Baselines in Frage, oder aber die Kombination unterschiedlicher Detektortechnologien, wie etwa eine zusätzliche ν_τ -Detektion [60, 61].

Als weitere interessante, bisher nicht getestete Kombination bietet sich die eines Reaktorexperiment-Upgrades mit nur einem Superbeam-Upgrade bei einer relativ langen Baseline an, wie etwa dem Superbeam in [133], da das Reaktorexperiment-Upgrade prinzipiell auch im Bereich $\sin^2 2\theta_{13} \sim 10^{-3} - 10^{-2}$ sensitiv auf $\sin^2 2\theta_{13}$ wäre [149]. Einen ähnlichen Effekt hätte die Operation eines Superbeam-Upgrades bei der „Magic Baseline“ [99], die im nächsten Abschnitt näher diskutiert wird.

Neutrino Fabriken ($\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 10^{-3}$)

Man kann zeigen, dass NuFact-II bei der in Abschnitt 4.1 eingeführten „Magic Baseline“ (bei etwa $L = 7500$ km) auch die Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 sogar für $\sin^2 2\theta_{13} \sim 10^{-4}$ erlaubt [98]. Da bei dieser Baseline nur der erste Term in Gleichung (4.9) wesentlich von Null verschieden ist, werden unabhängig von Δm_{21}^2 alle Entartungen erfolgreich aufgelöst. Die „Magic Baseline“ ist jedoch aufgrund der Unterdrückung der zweiten und dritten Terme in Gleichung (4.9) nicht sensitiv auf die darin enthaltenen CP-Effekte. Daher bietet sich wiederum

Experiment/Kombination	Δm_{21}^2	KL	Reichw. in $\sin^2 2\theta_{13}$	Ref.
JHF-SK	LMA-I/II	90%	Keine Sensitivität	[108]
NuMI	LMA-I/II	90%	Keine Sensitivität	[108]
JHF-HK	LMA-I/II	2σ	Keine Sensitivität	[62]
JHF-SK+NuMI	LMA-I/II	90%	Keine Sensitivität	[108]
JHF-SK+NuMI@890 km	LMA-I	90%	~ 0.06	[108]
	LMA-II	90%	~ 0.08	[108]
NuMI@890 km+Reactor-II	LMA-I/II	90%	Keine Sensitivität	[149]
JHF-SK+NuMI@890 km+Reactor-II	LMA-I/II	90%	~ 0.05	[149]
NuFact-II	LMA-I	3σ	~ 0.002	[98]
	LMA-II	3σ	~ 0.01	[98]
NuFact-II@Magic Baseline	LMA-I	3σ	$\sim 4 \cdot 10^{-5}$	[98]
	LMA-II	3σ	$\sim 10^{-4}$	[98]

Tabelle 7.1: Verschiedene Beispiele für die $\sin^2 2\theta_{13}$ -Reichweite der Sensitivität auf ein positives Vorzeichen von Δm_{31}^2 , das heißt das jeweilige Experiment ist für größere als der angegebene tatsächliche Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ sensitiv auf die normale Massenhierarchie. Der jeweilige Wert ist aus der angegebenen Referenz auf dem entsprechenden Konfidenzlevel („KL“) abgelesen, wobei hier die in der Spalte „ Δm_{21}^2 “ angegebene LMA-I- oder LMA-II-Lösung verwendet wurde (vgl. Tabelle 3.1 für deren konkrete Werte). Die Definitionen der Experimente finden sich in den Tabellen 5.2 und 6.1, wobei Modifikationen der darin definierten Standard-Baselines mit „@“ angedeutet werden.

die Kombination mit einer Baseline von 3 000 km an, es sind also zwei Neutrino-fabrik-Baselines notwendig, um alle interessanten Parameter bestimmen zu können. Diese Kombination von zwei Baselines zeigt aufgrund der besseren Statistik bei der kürzeren Baseline ähnlich gute Eigenschaften für die Vorzeichenbestimmung wie die Platzierung der gesamten Detektormasse ausschließlich bei der „Magic Baseline“.

Die geschickte Kombination von zwei Experimenten innerhalb des jeweiligen Rahmens, der durch Zeitskala, finanzielle Mittel und den erreichbaren Bereich von $\sin^2 2\theta_{13}$ gegeben ist, wird also in Zukunft eines der wichtigen Ziele zur Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 sein. Alternativ zu Long-Baseline-Experimenten könnte sich zum Beispiel eine Supernovaexplosion zur Bestimmung der Massenhierarchie eignen (siehe zum Beispiel [158]), die jedoch leider nicht voraussagbar oder planbar ist. Tabelle 7.1 fasst noch einmal die $\sin^2 2\theta_{13}$ -Reichweite der Sensitivität auf ein positives Vorzeichen von Δm_{31}^2 der in diesem Kapitel diskutierten Beispiele in einer Übersicht zusammen. Sobald dieses Vorzeichen einmal bestimmt ist, kann auch die $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung als aufgelöst betrachtet werden. Weil das Vorzeichen von Δm_{31}^2 jedoch an Long-Baseline-Experimenten ein durch $\sin^2 2\theta_{13}$ unterdrückter Parameter ist, ist zunächst die Entdeckung eines endlichen Wertes von $\sin^2 2\theta_{13}$ Voraussetzung. Das Vorzeichen von Δm_{31}^2 wird sich danach aber wahrscheinlich relativ schnell bestimmen lassen, falls Δm_{21}^2 nicht allzu groß ist.

Kapitel 8

CP- und CPT-Verletzung und zukünftige Oszillationsexperimente

Im Rahmen der Neutrinooszillationen haben wir bereits die unterdrückten Parameter $\sin^2 2\theta_{13}$ und das Vorzeichen von Δm_{31}^2 diskutiert. In diesem Kapitel werden wir die doppelt-unterdrückten CP-verletzenden Effekte und in Quantenfeldtheorien normalerweise nicht vorhandene CPT-verletzende Effekte diskutieren. CP-Effekte sind, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, doppelt durch θ_{13} und die Massenhierarchie unterdrückt, also Effekte, die sowohl eine relativ große Kopplung zwischen solaren und atmosphärischen Oszillationen erfordern als auch nicht zu weit voneinander entfernte Eigenfrequenzen dieser führenden Oszillationen. Bei CP-Effekten spielt also die tatsächliche Wechselwirkung der Oszillationen und nicht nur deren Kopplungskonstante eine wichtige Rolle. Intrinsische CPT-Verletzung ist dagegen zunächst in lokalen Quantenfeldtheorien unplausibel, da sie auch die Lorentzinvarianz verletzen würde. Dennoch werden wir Argumente für ihre Motivation kennen lernen, zumal eine Entdeckung von CPT-Verletzung auch neue Physik bedeuten würde. Der Grund, warum wir diese beiden doch sehr unterschiedlichen Themen in einem Kapitel zusammenfassen, ist die formal ähnliche Betrachtungsweise von T-, CP- und CPT-Symmetrien, die wir im ersten Abschnitt vorstellen werden. In den beiden folgenden Abschnitten werden wir CP- und CPT-Verletzung getrennt studieren. Experimentell haben beide auch gemeinsam, dass sie nur sehr schwer zugänglich sind und damit vorrangig im Zusammenhang mit zukünftigen beschleunigerbasierten Long-Baseline-Experimenten diskutiert werden. Da reaktorbasierte Experimente prinzipiell nicht auf δ_{CP} sensitiv sind, spielen sie hier nur eine untergeordnete Rolle.

8.1 T-, CP- und CPT-Symmetrien in Vakuum und Materie

T-, CP- und CPT-Symmetrien lassen sich im Rahmen von Neutrinooszillationen sehr plausibel mit symmetrisierten Wahrscheinlichkeitsdifferenzen diskutieren, die im Falle der Invarianz unter der jeweiligen Symmetrie verschwinden (für eine ausführlichere Diskussion siehe [159, 160]):

$$\Delta P_{\alpha\beta}^T \equiv P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha), \quad (8.1)$$

$$\Delta P_{\alpha\beta}^{CP} \equiv P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta), \quad (8.2)$$

$$\Delta P_{\alpha\beta}^{CPT} \equiv P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\bar{\nu}_\beta \rightarrow \bar{\nu}_\alpha). \quad (8.3)$$

Generell sind bei der Anwendung dieser Wahrscheinlichkeitsdifferenzen für Long-Baseline-Experimente folgende beiden Fälle zu unterscheiden:

Im Vakuum gilt normalerweise CPT-Erhaltung, das heißt $\Delta P_{\alpha\beta}^{\text{CPT}} \equiv 0$. Damit ist auch, nach dem Einsetzen obiger Gleichungen, $\Delta P_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}^{\text{CP}} + \Delta P_{\alpha\beta}^{\text{T}} = \Delta P_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}^{\text{CPT}} = 0$, woraus wegen $\Delta P_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}^{\text{CP}} = -\Delta P_{\alpha\beta}^{\text{CP}}$ dann $\Delta P_{\alpha\beta}^{\text{CP}} = \Delta P_{\alpha\beta}^{\text{T}}$ folgt. Man kann ebenfalls aus diesen Formeln leicht sehen, dass im Vakuum für CPT-Erhaltung $\Delta P_{\alpha\alpha}^{\text{CP}} = 0$ gilt, ein Disappearance-Kanal also immer CP-erhaltend ist. Die Eigenschaften der Wahrscheinlichkeitsdifferenzen im Vakuum lassen sich auch leicht anhand der Oszillationsformel in Gleichung (3.1) verifizieren: Wegen $(J_{ij}^{\alpha\beta})^* = J_{ij}^{\beta\alpha}$ aus Gleichung (3.2) sind T- und CP-Verletzung gleichbedeutend, und die CPT-Wahrscheinlichkeitsdifferenz verschwindet. Wir haben dort auch gezeigt, dass CP-Verletzung im Vakuum gleichbedeutend mit $\delta_{\text{CP}} \notin \{0, \pi\}$ ist, und wir sprechen in diesem Zusammenhang von „intrinsischer“ CP-Verletzung.

In Materie setzen sich T- oder CP-Verletzung aus der intrinsischen CP-Verletzung und der T- oder CP-Verletzung des Materieprofils zusammen, wobei wir letztere im Folgenden als „extrinsische“ Verletzung bezeichnen. Extrinsische T-Verletzung kommt dann vor, wenn das Materieprofil nicht zeitumkehrinvariant, also symmetrisch ist. Extrinsische CP-Verletzung besteht dagegen grundsätzlich wegen der natürlichen Asymmetrie durch die fehlende Antimaterie in der Erde. Da sich die CPT-Wahrscheinlichkeitsdifferenz aus denen von T- und CP-Verletzung zusammensetzt, ist damit auch offensichtlich, dass die Erdmaterie die CPT-Invarianz extrinsisch verletzt. Eines der Hauptprobleme von Long-Baseline-Experimenten ist damit die Trennung von extrinsischen und intrinsischen Effekten. Damit ist auch leicht verständlich, warum zum Beispiel die Materiedichteunsicherheiten so starke Auswirkungen gerade auf CP-Messungen haben: Die Unwissenheit über die extrinsischen CP-verletzenden Effekte verhindert die genaue Extraktion der intrinsischen CP-Phase.

Experimentell ist die direkte Messung von Wahrscheinlichkeitsdifferenzen aufgrund der schwierigen Konjugierbarkeit des gesamten Experiments in der Regel nicht möglich. Man misst daher die Ratenspektren für die, je nach Experiment vorhandenen, unterschiedlichen Neutrino- und Antineutrino-Kanäle separat und fittet die aus der jeweiligen Theorie kommenden CP- oder CPT-verletzenden Parameter an die Daten. Zur Generation der theoretisch vorhergesagten Ratenspektren wird dabei auch das Materieprofil so genau wie bekannt verwendet, so dass die extrinsischen Effekte indirekt verwendet werden. Bei der Auswahl der Kanäle für ein Experiment stellt sich häufig heraus, dass die in den Wahrscheinlichkeitsdifferenzen vorkommenden, unter einer Symmetrie konjugierten Wahrscheinlichkeitspaare sehr gute Informationen über die betrachtete Symmetrie beinhalten. So ist zum Beispiel für CP-Messungen ein teilweiser Betrieb mit umgekehrter Polarität vorteilhaft, bei dem aufgrund ähnlicher statistischer Gewichte etwa gleichviele Neutrino- und Antineutrinoereignisse generiert werden. Aufgrund des niedrigeren Wirkungsquerschnitts für Antineutrinos bedeutet das in der Regel eine längere Laufzeit mit Antineutrinos als mit Neutrinos.

8.2 Die Detektion von CP-Verletzung mit Superbeams und Neutrinfabriken

Da CP-Effekte durch θ_{13} und die Massenhierarchie unterdrückt werden, sind sie die wahrscheinlich größte Herausforderung für zukünftige Long-Baseline-Experimente. Dabei gibt es verschie-

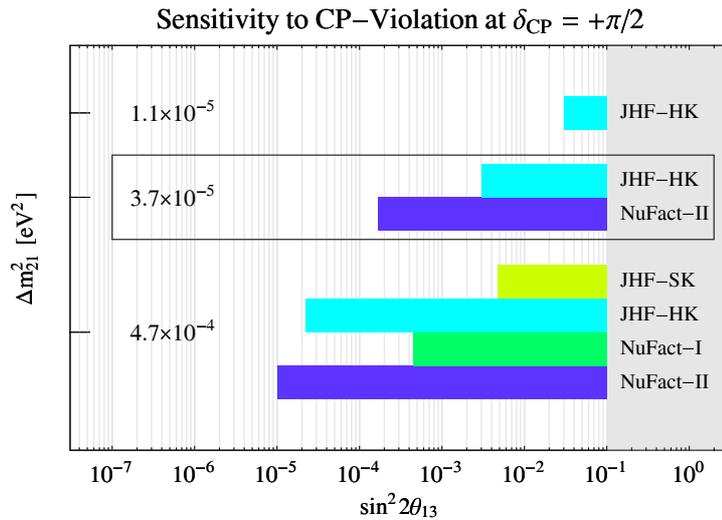


Abbildung 8.1: Der $\sin^2 2\theta_{13}$ -Bereich für die Sensitivität auf maximale CP-Verletzung $\delta_{CP} = +\pi/2$ („Sensitivity to CP-violation at $\delta_{CP} = +\pi/2$ “) für JHF-SK, JHF-HK, NuFact-I und NuFact-II aus Tabelle 5.2 auf dem 90%-Konfidenzlevel (Figur aus [62]). Die Balken für den jeweils links angegebenen Wert von Δm_{21}^2 markieren den Bereich von $\sin^2 2\theta_{13}$, in dem die CP-Verletzungssensitivität gegeben ist, falls für das jeweilige Experiment bei den entsprechenden Parameterwerten überhaupt Sensitivität vorhanden ist. Die Box korrespondiert zu dem Best-Fit-Wert vor dem KamLAND-Ergebnis. Für die nicht angegebenen Oszillationsparameter wurden $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = +3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ und $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ verwendet.

dene Fragestellungen, denn aus Sicht der Neutrinotheorie ist bisher kein spezieller Wert von δ_{CP} favorisiert, alle Werte im Bereich von $-\pi$ bis π (oder 0 bis 2π , da periodisch) sind also zunächst gleich wahrscheinlich. Es gibt aber prinzipiell, neben der Theorie der Neutrinomassen, Gründe, weswegen man den Wert von δ_{CP} gerne kennen würde. So sind zum Beispiel manche Leptogensemodelle mit bestimmten Parameterwerten der CP-Phase unvereinbar, wie etwa CP-Erhaltung. Wir wählen als Beispiel die CP-erhaltenden Werte 0 und π für eine genauere Untersuchung, weil, wie im Abschnitt 3.1 gezeigt, $\delta_{CP} \notin \{0, \pi\}$ leptonischer CP-Verletzung entspricht. Da es experimentell sehr schwierig ist, Werte von δ_{CP} in der Nähe von 0 oder π von CP-Erhaltung zu unterscheiden, ist zum Beispiel ein interessanter Spezialfall dieser Messungen die Sensitivität auf maximale CP-Verletzung $\delta_{CP} = -\pi/2$ oder $\delta_{CP} = +\pi/2$. Eine andere interessante, aber viel kompliziertere Frage ist die nach der Genauigkeit der Bestimmung von δ_{CP} . Diese werden wir jedoch hier nicht diskutieren und verweisen auf [62].

Wie aus Gleichung (3.9) oder Gleichung (4.9) leicht ersichtlich ist, sind die zweiten und dritten Terme in diesen Gleichungen mit Informationen über δ_{CP} besonders für (gleichzeitig) große $\sin 2\theta_{13}$ und $\alpha \equiv \Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2$ relativ zu den anderen Termen verstärkt. Es ist daher zu erwarten, dass die Abhängigkeiten von den tatsächlichen Parameterwerten von $\sin^2 2\theta_{13}$ und Δm_{21}^2 für CP-Messungen eine entscheidende Rolle spielen und CP-Effekte, im Gegensatz zu $\sin^2 2\theta_{13}$ und dem Vorzeichen von Δm_{31}^2 , besonders für große Werte von Δm_{21}^2 favorisiert sind. Tatsächlich stellt sich heraus, dass alle der diskutierten Long-Baseline-Experimente in Tabelle 5.2 für große Δm_{21}^2 auf maximale CP-Verletzung sensitiv sind. Die Abbildung 8.1 zeigt dazu den $\sin^2 2\theta_{13}$ -Bereich, in dem verschiedene Experimente aus Tabelle 5.2 für verschiedene Werte von Δm_{21}^2 (innerhalb der vor KamLAND LMA-erlaubten Region) auf maximale CP-Verletzung $\delta_{CP} = +\pi/2$ sensitiv sind. Für den größten Wert von Δm_{21}^2 sind alle in dieser Figur verwendeten Experimente zumindest marginal sensitiv auf maximale CP-Verletzung. Im Bereich des

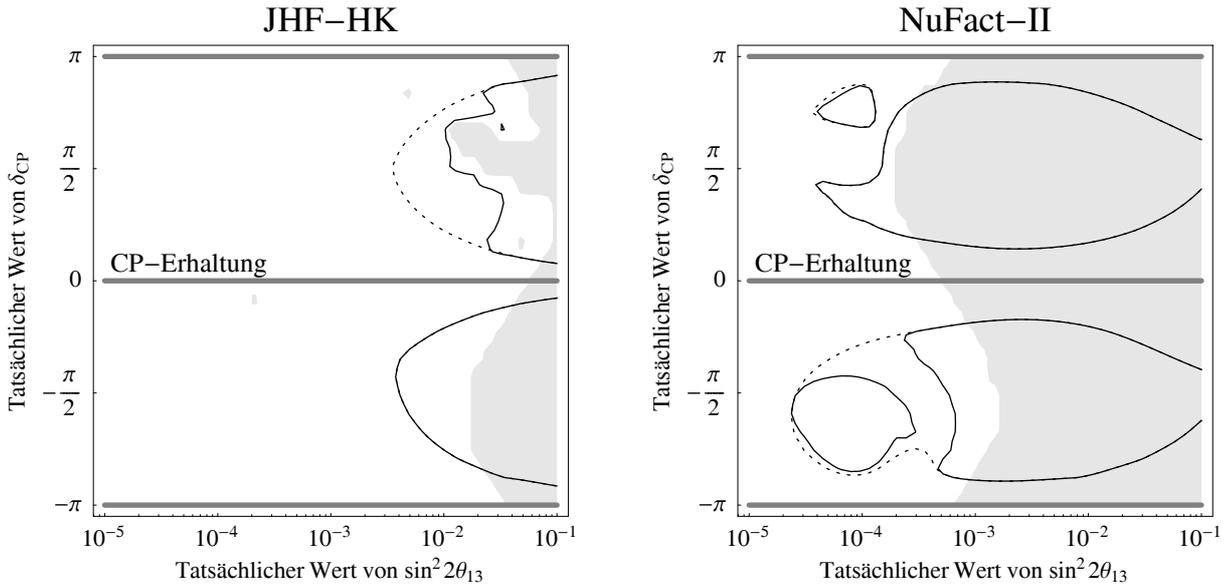


Abbildung 8.2: Die Sensitivität auf eine beliebige, auf den vertikalen Achsen angetragene CP-Verletzung (tatsächlicher Wert von δ_{CP}) als Funktion des tatsächlichen Wertes von $\sin^2 2\theta_{13}$ für JHF-HK (links) und NuFact-II (rechts) auf dem 2σ -Konfidenzlevel (Figur ähnlich zu [62]). Durchgezogene Linien umrahmen den tatsächlich auf die CP-Verletzung sensitiven Bereich, in dem die CP-Verletzung von der durch die horizontalen Linien gekennzeichneten CP-Erhaltung unterschieden werden kann. Gestrichelte Linien umrahmen den Bereich ohne Einbeziehung von entarteten Lösungen, welche im grau-schattierten Bereich auf dem verwendeten Konfidenzlevel jedoch nicht präsent sind. Für die übrigen Oszillationsparameter wurden $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = +3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ und $\Delta m_{21}^2 = 3.7 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ verwendet.

LMA-I Best-Fit-Wertes sind jedoch nur noch JHF-HK und NuFact-II aufgrund der guten Statistik in der Lage, die maximale CP-Verletzung in den markierten Bereichen von $\sin^2 2\theta_{13}$ zu detektieren. Für sehr kleine Δm_{21}^2 bleibt schließlich nur noch JHF-HK übrig, da die Materieunsicherheiten aufgrund der langen Baseline die Sensitivität der Neutrino-fabrik zerstören. Daher sind CP-Messungen im LMA-I-Bereich nur mit Superbeam-Upgrades und Neutrino-fabriken möglich.

Um im LMA-I-Bereich die Abhängigkeit vom tatsächlichen Wert von δ_{CP} zu illustrieren, zeigen wir in Abbildung 8.2 die CP-Verletzungssensitivität als Funktion des tatsächlichen Wertes der CP-Phase (vertikale Achsen) für die in diesem Bereich sensitiven Experimente JHF-HK und NuFact-II (durchgezogene Kurven) [62]. In dieser Figur wird die Fragestellung untersucht, ob für einen bestimmten, tatsächlichen Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ der angetragene tatsächliche Wert von δ_{CP} von $\delta_{CP} \in \{0, \pi\}$ (CP-Erhaltung) unterschieden werden kann, wir heben also die Beschränkung auf maximale CP-Verletzung auf. Erwartungsgemäß sieht man, dass unterhalb der für die Experimente jeweils zugänglichen Bereiche von $\sin^2 2\theta_{13}$ und entlang der CP-erhaltenden Werte 0 und π (horizontale Linien) keine Verifikation der CP-Verletzung möglich ist. Anhand dieser Figur kann man auch die Rolle der $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ -Entartung erkennen: Die gestrichelten Kurven entsprechen den Konturen ohne Einbeziehung dieser Entartung, welche nur für kleine Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ im nicht grau-schattierten Bereich auftritt. Die entartete Lösung verursacht besonders dann Probleme, wenn sie in der Nähe von $\delta_{CP} = 0$ oder π auftritt und daher nicht von diesen CP-erhaltenden Werten unterschieden werden kann. Dazu kommt eine numerische Koinzidenz im oberen Bereich des NuFact-II-Plots, die generelle Struktur der Konturen ohne die Entartung und Koinzidenz ist jedoch als konvexe Hülle leicht zu erkennen. Sie entspricht dem Ergebnis, das

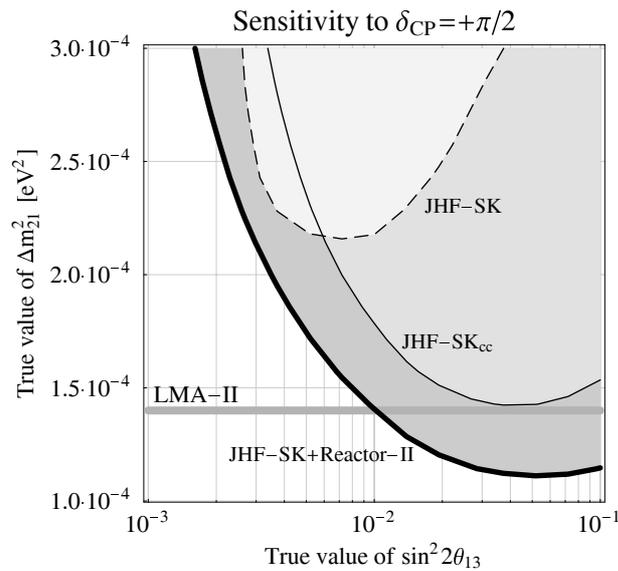


Abbildung 8.3: Die Sensitivität auf maximale CP-Verletzung $\delta_{CP} = +\pi/2$ („Sensitivity to $\delta_{CP} = +\pi/2$ “) als Funktion der tatsächlichen Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ („True value of $\sin^2 2\theta_{13}$ “) und Δm_{21}^2 („True value of Δm_{21}^2 “), wobei die Figur aus [149] stammt. Die Sensitivität ist oberhalb der Konturen, angedeutet durch die Schattierungen, auf dem 90%-Konfidenzlevel gegeben und nur innerhalb des nach KamLAND erlaubten LMA-Bereichs gezeigt, wobei nur der als horizontale Linie eingezeichnete LMA-II-Wert sichtbar ist. Als Setups werden JHF-SK (nur Neutrinobetrieb), JHF-SK_{cc} (gleiche Laufzeit mit etwa gleichen Zahlen von Neutrino- und Antineutrinoereignissen) und JHF-SK (im Neutrinobetrieb) kombiniert mit Reactor-II (JHF-SK+Reactor-II) aus den Tabellen 5.2 und 6.1 verwendet. Für die übrigen Oszillationsparameter werden $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = +3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ benützt.

man von der Kombination mehrerer Experimente mit komplementären Informationen zur Aufhebung der Entartung erwarten würde [156]. Aufgrund dieser qualitativen Form ist die Sensitivität auf maximale CP-Verletzung auch in gewisser Hinsicht repräsentativ für die Leistungsfähigkeit eines Experiments bezüglich aller CP-Effekte. Eine weitere interessante Beobachtung ist die Verschlechterung der Sensitivität bei NuFact-II für große Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$. Dort verursacht die Materieunsicherheit eine Unsicherheit im relativ großen ersten Term in Gleichung (4.9), die als Hintergrundunsicherheit zu den zweiten und dritten Termen agiert und deren Bestimmung stört.

Trotz des für sie nicht zugänglichen LMA-I-Bereichs können auch die Superbeams der ersten Generation durch leichte Modifikationen wesentlich verbessert werden [108, 149]. So zeigt Abbildung 8.3 die Sensitivität auf maximale CP-Verletzung $\delta_{CP} = +\pi/2$ (unter anderem) für JHF-SK in Neutrinobetrieb und JHF-SK_{cc} im kombinierten Neutrino- und Antineutrinobetrieb bei gleicher Laufzeit und etwa gleicher Anzahl von Neutrino- und Antineutrinoereignissen. In dieser Figur in der Ebene der tatsächlichen Parameterwerte von $\sin^2 2\theta_{13}$ und Δm_{21}^2 ist leicht erkennbar, dass das gleichzeitige Verwenden der CP-konjugierten Kanäle die CP-Sensitivität im LMA-II-Bereich deutlich verbessert. Aufgrund der niedrigen Statistik des JHF-SK-Experiments der ersten Generation kann man jedoch keine Abdeckung der LMA-I-Region erwarten.

Die Kombination von verschiedenen CP-sensitiven Experimenten verbessert die Sensitivität auf maximale CP-Verletzung nicht besonders stark, mit Ausnahme der Auflösung der Entartungen in vereinzelt Bereichen. Zwar können Modifikationen von einzelnen Experimenten, wie die Einbeziehung des Antineutrino Kanals bei JHF-SK, die CP-Sensitivität entscheidend verbessern,

doch die zusätzliche Verwendung anderer CP-sensitiver Experimente beeinflusst die Leistungsfähigkeit mit Ausnahme der höheren Statistik kaum. Dieses Fehlen von echten Synergieeffekten wird sowohl bei einer Kombination der Superbeams [108], als auch bei der Kombination verschiedener Baselines einer Neutrinoanlage beobachtet [98], besonders da bei der Neutrinoanlage die Baseline von 3000 km bereits für δ_{CP} optimiert ist [58]. Alternativen zu Superbeams und Neutrinoanlagen für CP-Messungen sind bisher nicht diskutiert, da konventionelle Beams zu wenig Statistik besitzen und Reaktorexperimente mit dem CP-insensitiven Appearance-Kanal arbeiten¹. Eine interessante Anwendung der Reaktorexperimente ist jedoch in Abbildung 8.3 illustriert, in der die Kombination von JHF-SK (im Neutrinobetrieb) mit Reactor-II wesentlich besser als viele andere Optionen ist (vgl. [149]) und sogar den LMA-II Best-Fit-Wert abdeckt. Dies kann man leicht verstehen, wenn man sich überlegt, dass die CP-Verletzungssensitivität besonders von der Korrelation von δ_{CP} mit $\sin^2 2\theta_{13}$ stark beeinträchtigt wird. Bei der Kombination der Neutrino- und Antineutrino-Kanäle kann die Korrelation durch eine in diesen Kanälen unterschiedliche, orthogonale Form aufgelöst werden, ebenso wie durch die Kombination des Neutrino-Kanals mit dem externen Reactor-II-Experiment, das $\sin^2 2\theta_{13}$ relativ genau misst, aber nicht CP-sensitiv ist (und damit auch diese Korrelation nicht besitzt). Da der Neutrino-Kanal aufgrund des höheren Wirkungsquerschnitts der Neutrinos höhere Ereigniszahlen als der Antineutrino-Kanal produziert, ist es günstiger, bei JHF-SK ausschließlich den Neutrino-Kanal zu verwenden und diesen mit einem großen Reaktorexperiment zu kombinieren. Letztendlich wird jedoch nur eine Verbesserung der Statistik der CP-sensitiven Experimente den gesamten LMA-Bereich zur Bestimmung von CP-Effekten zugänglich machen

8.3 Die Sensitivität auf CPT-Invarianz an Neutrinoanlagen

Eine Motivation für eine große CPT-Verletzung im Neutrino-Sektor kommt aus dem LSND-Ergebnis [35, 36], bei dem eine dritte Massenquadratdifferenz identifiziert wurde, die mit der unitären Mischung von nur drei Neutrinos unvereinbar ist. Zunächst wurde also ein viertes leichtes Neutrino postuliert, das jedoch steril sein musste, also nicht schwach wechselwirkend, weil man es sonst in der Z^0 -Breite am LEP (CERN) gesehen hätte. Nach dem SNO-Ergebnis wurde diese Erklärung aber mit hoher Wahrscheinlichkeit zurückgewiesen, so dass das LSND-Ergebnis noch fragwürdiger wurde. Eine weitere mögliche Erklärung ist jedoch eine große CPT-Verletzung im Neutrino-Sektor, denn diese könnte unterschiedliche Massenspektren (und Mischungswinkel) für Teilchen und Antiteilchen implizieren. Da die bisherigen Experimente vorrangig entweder Teilchen oder Antiteilchen detektieren, wäre diese Erklärung, wenn auch nach dem KamLAND-Ergebnis etwas mit Schwierigkeiten behaftet, konsistent mit den Daten (siehe zum Beispiel [161, 162]). Die Notwendigkeit dieser Erklärung wird jedoch spätestens mit dem MiniBooNE-Experiment in den folgenden Jahren geklärt [39], das das LSND-Ergebnis endgültig zurückweisen könnte. Da im Standardmodell eine CPT-Verletzung nicht vorkommt, die auch andere Symmetrien, wie die Lorentzinvarianz, verletzen würde, würde der Nachweis einer CPT-Verletzung auf neue Physik hindeuten. Ein direkter Test der CPT-Invarianz im Neutrino-Sektor ist daher eine interessante Option, entweder eine große CPT-Verletzung im Bereich der Massenquadratdifferenzen auszuschließen oder neue Physik jenseits des Standardmodells

¹Dies kann man auch leicht in Abschnitt 8.1 beobachten: $\Delta P_{\alpha\alpha}^{\text{CP}} = 0$ gilt grundsätzlich im Vakuum, wobei das Vakuum für Reaktorexperimente generell eine gute Näherung ist.

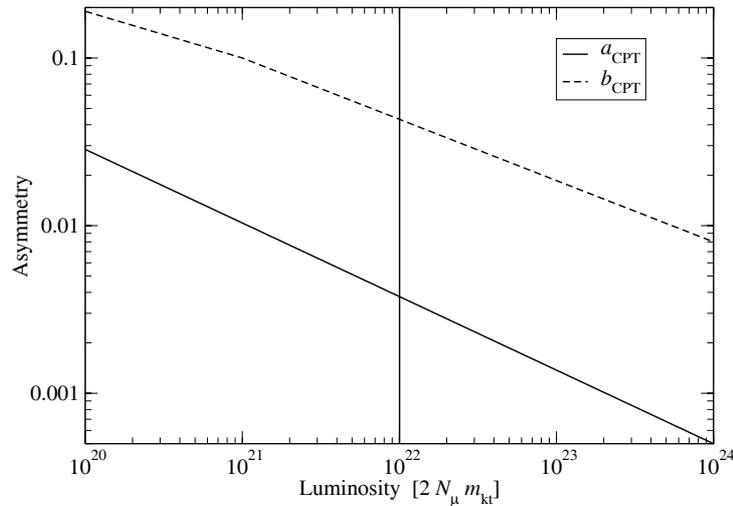


Abbildung 8.4: Die geschätzten Sensitivitäten auf die in Gleichung (8.5) definierten CPT-Asymmetrieparameter a_{CPT} und b_{CPT} als Funktion der Luminosität $2 N_\mu m_{\text{kt}}$ (Figur aus [163]). Dabei ist N_μ die totale Anzahl der nützlichen Myonzerfälle und m_{kt} die Detektormasse in Kilotonnen. Für diese Abschätzung wurde die Simulation in [55] (Abbildung 3) für die führenden atmosphärischen Parameter mit den entsprechenden Parameterwerten verwendet. Gemessen an der Anzahl der nützlichen Myonzerfälle pro Jahr, der Laufzeit und der Targetmasse, entspricht die vertikale Linie etwa NuFact-I, und NuFact-II operiert bei etwa $2 N_\mu m_{\text{kt}} \sim 5 \cdot 10^{23}$.

zu entdecken. Dazu eignet sich vor allem das Hochpräzisionsinstrument Neutrinoanlage für die führenden atmosphärischen Parameter.

Man kann zeigen, dass CPT-Invarianz gleiche Massen und Mischungen für Teilchen und Antiteilchen impliziert, so dass unterschiedliche Neutrino- und Antineutrino-Oszillationsparameter ein hinreichender Beweis für eine Verletzung der CPT-Invarianz wären. Innerhalb der jeweiligen Art von Teilchen wäre der Drei-Flavor-Oszillationsformalismus aber dann unitär, so dass CPT- und Unitaritätsverletzung verschiedene Mechanismen sind – daher diskutieren wir die CPT-Verletzung auch im Rahmen des Oszillationsformalismus. Die bisher stärkste Grenze für CPT-Invarianz kommt aus dem K^0 - \bar{K}^0 -System [1, 164]

$$\frac{|m_{K^0} - m_{\bar{K}^0}|}{\frac{1}{2}(m_{K^0} + m_{\bar{K}^0})} \lesssim 10^{-18}. \quad (8.4)$$

Eine interessante Parallele ist, eine vergleichbare Information mittels einer Neutrinoanlage abzuleiten [163]. Dazu eignet sich vor allem der auf die führenden atmosphärischen Parameter sensitive Disappearance-Kanal $P_{\mu\mu}$ (beziehungsweise $P_{\bar{\mu}\bar{\mu}}$) einer Neutrinoanlage, da dort starke Oszillationseffekte mit hoher Statistik bei nur kleinen Materieeffekten und kleinem Elektron-Neutrino-Hintergrund beobachtbar sind. Ein phänomenologischer Beweis für CPT-Verletzung wären unterschiedliche führende atmosphärische Oszillationsparameter Δm_{31}^2 und θ_{23} , da diese durch unterschiedliche Massengenerationsmechanismen von Neutrinos und Antineutrinos, also einer Form von CPT-Verletzung, erzeugt würden. Wir bezeichnen daher die Oszillationsparameter für Neutrinos mit Δm_{31}^2 und θ_{23} und die für Antineutrinos mit $\Delta \bar{m}_{31}^2$ und $\bar{\theta}_{23}$. Betreibt man dann eine Neutrinoanlage mit Neutrinos, werden die Parameter Δm_{31}^2 und θ_{23} gemessen, im Antineutrino-Betrieb die entsprechenden Parameter $\Delta \bar{m}_{31}^2$ und $\bar{\theta}_{23}$. Daher ist die Genauigkeit der Bestimmung der führenden atmosphärischen Parameter eine direkte Schranke für die

CPT-Verletzung in diesen Parametern: Innerhalb der Messfehler kann der Neutrino-Parameter nicht vom Antineutrino-Parameter unterschieden werden, ist die Abweichung jedoch größer als der Messfehler, kann die CPT-Verletzung auf dem entsprechenden Konfidenzlevel verifiziert werden. Leider lassen sich die Massenquadratdifferenzen ohne Wissen über die absolute Neutrino-Massenskala nicht in Massendifferenzen übersetzen um die Schranke für CPT-Invarianz mit der des Kaon-Systems vergleichen zu können. Nimmt man jedoch ein hierarchisches Massenspektrum an, das heißt die Aufspaltungen zwischen den Neutrinomassen sind groß im Vergleich zur kleinsten Masse (vgl. nächstes Kapitel), so kann man für die beiden Asymmetrie-Parameter

$$a_{\text{CPT}} = \frac{|m_3 - \bar{m}_3|}{\frac{1}{2}(m_3 + \bar{m}_3)}, \quad b_{\text{CPT}} = \frac{|\theta_{23} - \bar{\theta}_{23}|}{\frac{1}{2}(\theta_{23} + \bar{\theta}_{23})} \quad (8.5)$$

obere Schranken abschätzen [163]. In Abbildung 8.4 sind diese Schranken als Funktion der dort definierten Luminosität angegeben, wobei die Präzision der führenden atmosphärischen Parameter in [55] verwendet wurde. Für NuFact-II ergibt das für hierarchische Massenspektren eine relative Schranke $a_{\text{CPT}} \lesssim 7 \cdot 10^{-4}$ im Vergleich zum Kaon-System mit 10^{-18} , sie ist also um viele Größenordnungen schlechter. Trotzdem würde bereits die kleine Neutrino-Fabrik NuFact-I ausreichen, um eine so große CPT-Verletzung im atmosphärischen Δm_{31}^2 wie in [162] zur Erklärung des LSND-Experiments benötigt zurückweisen zu können.

In diesem Kapitel haben wir also gesehen, dass CP- und CPT-Verletzung zwei der am schwierigsten zugänglichen Effekte im Rahmen der Drei-Flavor-Neutrinooszillationen sind und daher die Grenzen der Machbarkeit für zukünftige Long-Baseline-Experimente herausfordern. Damit ist unser Bild der Drei-Flavor-Neutrinooszillationen vollständig.

Kapitel 9

Die absolute Neutrino-Massenskala

Da Neutrinooszillationen von den Massenquadratdifferenzen abhängen, aber nicht von den absoluten Neutrinomassen, ist die absolute Neutrino-Massenskala dafür nicht relevant. Trotzdem hat sie phänomenologische Konsequenzen außerhalb der Neutrinooszillationen: So könnten die Neutrinomassen zum Beispiel zur bisher noch nicht vollständig verstandenen, dunklen Materie beitragen. Auch für andere Mechanismen mit beobachtbaren Auswirkungen sind die absoluten Neutrinomassen wichtig, wie zum Beispiel für Neutrinozerfall, Baryogenese und neutrinolosen Doppelbetazerfall. Eng verknüpft mit der absoluten Neutrino-Massenskala sind dabei die theoretischen Mechanismen zur Generation der Neutrinomassen, welche, wie wir sehen werden, auch gleichzeitig die Mischungen erzeugen. Wir werden in diesem Kapitel eine kurze Übersicht über die theoretischen und phänomenologischen Implikationen absoluter Neutrinomassen geben und schließlich, als kleine Anwendung, empirisch Parallelen zwischen den Massenspektren der Quarks und Leptonen diskutieren.

9.1 Theoretische Grundlagen der Neutrinomassen und -mischungen

Neutrinomassenterme sind im Standardmodell der Elementarteilchenphysik nicht vorgesehen, da es im Standardmodell keine rechtshändigen Neutrinos gibt (für Dirac-Massenterme) und Majorana-Massenterme die Eichsymmetrien verletzen. Trotzdem besticht die Einführung rechtshändiger Neutrinos durch ihre Einfachheit, die im Rahmen des sogenannten „see-saw“-Mechanismus auch eine natürliche Erklärung für die Kleinheit der Neutrinomassen liefert. Unter der Annahme verschiedener Invarianzen unter Symmetrien, wie Poincarè- und Paritätstransformationen, kann man zeigen, dass der allgemeinste Massenterm, abhängig von der Notation, von der Form¹

$$-\mathcal{L}_{\text{Masse}} = \frac{1}{2} \left(\overline{\nu}_L^c \quad \overline{\nu}_R^c \right) \begin{pmatrix} M_L & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.k. \quad (9.1)$$

ist. Dabei sind M_D , M_L und M_R 3×3 -Matrizen, welche Dirac-Massenterme $\propto \overline{\nu}_L \nu_R$ und $\propto \overline{\nu}_R \nu_L$ und Majorana-Massenterme $\propto \overline{\nu}_L^c \nu_L$ und $\propto \overline{\nu}_R^c \nu_R$ erzeugen, was auch impliziert, dass Majorana-Teilchen deren eigene Antiteilchen sind. Im Allgemeinen wird M_D mit der Massenskala der

¹Da wir in diesem Kapitel die prinzipiellen Eigenschaften der Massenmatrizen vorstellen wollen, sehen wir hier von einer detaillierteren Diskussion der Eigenschaften der Massenterme und Notationen ab. Für eine ausführlichere Darstellung siehe zum Beispiel [56, 165].

geladenen Fermionen assoziiert, welche durch den Vakuumerwartungswert des Standardmodell-Higgses und die Yukawa-Kopplungen bestimmt wird, man bezeichnet diese Massenskala daher auch häufig als Dirac-Massenskala. Alternativ kann man auch für $M_L = M_R = 0$ reine Dirac-Massenterme konstruieren, bei denen M_D direkt als Neutrino-Massenmatrix identifiziert wird. Diese Möglichkeit bietet jedoch keinen so einfachen Mechanismus, die Kleinheit der Neutrinomassen zu erklären. Die prinzipiell beliebige Massenmatrix M_R wird meist im Bereich der GUT-Skala $\Lambda \sim 10^{16}$ GeV oder etwas darunter angesiedelt. Dies ist eine konsistente Betrachtungsweise im Falle einer vereinheitlichenden Theorie bei sehr hohen Energien, die zum Beispiel auch die für Leptogenese-Mechanismen sehr beliebten, schweren rechtshändigen Majorana-Neutrinos beinhaltet. Da die Konstruktion von Massentermen $\propto \overline{\nu_L^c} \nu_L$ aus linkshändigen $SU(2)$ -Dubletts nur mit Hilfe eines erweiterten Higgs-Sektors möglich wäre, wird in minimalen Erweiterungen des Standardmodells $M_L = 0$ gesetzt. Die Neutrinomassen ergeben sich dann als Eigenwerte der Matrix in Gleichung (9.1). Für nur eine Generation von Neutrinos erhält man mit $M_R \gg m_D$, wie man sich leicht überzeugen kann, zwei Masseneigenwerte $m_1 \simeq m_D^2/M_R$ und $m_2 \simeq M_R$. Dies führt zum Beispiel für m_D im Bereich der Top-Quark-Masse zu leichten linkshändigen Majorana-Neutrinomassen im Bereich von 10^{-3} eV und schweren rechtshändigen Majorana-Neutrinomassen im Bereich der GUT-Skala. Man bezeichnet diesen Mechanismus, der mit Hilfe der schweren GUT-Skala die kleinen Massen der aktiven Neutrinos erklärt, als „see-saw“-Mechanismus [166–168]. In der allgemeineren Form für drei Generationen kann man für $M_L = 0$ eine effektive Neutrino-Massenmatrix m_ν für die leichten Neutrinos durch Blockdiagonalisierung der Matrix in Gleichung (9.1) ableiten, so dass sich die allgemeine Form des see-saw-Mechanismus zu

$$m_\nu = -M_D M_R^{-1} M_D^T \quad (9.2)$$

ergibt [169]. Um die Majorana-Masseneigenwerte der leichten Neutrinos zu erhalten, muss man jedoch diese Matrix m_ν noch diagonalisieren. Nun kann die Dirac-Massenmatrix M_D generell durch zwei unitäre Matrizen V_L und V_R diagonalisiert werden, also $M_D = V_L D V_R^\dagger$ mit der Diagonalmatrix D , und es kann im Allgemeinen eine Basis gewählt werden, in der M_R mit reellen, positiven Eigenwerten diagonal ist. Einsetzen in Gleichung (9.2) liefert

$$m_\nu = -(V_L D V_R^\dagger) M_R^{-1} (V_R^* D V_L^T). \quad (9.3)$$

Da unitäre Transformationen das Eigenwertspektrum nicht ändern, sind die Masseneigenwerte durch die Kombination $D V_R^\dagger M_R^{-1} V_R^* D$, eine komplexe, symmetrische Matrix, bestimmt. Weil D und M_R^{-1} in der gewählten Basis diagonal sind, gilt für den Fall $V_R \simeq 1$ für die Majoranamasse der leichten Neutrinos

$$m_M^{\nu_i} \simeq \frac{(m_D^i)^2}{M_R^i} \quad (9.4)$$

mit $m_D^i = (D)_{ii}$ und $M_R^i = (M_R)_{ii}$, der see-saw-Mechanismus lässt sich also in diesem Fall für jede Generation einzeln anwenden. Um auf logarithmischen Skalen eine Abschätzung für die absoluten Neutrinomassen treffen zu können, kann somit Gleichung (9.4) verwendet werden, falls die aus V_R kommende Mischung nicht zu groß ist. Die für Neutrinooszillationen relevante, leptonsche Mischungsmatrix U_{MNS} hängt neben der Matrix \tilde{V}_L , die m_ν in Gleichung (9.2) diagonalisiert, auch von der Matrix U_L ab, die die Massenmatrix der geladenen Leptonen diagonalisiert:

$$U_{\text{MNS}} = (U_L)^\dagger \tilde{V}_L. \quad (9.5)$$

In einer Basis, in der die Matrix der geladenen Leptonen diagonal ist, gilt also $U_{\text{MNS}} = \tilde{V}_L$, wobei aus U_{MNS} keine direkte Information über V_R extrahiert werden kann. Große Mischungswinkel in U_{MNS} führen also wegen Gleichung (9.3) nicht notwendigerweise zu großen Abweichungen von $V_R \simeq 1$. Separate Aussagen über alle Bestandteile von U_{MNS} kommen aus der Theorie der Neutrinomassen, die häufig durch Symmetrieüberlegungen verschiedene Muster in der Matrix in Gleichung (9.1) postuliert, sogenannte „Textures“, die dann, im Falle des see-saw-Mechanismus, zu verschiedenen Strukturen in V_L und V_R führen und schließlich Vorhersagen für die Mischungswinkel in U_{MNS} treffen (für eine Einführung siehe zum Beispiel [165]). Da derartige Symmetrien typischerweise bei der GUT-Energieskala gültig sind, können durch Renormierungsgruppenlaufen der Neutrinomassen schließlich Aussagen für die heute zugänglichen, niedrigeren Energiebereiche getroffen werden (für eine Einführung, siehe zum Beispiel [170, 171]).

Zusammenfassend kann man also für $M_L = M_R = 0$ reine Dirac-Massenterme mit Masseneigenwerten $m_D^{\nu_i}$ für die leichten Neutrinos konstruieren, oder für $M_L = 0$ und $M_R \neq 0$ Massenterme mit Masseneigenwerten $m_M^{\nu_i}$. Letztere haben den Vorteil, dass mit Hilfe des see-saw-Mechanismus die Kleinheit der Neutrinomassen erklärt werden kann. Für den Fall $V_R \simeq 1$, bei dem die Rotation durch V_R das Verhalten der Masseneigenwerte auf logarithmischen Skalen nicht ändert, gilt dann als erste Abschätzung die vereinfachte see-saw-Formel in Gleichung (9.4). Experimentell ist bisher ungeklärt, welche Art von Neutrinomassen in der Natur realisiert ist. Es gibt phänomenologische Unterscheidungsmöglichkeiten, die auf der Eigenschaft der Majorana-Neutrinos beruhen ihre eigene Antiteilchen zu sein, denn dadurch werden zum Beispiel Neutrino-Antineutrino-Oszillationen und neutrinoloser Doppelbetazerfall möglich. Diese Mechanismen sind jedoch in der Regel mit einem Faktor $\propto m/E$ helizitätsunterdrückt, da sie den Übergang eines linkshändigen in ein rechtshändiges Teilchen beinhalten und die Teilchen-Antiteilchen-Unterscheidung trotzdem noch durch die Helizität möglich ist². Schließlich kann man zeigen, dass Majoranamassen zwei zusätzlichen Phasen in U_{MNS} enthalten, die jedoch auf Neutrinooszillationen keine Auswirkungen haben.

9.2 Phänomenologie absoluter Neutrinomassen

Im Abschnitt 7.1 haben wir die Massenspektren der aktiven Neutrinos in normale und invertierte Hierarchien unterteilt, wobei die Unterscheidung durch das Vorzeichen von Δm_{31}^2 gegeben ist. Zusammen mit den Massenquadratdifferenzen $|\Delta m_{31}^2|$ und $|\Delta m_{21}^2|$ legt es das für Neutrinooszillationen relevante Massenspektrum fest, dessen absolute Skala jedoch für Oszillationen irrelevant ist. Man kann sich leicht überlegen, dass sich diese absolute Neutrino-Massenskala durch einen einzigen Parameter fixieren lässt, der die absolute Position des Massenspektrums bestimmt. Wählen wir zum Beispiel m_1 als diesen Parameter, so ergeben sich die anderen absoluten Neutrinomassen m_2 und m_3 wegen $\Delta m_{21}^2 > 0$ aus

$$m_2 = \sqrt{m_1^2 + \Delta m_{21}^2}, \quad m_3 = \sqrt{m_1^2 + \text{sgn}(\Delta m_{31}^2) \cdot |\Delta m_{31}^2|} \quad (9.6)$$

²Im Falle von Majorana-Neutrinos würde man jedes linksdrehend produzierte oder nachgewiesene Teilchen als Teilchen und jedes rechtsdrehende als Antiteilchen identifizieren. Aufgrund der nichtverschwindenden Neutrinomasse lebt aber jedes Teilchen auch zu einem Anteil $\propto m/E$ als Teilchen umgekehrter Helizität. Da sich die Teilchen-Antiteilchen-Unterscheidung auf die Unterscheidung der Helizität beschränkt, werden alle Mechanismen mit Majorana-Neutrinos, die die Gleichheit von Teilchen und Antiteilchen ausnutzen, durch diesen Faktor unterdrückt.

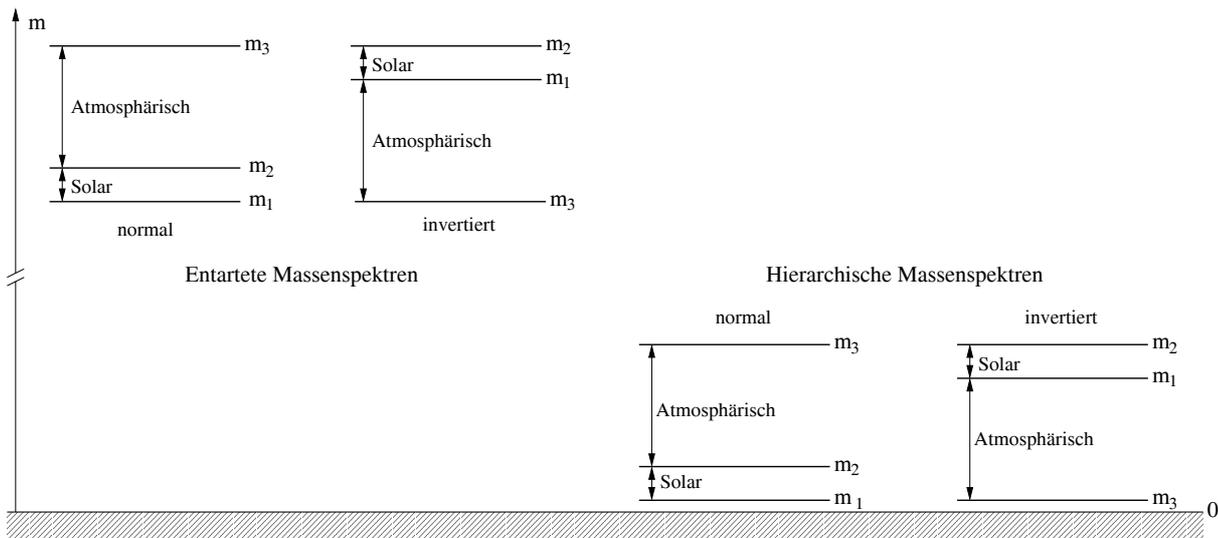


Abbildung 9.1: Beispiele für die beiden Extremfälle von entarteten ($\sqrt{|\Delta m_{21}^2|} < \sqrt{|\Delta m_{31}^2|} \ll m_1 \simeq m_2 \simeq m_3$) und hierarchischen ($\sqrt{|\Delta m_{31}^2|} > \sqrt{|\Delta m_{21}^2|} \gg \min[m_1, m_3]$) Massenspektren für normale und invertierte Hierarchien (vgl. auch Abbildung 7.1).

aus m_1 und den Oszillationsparametern. Prinzipiell kann nun das Massenspektrum unterhalb der oberen Schranke für Neutrinomassen beliebig liegen. Es werden jedoch häufig zwei Grenzfälle diskutiert, welche in Abbildung 9.1 illustriert sind und sich aus dem Vergleich der Massenquadratdifferenzen mit den absoluten Neutrinomassen ergeben:

Hierarchische Massenspektren Die durch die Massenquadratdifferenzen gegebenen Aufspaltungen der Neutrinomassen sind groß im Vergleich zur kleinsten Neutrinomasse: $\sqrt{|\Delta m_{31}^2|} > \sqrt{|\Delta m_{21}^2|} \gg \min[m_1, m_3]$. Man unterscheidet hier normal und invertiert hierarchische Spektren.

Entartete Massenspektren Die durch die Massenquadratdifferenzen gegebenen Aufspaltungen der Neutrinomassen sind klein im Vergleich zur absoluten Neutrino-Massenskala: $\sqrt{|\Delta m_{21}^2|} < \sqrt{|\Delta m_{31}^2|} \ll m_1 \simeq m_2 \simeq m_3$. Man kann auch hier normale und invertierte Spektren unterscheiden, was jedoch meist für die Konsequenzen der absoluten Massenskala belanglos ist.

Natürlich ist es auch möglich, dass ein anderer Fall für das Massenspektrum zwischen diesen beiden Extremfällen realisiert ist, für viele Diskussionen haben diese beiden Fälle jedoch die interessantesten und einfachsten Eigenschaften.

Experimentell wurden die Neutrinomassen durch verschiedene Mechanismen beschränkt (für einen Überblick siehe [4, 56, 172]). Der kinematische Endpunkt des Betazerfalls von Tritium führte zum Beispiel zu $m_1 \lesssim 2.2 \text{ eV}$. Neutrinoloser Doppelbetazerfall, welcher nur für Majoranamassen möglich ist, beschränkt die Majoranmasse noch stärker auf $m_M^{\nu_i} \lesssim 0.3 \text{ eV}$. Dabei ist zu beachten, dass beide dieser Mechanismen eigentlich sensitiv auf eine bestimmte Kombination der Neutrinomassen sind. Zusätzlich kommen noch ähnliche, mittlerweile etwas bessere Grenzen aus Astrophysik und Kosmologie. Da mit Tabelle 3.1 im heute erlaubten Bereich $\sqrt{|\Delta m_{31}^2|} \lesssim 0.08 \text{ eV}$ gilt, die Aufspaltung der Neutrinomassen also wesentlich kleiner als 0.2 eV

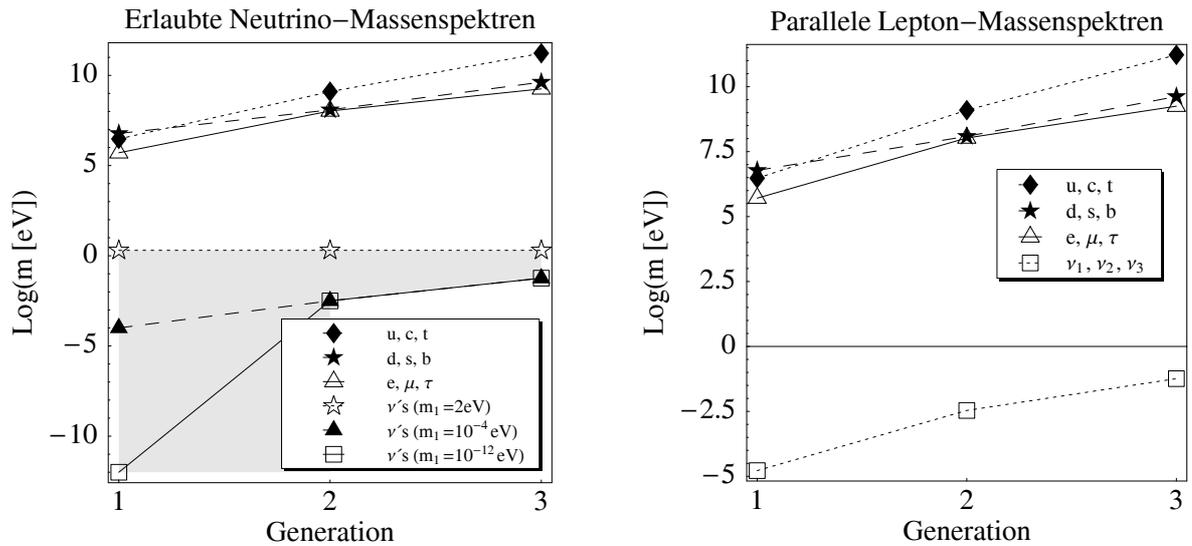


Abbildung 9.2: Die Quark- und Lepton-Massenspektren als Funktion der Generationsnummer auf einer (deka-) logarithmischen Skala (Figuren ähnlich zu [173]). Für die Massen der Quarks und der geladenen Leptonen wurden die mittleren Werte aus [1] verwendet. Für die Neutrinomassen wurden im linken Plot die Massenquadratdifferenzen auf die LMA-Werte $\Delta m_{32}^2 = 3.3 \cdot 10^{-3} \text{eV}^2$ und $\Delta m_{21}^2 \sim 10^{-5} \text{eV}^2$ fixiert und die absolute Neutrino-Massenskala, repräsentiert durch m_1 , variiert. Der grau-schattierte Bereich markiert dabei die erlaubten Massenspektren (siehe Text). Im rechten Plot wurde für die Neutrinomassen nur $\Delta m_{32}^2 = 3.3 \cdot 10^{-3} \text{eV}^2$ fixiert und parallele Kurven von geladenen Leptonen und Neutrinos angenommen.

und 2.2eV ist, wäre ein Massenspektrum nahe dieser oberen Grenzen immer noch entartet. Dadurch ist also noch keine der in Abbildung 9.1 illustrierten Optionen ausgeschlossen.

9.3 Quark- und Lepton-Massenspektren und die absolute Neutrino-Massenskala

In diesem Abschnitt diskutieren wir empirische Regularitäten in den Quark- und Lepton-Massenspektren, die zu weiterführenden theoretischen Erkenntnissen führen könnten [173]. Insbesondere werden wir aus diesen Regularitäten und dem Wissen um die Massenquadratdifferenzen einen Wert für die absolute Neutrino-Massenskala ableiten, die wir hier durch m_1 charakterisieren. Dazu benötigen wir nur wenige Details aus den Theorien der Neutrino-Massen und Mischungen. Wir nehmen hier eine normale Massenhierarchie an, das heißt $m_1 < m_2 < m_3$, wobei eine invertierte Hierarchie durch ein Umdefinieren der Massenindizes (und Mischungen) möglich ist. Außerdem behandeln wir Masseneigenzustände, die Mischungen sind also zunächst nicht präsent, können aber eine wichtige Rolle in den Generationsmechanismen für die Neutrinomassen spielen.

Zeichnet man, wie in Abbildung 9.2 (links), die Quark- und Lepton-Massenspektren als Funktion der Generationsnummer in logarithmischer Darstellung, so erhält man für die Mittelwerte der Massen aus [1] für die Quarks und geladenen Leptonen relativ regelmäßige Muster: Sie liegen in dieser Darstellung etwa auf geraden Linien. Unter der Annahme, dass es einen theoretischen Grund für diese Regularität gibt, wie ein Exponentialgesetz, das diese Linien beschreibt, könnte man ein ähnliches Verhalten für die Neutrinomassen erwarten, wobei in diesem

Fall die Massenskala um viele Größenordnungen nach unten verschoben ist. So eine Regularität könnte vielleicht sogar auf einen Zusammenhang zwischen den Quark- und Leptonmassen hinweisen. Für die Neutrinos erhält man unter Benutzung der experimentell ermittelten, ungefähren Werte von Δm_{21}^2 und Δm_{31}^2 (LMA-Lösung) zusammen mit einer vorgegebenen, absoluten Neutrino-Massenskala m_1 das Massenspektrum aus Gleichung (9.6). In Abbildung 9.2 (linker Plot) sind drei erlaubte Massenspektren für verschiedene Werte von m_1 eingezeichnet, wobei das mit $m_1 = 2 \text{ eV}$ ein entartetes Spektrum an der Obergrenze der erlaubten Neutrinomassen ist und die beiden anderen wegen $m_1 \ll \sqrt{|\Delta m_{21}^2|}$ hierarchische Spektren sind. Für $m_1 \rightarrow 0$ gilt $m_3 \rightarrow \sqrt{|\Delta m_{31}^2|} \simeq \sqrt{|\Delta m_{32}^2|}$ und $m_2 \rightarrow \sqrt{|\Delta m_{21}^2|}$, somit ist die Steigung der Neutrino-Massenkurve zwischen der zweiten und dritten Generation nach unten hin begrenzt, die zwischen der ersten und zweiten Generation wird jedoch für $m_1 \rightarrow 0$ unendlich. Wegen der oberen Schranke der Neutrinomassen bei etwa 2 eV markiert daher der grau-schraffierte Bereich in Abbildung 9.2 den Bereich der erlaubten Neutrino-Massenspektren. Fordert man nun die Parallelität der Neutrino- und Quark- oder Lepton-Massenkurven, so erhält man hierarchische Neutrino-Massenspektren mit $m_1 \simeq 10^{-5 \pm 2} \text{ eV}$ in Konsistenz mit der LMA-Lösung [173].

Neben dieser Forderung nach Parallelität der Massenkurven lassen sich konkretere Überlegungen anstellen. Nimmt man zum Beispiel an, dass die Neutrinomassen reine Dirac-Massen proportional zu denen ihrer geladenen Leptonen-Partner sind,

$$m_D^{\nu_i} = C \cdot m_D^i, \quad (9.7)$$

so kann man bereits mit Hilfe einer der beiden Massenquadratdifferenzen, wie der etablierten atmosphärischen, die Konstante C und damit die Werte aller Neutrinomassen bestimmen. Für $\Delta m_{31}^2 = 3.3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ erhält man somit $m_1 \simeq 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$, $m_2 \simeq 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$ und $m_3 \simeq 5.8 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$. Daraus ergeben sich sowohl die solare Massenquadratdifferenz $\Delta m_{21}^2 \simeq 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ in erstaunlich guter Konsistenz mit der LMA-Lösung sowie ein hierarchisches Neutrino-Massenspektrum. Das erzeugte Massenspektrum ist in Abbildung 9.2, rechter Plot, gezeigt: Es ist ebenso regulär wie die Massenspektren der Quarks und geladenen Leptonen.

Wie in Abbildung 9.2 (rechts) illustriert, ist jedoch ein wichtiger Unterschied der Massenspektren der Neutrinos und der geladenen Leptonen (oder Quarks) die Verschiebung der Neutrino-Massenskala um viele Größenordnungen nach unten. Diese Verschiebung glaubt man heute mit Gleichung (9.2) mit Hilfe der schweren, rechtshändigen Majorana-Neutrinos erklären zu können. Zumindest im Spezialfall kleiner Mischungen in V_R , also bei Anwendung von Gleichung (9.4), lassen sich daher auch ähnliche Überlegungen für die Majorana-Massen anstellen. Diese behalten ihre Gültigkeit für eine erste Abschätzung auch dann, wenn die Mischungen in V_R die Massenspektren nicht stark auf logarithmischen Skalen verschieben. Für weitere alternative Überlegungen sei hier jedoch auf [173] verwiesen, die als Gemeinsamkeit alle hierarchische Massenspektren favorisieren. Die Tests der Konsistenz derartiger Beobachtungen mit der LMA-Lösung unter der Verwendung sehr einfacher Modelle könnte Hinweise auf die komplizierten Erzeugungsmechanismen der Neutrinomassen liefern, wie zum Beispiel die Bedingung $V_R \simeq 1$. Insgesamt ist die Erklärung der Neutrinomassen heute ein sehr lebendiges Gebiet, in dem es, aufgrund der durch die vielen Randbedingungen sehr komplexen Modelle, noch viel Handlungsbedarf gibt.

Kapitel 10

Ausblick: Neutrino-Oszillations-Tomographie

Wie wir gesehen haben, ist eine der wichtigsten Konsequenzen nichtverschwindender Neutrinomassen Flavor-Übergänge, die durch Neutrinooszillationen dominiert werden. Mögliche Beimischungen anderer, im Rahmen der Drei-Flavor-Neutrinooszillationen unitaritätsverletzender Effekte können, neben einer Präzisionsmessung der Neutrinooszillationsparameter, an zukünftigen Long-Baseline-Experimenten getestet werden. Doch gibt es eine Zukunft für die Neutrino-Phänomenologie danach, jenseits der „Neutrino-Hochpräzisionsphysik“?

Im Kapitel 4 haben wir Materieeffekte eingeführt, die die Neutrinooszillationen beeinflussen können. Nehmen wir nun an, die Oszillationsparameter wären relativ genau bekannt und die Beimischungen anderer Effekte hinreichend gut beschränkt. In diesem Falle kann man sich auch umgekehrt fragen, was man aus den Neutrinooszillationen über das durchlaufene Materieprofil lernen könnte. Wir werden diese mögliche Anwendung in diesem Kapitel anhand verschiedener Setups diskutieren, welche Aufschlüsse über das Erdmaterieprofil liefern können, und bezeichnen diese Methode daher auch als „Neutrino-Oszillations-Tomographie“. Dazu werden wir erst die Grundlagen einführen und verschiedene Setups definieren. Anschließend werden wir einige wichtige Aspekte der Oszillations-Tomographie anhand dieser Setups untersuchen und schließlich die Anwendung auf reale, geophysikalische Fragestellungen diskutieren.

10.1 Grundlagen und Setups

Im Grunde genommen gibt es bisher zwei Vorschläge für Neutrino-Tomographie: Neutrino-Absorptions-Tomographie [41, 176–183] und Neutrino-Oszillations-Tomographie [83, 174, 175, 184–186]. Die Absorptions-Tomographie benutzt Neutrinoabsorption in Materie als grundlegenden Mechanismus, die Oszillations-Tomographie dagegen Neutrinooszillationen in Materie. Die Absorptions-Tomographie hat jedoch nur wenige Anwendungen, da der Absorptionsquerschnitt der Neutrinos in Materie erst im TeV-Bereich relativ groß wird und daher nur kosmische Neutrinoquellen dafür in Frage kommen. Außerdem sind, ähnlich der Röntgen-Tomographie, mehrere Baselines notwendig, um Positionsinformationen zu bekommen. Die Oszillations-Tomographie ist dagegen, abhängig von den verwendeten führenden Oszillationen, mit Neutrinos im Energiebereich von etwa 30 MeV bis 50 GeV möglich, der dem von Supernova-Neutrinos, Superbeams und Neutrino Fabriken entspricht. Solare Neutrinos eignen sich jedoch wenig dafür, da deren nach oben hin scharf abgeschnittene Spektren keine Neutrinos nahe der relevanten Resonanzenergie

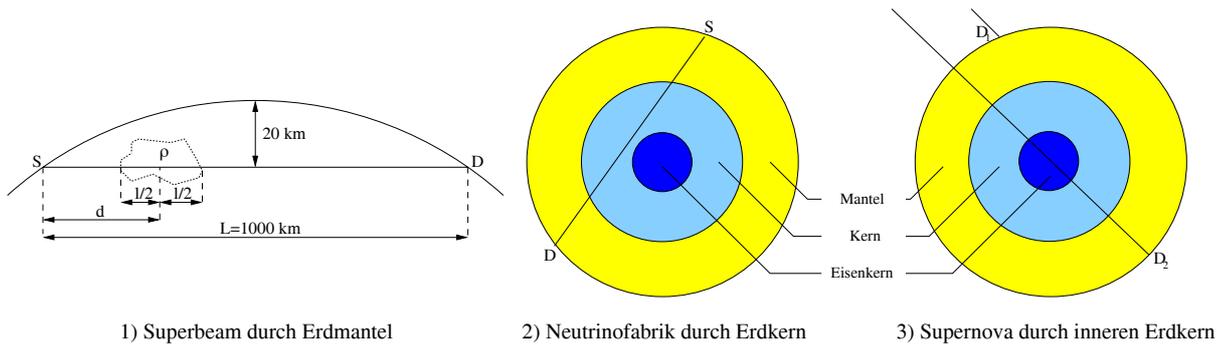


Abbildung 10.1: In diesem Kapitel verwendete Tomographie-Szenarien. Dabei bezieht sich S auf die Quelle und D auf den oder die Detektoren. Im Szenario 1 kreuzt ein von einem Superbeam erzeugter Neutrinostrahl durch den Erdmantel ($L = 1000$ km) eine Höhle der Dichte ρ , welche an der Position d zentriert ist und eine Länge l hat [174]. Im Szenario 2 propagiert ein von einer Neutrinfabrik erzeugter Neutrinostrahl durch den Erdmantel und den (äußeren) Erdkern [83]. Im Szenario 3 werden Supernova-Neutrinos von zwei gleichartigen Detektoren D_1 und D_2 beobachtet, von denen sich D_1 auf der der Supernova zugewandten Seite und D_2 auf der der Supernova abgewandten Seite befindet, wobei letzterer die Supernova durch den inneren Erdkern (Eisenkern) sieht [175].

in Erdmaterie enthalten. Daher hat man für die etablierte LMA-Lösung auch keinen Tag-Nacht-Effekt beobachten können, welcher den Einfluss der Erdmaterieeffekte beschreiben würde. Ein weiterer Vorteil der Oszillations-Tomographie ist die Positionsinformation über Strukturen, die durch Interferenzeffekte sogar bei nur einer einzigen Baseline enthalten ist. Wir werden daher im Folgenden nur die Oszillations-Tomographie besonders unter Verwendung nur einer Baseline diskutieren, um ihre Eigenschaften testen zu können.

Da die analytische Inversion vom Energiespektrum eines Experimentes zurück zum Materieprofil bisher noch nicht gelungen ist, verwenden wir numerische Verfahren mit der Evolutions-Operator-Methode aus Abschnitt 4.1. Die Oszillationswahrscheinlichkeit wird dabei mit Gleichung (4.2) für ein in verschiedene Schichten konstanter Dichte unterteiltes Materieprofil mit dem Produkt der Evolutions-Operatoren in Gleichung (4.3) berechnet. Wie dort durch Gleichung (4.4) beschrieben, kommutieren diese Operatoren im Allgemeinen nicht, so dass durch Interferenzeffekte selbst bei nur einer Baseline Positionsinformationen im Energiespektrum enthalten sein können. Eine der interessanten Fragen wird also sein, wie genau man die Position einer Materiestruktur entlang nur einer Baseline bestimmen kann. Die verwendeten numerischen Verfahren benutzen ein bestimmtes Modell für das Materieprofil, welches durch N Parameter beschrieben wird. Sie simulieren dann das jeweilige Experiment mit dem echten Parametern und fitten die Modellparameter über einen Abgleich der Ratenspektren. Für den Fall $N = 2$ kann so eine Berechnung effizient durchgeführt und die erhaltene Information leicht in dreidimensionalen Kontur-Plots dargestellt werden. Für den Fall $N \gg 2$ verwenden wir einen genetischen Algorithmus zum Fitten der Daten und eine andere Darstellungstechnik.

Insgesamt benützen wir drei völlig unterschiedliche Setups mit sehr unterschiedlichen Zielen, die in Abbildung 10.1 illustriert sind:

1. **Superbeam durch Erdmantel** [174]: Ein 500 MeV-Superbeam wird durch den Erdmantel auf einen 1000 km entfernten Detektor gerichtet. Da zur Zeit dieser Anwendung die Long-Baseline-Physik weiter fortgeschritten sein wird und wir hier nur die prinzipiellen Möglichkeiten aufzeigen wollen, wird der Superbeam als idealisierter Beam ohne

systematische Fehler mit 10 000 Ereignissen/Bin bei 500 MeV simuliert, wobei der der Wirkungsquerschnitt in diesem Energiebereich $\propto E^{1.66}$ für 20 verwendete Bins zwischen 300 MeV und 500 MeV ist und die Ereignisse mit der Oszillationswahrscheinlichkeit gefaltet werden. Die interessante Oszillation ist in diesem Fall der durch $\sin^2 2\theta_{13}$ und Δm_{31}^2 beschriebene $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ -Appearance-Kanal. Die Anzahl der Ereignisse entspricht damit größenordnungsmäßig der eines Superbeam-Upgrades wie JHF-HK für große $\sin^2 2\theta_{13}$ unterhalb des CHOOZ-Limits. Ziel dieser Konfiguration ist die Detektion einer Höhle im Erdmantel mit der Dichte ρ , welche an der Position d zentriert ist und die Länge l hat.

2. **Neutrino-fabrik durch Erdkern** [83]: Eine 20 GeV-Neutrino-fabrik wird durch den Erdmantel und den äußeren Erdkern auf einen 11 736 km entfernten Detektor gerichtet. In diesem Fall wird die Neutrino-fabrik mit insgesamt 100 000 Ereignissen, gleichmäßig auf 31 Bins zwischen 2.5 GeV und 20 GeV verteilt, simuliert, wobei diese Ereignisse auch hier mit der Oszillationswahrscheinlichkeit gefaltet werden. Die dominierende Oszillationen werden hier ebenfalls durch die durch $\sin^2 2\theta_{13}$ und Δm_{31}^2 bestimmten $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ -Appearance-Kanäle beschrieben, die in der Zwei-Neutrino-Näherung simuliert werden. Die totale Anzahl der Ereignisse dieses Setups liegt für die gewählte Baseline und $\sin^2 2\theta_{13} \sim 0.1$ relativ nahe an der der Appearance-Kanäle von NuFact-II. Primäres Ziel dieser Konfiguration ist der Test der Invertierbarkeit der Mantel-Kern-Mantel-Struktur des Materieprofils, also von Größen- und Positionsauflösung der entsprechenden Schichten und Übergänge. Dazu wird das symmetrisierte, eindimensionale Materieprofil entlang der Baseline in $2N$ gleichgroße Schritte unterteilt, deren mittlere Materiedichten bestimmt werden sollen (vgl. Abbildung 4.1 für eine sehr ähnliche Baseline). Die N Parameter werden mit vielen Testläufen eines genetischen Algorithmus rekonstruiert.
3. **Supernova durch inneren Erdkern** [175]: Eine 10 kpc entfernte „Core-Collapse“-Supernova wird von zwei Detektoren D_1 und D_2 auf der Erde beobachtet, wobei D_1 die Supernova ohne Erdmaterieeffekte und D_2 die Supernova durch den inneren Erdkern sieht. Für die beiden Detektoren werden zwei gleicher Größe des Super-Kamiokande- oder Hyper-Kamiokande-Typs verwendet. Die realistischen Supernova- und Detektorsimulationen basieren auf Standardtechniken und benutzen adiabatische Neutrinooszillationen in der Supernova, die zu an der Erdoberfläche ankommenden Neutrinos als Masseneigenzustände führen, welche jedoch beim Eintritt in die Erdmaterie wieder zu oszillieren beginnen. Der relevante Oszillationskanal ist hierfür der führende solare $\bar{\nu}_e$ -Disappearance-Kanal, der aufgrund des Energiespektrums der Supernova-Neutrinos vor allem im Bereich großer Energien von Materieeffekten beeinflusst werden kann [187–189]. Ziel dieses Setups ist die Messung von geophysikalisch schwer zugänglichen Eigenschaften des Erdkerns.

Anhand dieser Setups werden wir im Folgenden verschiedene Eigenschaften der Neutrino-Oszillations-Tomographie diskutieren und aufzeigen.

10.2 Auflösungsgrößen für die Größe von Strukturen

Ein wichtiger grundlegender Aspekt der Neutrino-Oszillations-Tomographie ist die Größe der Strukturen, die aufgelöst werden können. In Abschnitt 4.1 haben wir dazu die Oszillationslänge in Materie als grundlegendes Konzept kennen gelernt, welche für Long-Baseline-Experimente etwa im Bereich $L_{\text{Materie}}^{\text{osc}} \sim 10^{3\pm 1}$ km liegt. Sie bestimmt die Skala für die Größe der Strukturen, die

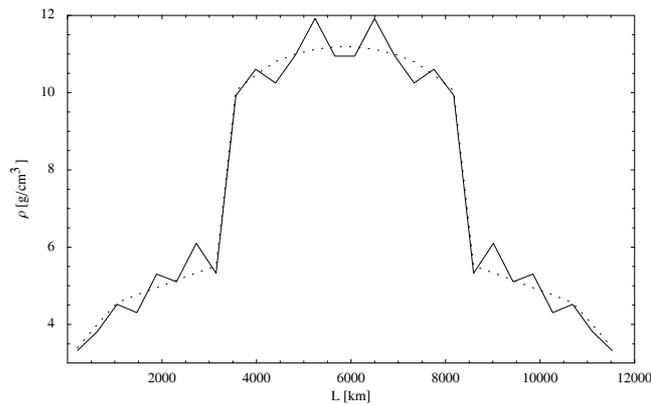


Abbildung 10.2: Ein repräsentatives Beispiel für ein vom genetischen Algorithmus rekonstruiertes Materieprofil (durchgezogene Linie) aus [83] nahe der 1σ -Kontur für $N = 14$ Parameter, also $2N = 28$ Materieschritte (Figur aus [174]). Die gepunktete Linie zeigt das tatsächliche PREM-Materieprofil. Für die Zwei-Flavor-Oszillationsparameter wurden $\Delta m_{32}^2 = +3.2 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ und $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ verwendet.

wir auflösen können. So haben wir zum Beispiel in Abschnitt 4.2 gesehen, dass Minen, Berge und Seen einer Größe $\sim 10 \text{ km}$ für Materieeffekte in den darauf sensitiven Appearance-Kanälen einer Neutrinfabrik praktisch unsichtbar sind (vgl. [103]). Die interessante Frage ist also, wie groß eine Struktur prinzipiell etwa sein muss, um sie in unseren Setups beobachten zu können. Dabei ist zu beachten, dass hier noch keine grundlegenden Unterschiede zur Absorptions-Tomographie bestehen, denn auch durch Absorption entlang nur einer Baseline kann das Vorhandensein einer genügend großen Struktur festgestellt werden, welche die Absorptionseigenschaften ändert – nur deren Position kann mit einer einzigen Baseline dabei nicht lokalisiert werden.

Wir verwenden zur Untersuchung der Auflösungsgrenzen die Szenarios 1 und 2 aus Abbildung 10.1. Die Frage nach der Auflösungsgrenze lässt sich dabei im Szenario 1 (Superbeam durch Erdmantel) als Sensitivitätslimit für die Länge der Höhle l betrachten, also den kleinsten Wert von l , der von 0 unterschieden werden kann. Tatsächlich wird in [174] gezeigt, dass dieser Parameter für eine Dichte $\rho \sim 1 \text{ g/cm}^3$ in der Höhle, wie zum Beispiel für mit Wasser gefüllte Höhlen, etwa $l \gtrsim 100 \text{ km}$ (2σ -Konfidenzlevel) sein muss. Dabei ist zu beachten, dass der Dichtekontrast zwischen Höhle und umgebendem Gestein eine entscheidende Rolle spielt, denn je größer dieser ist, desto besser. Derartig große, teils mit Wasser, teils mit Luft gefüllte Höhlensysteme existieren zwar, sie dürften jedoch mit konventionellen geophysikalischen Methoden einfacher aufzuspüren sein. Für kleinere Dichtekontraste, wie für in porösem Gestein gefangenes Erdöl, wäre das Ergebnis noch viel schlechter.

Im Szenario 2 (Neutrinfabrik durch Erdkern) kann die Auflösungsgrenze für Strukturen viel genauer untersucht werden. Da *a priori* keine Annahmen über das Profil gemacht werden, können die Ergebnisse von verschiedenen Testläufen mit gleichem Konfidenzlevel mit Blick auf diese Eigenschaft interpretiert werden. Leider sind dazu $N > 2$ -dimensionale Konturen in den entsprechenddimensionalen Parameterräumen nicht darstellbar, man kann sich jedoch verschiedene Repräsentanten nahe dieser Konturen im N -dimensionalen Parameterraum ansehen, die alle auf dem entsprechenden Konfidenzlevel gleichwertige Interpretationen des Messergebnisses sind. Abbildung 10.2 zeigt einen solchen Repräsentanten aus [83] nahe der 1σ -Kontur – qualitativ ähnliche wurden in allen Testläufen erhalten. Er zeigt deutlich, dass Fluktuationen mit einer Amplitude von etwa 10% der Materiedichte auf einer Skala unterhalb von mehreren

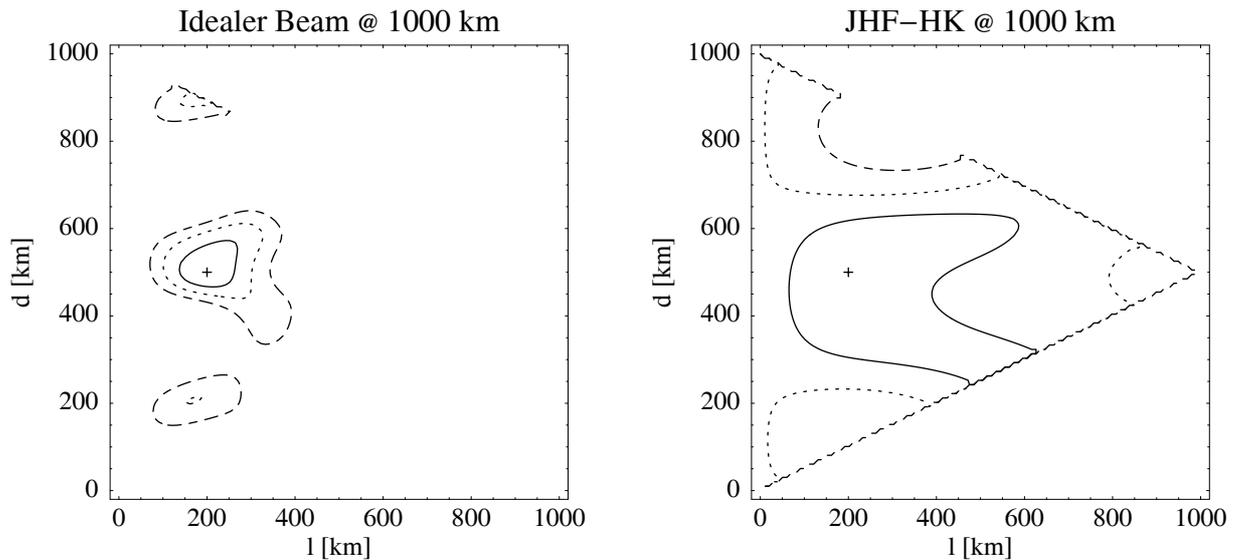


Abbildung 10.3: Die 1σ - (durchgezogene Kurven), 2σ - (gepunktete Kurven) und 3σ - (gestrichelte Kurven) Konturen für die Sensitivität auf eine zentrierte Höhle der Dichte $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ an der Position $d_0 = 500 \text{ km}$ mit der Länge $l_0 = 200 \text{ km}$ (markiert durch die Kreuze). Der linke Plot wurde für die Simulation eines idealisierten Superbeams in [174] mit $L = 1000 \text{ km}$ erzeugt und stellt somit das Limit des technisch Machbaren dar. Der rechte Plot wurde für JHF-HK aus Tabelle 5.2 mit einer modifizierten Baseline von $L = 1000 \text{ km}$ generiert und verwendet eine realistische Beam- und Detektorsimulation unter Einbeziehung systematischer Fehler. Die Abschnittskanten vor allem im rechten Plot ergeben sich aus der Bedingungen $0 < d - l/2$ und $d + l/2 < 1000$. Für beide Grafiken wurden im Vergleich zu [174] die gleichen, nach dem KamLAND-Ergebnis aktualisierten Oszillationsparameter $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = +3.0 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ und $\Delta m_{21}^2 = 7.0 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ verwendet, sowie $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ an der CHOOZ-Grenze und $\delta_{\text{CP}} = 0$.

hundert Kilometern nicht aufgelöst werden können, die größeren Mantel- und Kernstrukturen jedoch schon. Man kann dies auch analytisch in Störungstheorie zeigen: Oszillationen kleiner Amplitude, die schneller als die Oszillationslänge in Materie fluktuieren, können nicht aufgelöst werden [83]. Ein anderer Ansatz die Auflösungsgrenze zu untersuchen ist die Rekonstruktion des Materieprofils mit weniger Parametern, also Schritten, durchführen. So treten derartige Fluktuationen für $N = 4$ Parameter überhaupt nicht auf und diese können sehr genau bestimmt werden. Eine Interpretation dieses Ergebnisses ist, dass das Wirken der mittleren Dichte über Skalen vergleichbar mit der Oszillationslänge in Materie entscheidend für die Neutrinooszillationen ist.

10.3 Positionsinformation durch Interferenzeffekte

Im Gegensatz zur Absorptions-Tomographie kann die Oszillations-Tomographie durch die Interferenzeffekte der einzelnen Operatoren in Gleichung (4.2) auch Positionsinformationen bei nur einer Baseline liefern. Dies wurde zum ersten Mal in [78, 79] am Beispiel der Erdmantel-Erdkern-Resonanz diskutiert. Die Interferenzterme sind jedoch im Vergleich zu den führenden Termen stark unterdrückt, wie man auch für Zufallsfluktuationen im Materieprofil sieht [103, 105]: Die Fluktuationen um eine mittlere Dichte $\bar{\rho}$ mitteln sich zu Null und der verbleibende Nettoeffekt kann als Interferenzeffekt gedeutet werden. Aufgrund dieser unterdrückten Interferenzeffekte ist zu erwarten, dass die Positionsinformation im Vergleich zur Größeninformation untersucher

Strukturen wesentlich schlechter ist.

Für das Szenario 1 (Superbeam durch Erdmantel) zeigt Abbildung 10.3 (links) das Ergebnis eines Zwei-Parameter-Fits als Funktion von l und d für die angegebenen Parameter und eine Höhle an der echten, zentrierten Position $d_0 = 500$ km mit der echten Länge $l_0 = 200$ km (markiert durch das Kreuz). Man sieht leicht, dass die Höhle auf dem 3σ -Konfidenzlevel identifiziert, also von $l = 0$ unterschieden werden kann, und sowohl ihre Größe als auch ihre Position in diesem Szenario relativ genau bestimmt werden können. Die Positionsinformation ist dabei leider nicht so gut wie die Größeninformation: In Richtung der d -Achse treten symmetrisch angeordnete, entartete Lösungen auf dem 2σ -Konfidenzlevel auf. Für asymmetrische Positionen $d_0 \neq L/2$ erhält man zusammen mit der Best-Fit-Lösung bei d_0 immer eine entartete Lösung bei $L - d_0$ [174]. Dies kann auch mit den T- und CP-Symmetrien in Abschnitt 8.1 verstanden werden: Man kann zeigen, dass in Zwei-Flavor-Modellen immer $P_{\alpha\beta} = P_{\beta\alpha}$ ist, diese also im Vakuum T-invariant sind, da intrinsische CP-Verletzung ein echter Drei-Flavor-Effekt ist. Damit gilt auch in Materie $\Delta P_{\alpha\beta}^T = 0$ bei gleichzeitiger Inversion der Kanäle und des Materieprofils. Die Abweichungen von völliger Symmetrie in Abbildung 10.3 (links) bezüglich $d = 500$ km sind also als unterdrückter, und damit kleiner Drei-Flavor-Effekt zu verstehen, der nur durch eine wesentlich bessere Statistik aufgelöst werden kann. Die Bestimmung der Position d_0 der Höhle ist also prinzipiell möglich, eine entartete Lösung bei $L - d_0$ wird jedoch nur mit großen Schwierigkeiten zu eliminieren sein.

Die interessanteste im Szenario 2 (NeutrinoFabrik durch Erdkern) steckende Positionsinformation ist der Ort der Mantel-Kern-Kante. Diese ist auf dem 1σ -Konfidenzlevel leicht auflösbar, wie in Abbildung 10.2 abgebildet. Untersucht man jedoch rekonstruierte Repräsentanten nahe der 2σ - oder 3σ -Konturen, so stellt man fest, dass es auch hier im Bereich weniger hundert Kilometer Abweichungen geben kann [83]. Auch dies deutet darauf hin, dass die durch Interferenzeffekte hervorgerufene Positionsinformation etwas schwächer als die Größeninformation über die Strukturen ist. Die gleichzeitige Verwendung von mehreren Baselines könnte die Qualität der Positionsbestimmung jedoch entscheidend verbessern.

10.4 Geophysikalische Anwendungen

Bisher haben wir mit den Szenarien 1 (Superbeam durch Erdmantel) und 2 (NeutrinoFabrik durch Erdkern) viele Aspekte der Neutrino-Oszillations-Tomographie diskutiert, jedoch noch keine Anwendung ernstzunehmender Konkurrenz für die Geophysik entdeckt, zumal wir idealisierte Beams und Detektoren verwendet haben. In Abbildung 10.3 wird zum Beispiel für die Messung der zentrierten Höhle bei $d_0 = 500$ km mit einer Länge von $l_0 = 200$ km das Ergebnis des idealen Beams mit der realistischen Simulation von JHF-HK aus Tabelle 5.2 bei $L = 1000$ km verglichen. Zwar treten bei JHF-HK keine entarteten Lösungen auf, dafür ist aber auf dem 2σ -Konfidenzlevel bereits fast der ganze mögliche Bereich erlaubt. Diese Differenz ergibt sich, neben der etwas unterschiedlichen Statistik und Beamenergie, vor allem aus der Systematiklimitation von Superbeam-Upgrades, durch die ab einer gewissen Schwelle der Statistik keine genauere Messung mehr möglich ist. Wir werden dennoch in diesem Abschnitt eine Anwendung aufzeigen, die in gewisser Hinsicht konkurrenzfähig wäre. Dazu motivieren wir zunächst die entsprechenden geophysikalischen Fragestellungen.

Die wichtigsten Informationen über das Erdinnere erhalten wir heute durch hauptsächlich bei Erdbeben produzierte seismische Wellen (für eine Übersicht siehe [190, 191]). Diese werden

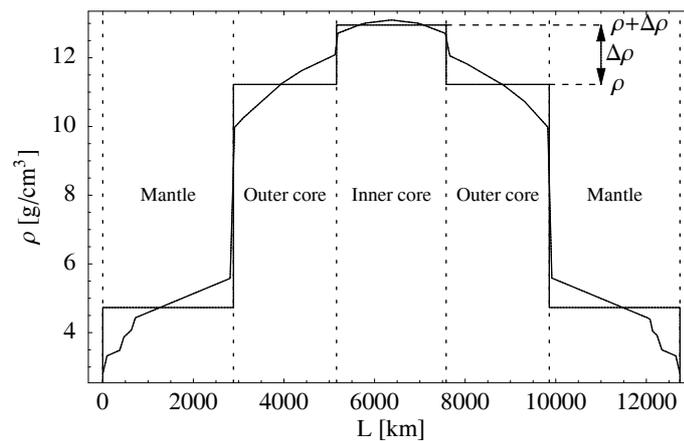


Abbildung 10.4: Das PREM-Erdmaterieprofil für eine Baseline mit dem Erddurchmesser als Funktion der Distanz L von der Quelle (Figur aus [175]). Bei dieser Baseline ist die eingezeichnete Struktur von Mantel („Mantle“), äußerem Kern („Outer core“) und innerem Kern („Inner core“) deutlich erkennbar. Zusätzlich ist das für unser Modell verwendete Stufenprofil der mittleren Dichten dargestellt, wobei die interessanten Parameter die mittlere äußere Kerndichte ρ und der Dichtesprung $\Delta\rho$ zwischen den mittleren äußeren und inneren Kerndichten sind.

an Schichten unterschiedlicher Dichte gebrochen, also besonders diskontinuierlich an den Grenzen zwischen Mantel und äußerem Kern sowie äußerem und innerem Kern (vgl. Abbildung 10.1, Mitte und rechts, und Abbildung 10.4). Daher sind vor allem die Positionen dieser Grenzen sowie die entsprechenden Dichtesprünge relativ genau bekannt. So wird zum Beispiel der Dichtesprung zwischen äußerem und innerem Kern mit $(0.55 \pm 0.05) \text{ g/cm}^3$ angegeben [192]. Da vor allem die seismischen S-Wellen an der Mantel-Kern-Grenze fast vollständig reflektiert werden, ist das Wissen über den Erdkern besonders durch die Wellen höherer Momente bestimmt und daher schlechter als das über den Erdmantel. Aus verschiedenen Gründen wird zum Beispiel heute angenommen, dass der innere Erdkern aus Eisen besteht. Trotzdem sind noch viele interessante Aspekte der Struktur des inneren Erdkerns nicht ausreichend geklärt, die vor allem Anisotropie, Heterogenität, Zeitabhängigkeit, Phasenzustand (fest/flüssig) und Rotation betreffen [193]. Außerdem ist zu beachten, dass die Rekonstruktion seismischer Wellen ein Geschwindigkeitsprofil und kein Dichteprofil liefert. Das Dichteprofil wird indirekt durch die Zustandsgleichung bestimmt, die besonders bei großen Tiefen mit Unsicherheiten behaftet ist. Daher sind seismische Wellen auf absolute Dichten nur indirekt sensitiv.

Ein Ansatz, um komplementäre Informationen zu denen seismischer Wellen über den Erdkern zu erhalten, ist das Szenario 3 (Supernova durch inneren Erdkern), bei dem eine Supernovaexplosion von zwei etwa gleichwertigen Detektoren beobachtet wird [175]. Dazu wird nicht der Bau neuer Detektoren vorgeschlagen, sondern die Möglichkeit untersucht, etwas über das Erdinnere als Nebenprodukt existierender Detektoren zu lernen. Einer von diesen Detektoren sollte dabei die Supernova ohne Erdmaterie dazwischen beobachten, ein anderer durch den inneren Erdkern, ein Szenario, das aufgrund der Verteilung der Supernovakandidaten am galaktischen Himmel nicht unwahrscheinlich ist. Dabei ergeben sich die Erdmaterieeffekte indirekt durch die Differenz der beiden Spektren der beiden Detektoren. Da wir wissen, dass Neutrinooszillationen besonders auf mittlere Dichten sensitiv sind, die auf langen Skalen wirken, und das Wissen über den Erdmantel und die Positionen der Grenzen zwischen Mantel und äußerem sowie äußerem und innerem Kern relativ genau ist, modellieren wir das Erdmaterieprofil durch die mittlere äußere

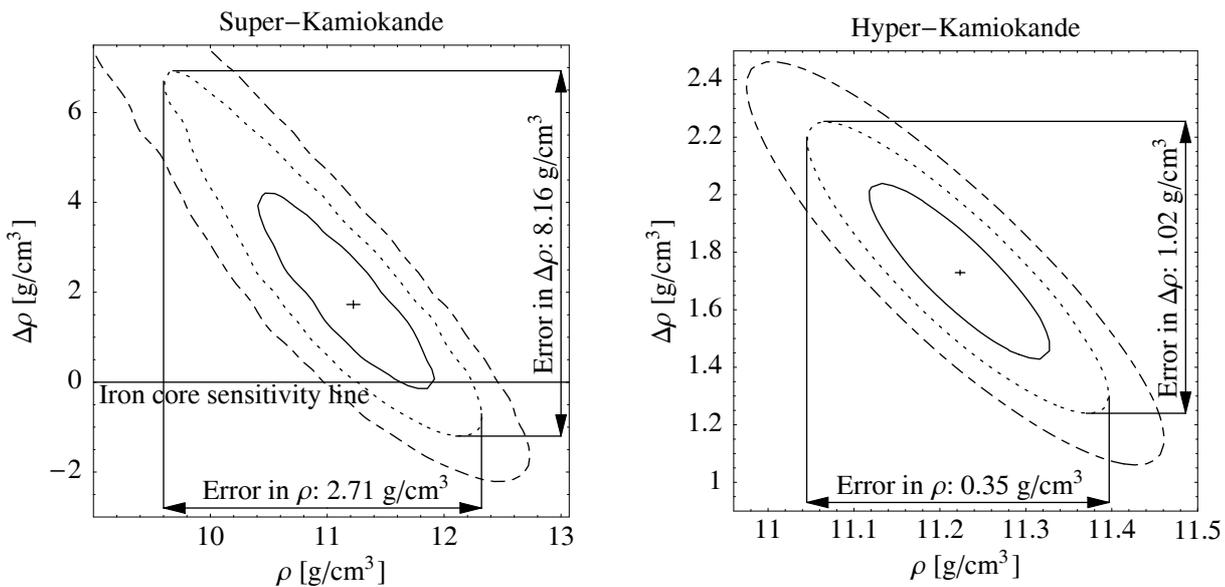


Abbildung 10.5: Die 1 σ -, 2 σ - und 3 σ -Konturen (von innen nach außen) für die Messung der äußeren Erdkerndichte ρ und der Differenz der mittleren äußeren und inneren Erdkerndichten $\Delta\rho$ für Super-Kamiokande-ähnliche (links) und Hyper-Kamiokande-ähnliche (rechts) Detektoren (Figur aus [175]). Die Fehler auf diese Größen aus Statistik und deren Korrelation sind auf dem 2 σ -Konfidenzlevel mit den Pfeilen markiert und bei diesen angegeben. Die Linie $\Delta\rho = 0$, die aufgrund des Wertebereichs nur in der linken Figur zu sehen ist, bezeichnet die Sensitivität auf einen Eisenkern mit der entsprechenden Dichte („Iron core sensitivity line“). Im linken Plot treten auf dem 2 σ -Konfidenzlevel entartete Lösungen auf, die jedoch aufgrund des gewählten Wertebereichs nicht sichtbar sind. Für die Oszillationsparameter wurden $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = +2.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ und $\Delta m_{21}^2 = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ verwendet (LMA), sowie $\sin^2 2\theta_{13} = 0.03$ und $\delta_{\text{CP}} = 0$. Die Baseline entspricht etwa dem Erddurchmesser und die Supernova-Parameter entsprechen dem Szenario S1 aus [175].

Kerndichte ρ und den Dichtesprung $\Delta\rho$ zwischen der mittleren äußeren und der mittleren inneren Kerndichte, wie in Abbildung 10.4 illustriert. In Abbildung 10.4 lässt sich auch leicht der Unterschied zwischen der für Neutrinooszillationen sensitiven Größe $\Delta\rho$ und dem von den seismischen Wellen gemessenen Dichtesprung erkennen: Letzterer, an der Grenzschicht von äußerem und innerem Kern, ist wesentlich kleiner und steht in keinem relevanten Zusammenhang zu den absoluten, mittleren Dichten von äußerem und innerem Kern. Das Ergebnis dieser in [175] ausführlich diskutierten Analyse ist für ein repräsentatives Supernovamodell und Super-Kamiokande- (links) beziehungsweise Hyper-Kamiokande- (rechts) ähnliche Detektoren in Abbildung 10.5 in der ρ - $\Delta\rho$ -Ebene mit den entsprechenden Messfehlern inklusive Zwei-Parameter-Korrelationen auf dem 2 σ -Konfidenzlevel gezeigt. Es stellt sich heraus, dass die Super-Kamiokande-ähnlichen Detektoren noch keine hohe Genauigkeit besitzen und nicht einmal auf den Eisenkern, das heißt $\Delta\rho > 0$, sensitiv sind. Die Hyper-Kamiokande-ähnlichen Detektoren können ρ mit etwa 3% Genauigkeit messen und $\Delta\rho$ mit etwa 60% Genauigkeit, sowie die Dichte des Eisenkerns verifizieren. Das entspricht (auf dem angepassten Konfidenzlevel) größenordnungsmäßig der Präzision der seismischen Wellen für den Dichtesprung zwischen äußerem und innerem Kern, wobei die Neutrino-Oszillations-Tomographie jedoch komplementäre Informationen misst: die absoluten mittleren Dichten anstatt der Dichtesprünge. Die untersuchte Methode könnte also, als Nebenprodukt der Hochpräzisions-Neutrinophysik, eines Tages interessante Informationen über unseren Erdkern liefern. Trotzdem gibt es natürlich viele Unsicherheiten und Probleme, von denen die wichtigste die Genauigkeit der Extraktion der Supernovaparameter, sowie deren

tatsächliche Werte sind (für eine ausführliche Diskussion: siehe [175]). Wir werden daher erst nach der nächsten Supernovaexplosion wissen, wie gut diese Methode funktioniert.

Zusammenfassend hat dieses Kapitel eine potenziell interessante Anwendung der Neutrinooszillationen in Materie diskutiert, die Neutrino-Oszillations-Tomographie. Obwohl bisher wenig konkrete Anwendungen dafür vorgeschlagen wurden, könnte die Supernova-Tomographie einen „Schnappschuss“ des Erdinneren liefern, der die geophysikalischen Informationen ergänzen würde. Ferner werden andere Optionen für die Anwendung von Neutrinooszillationen vorgeschlagen und diskutiert, wie zum Beispiel militärische Anwendungen zur Überwachung von reaktorgetriebenen U-Booten [194]. Neuere Ideen für kompaktere Detektortechnologien, wie Gasdetektoren [195], könnten für eine derartige Entwicklung förderlich sein. Vielleicht wird es daher auch für die Neutrinophysik ein Anwendungspotenzial jenseits der Hochpräzisionsphysik geben.

Kapitel 11

Zusammenfassung

In dieser Arbeit haben wir phänomenologische Konsequenzen nichtverschwindender Neutrinomassen anhand von Beispielen zukünftiger Long-Baseline-Experimente diskutiert. Dazu gehören Flavor-Übergänge, die spätestens nach den SNO- und KamLAND-Experimenten nur noch mit unitären Drei-Flavor-Neutrinooszillationen als dominantem Effekt erklärt werden können. Trotzdem gibt es noch offene Fragen: So wurde zum Beispiel die atmosphärische Oszillationssignatur noch nicht auf einem hohen Konfidenzlevel verifiziert. Des Weiteren hat das LSND-Experiment eine dritte Massenquadratdifferenz gefunden, welche wahrscheinlich von dem MiniBooNE-Experiment 2003-2004 endgültig ausgeschlossen wird, oder aber, falls sie dort verifiziert wird, interessante neue Perspektiven eröffnet. Außerdem ist die Beimischung kleiner, unitaritätsverletzender Effekte denkbar, die es in zukünftigen Experimenten zu beschränken gilt. Dazu eignen sich besonders Long-Baseline-Experimente aufgrund der relativ gut kontrollierbaren Systematik und der hohen Statistik.

Innerhalb der Theorie der Drei-Flavor-Neutrinooszillationen ist es wichtig, die Oszillationsparameter genau zu bestimmen, da sie indirekt wichtige Informationen über die Theorie der Neutrinomassen und viele andere Mechanismen, wie die Materie-Antimaterie-Symmetrie im Universum, enthalten und somit ein wichtiger Bestandteil der Elementarteilchenphysik sind. Dazu lassen sich aufgrund der Massenhierarchie $|\Delta m_{21}^2| \ll |\Delta m_{31}^2|$ und der vom CHOOZ-Experiment beschränkten kleinen Mischung $\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 0.1$ die Oszillationsparameter zunächst in die führenden solaren Parameter Δm_{21}^2 und $\sin^2 2\theta_{12}$ und die führenden atmosphärischen Parameter Δm_{31}^2 und $\sin^2 2\theta_{23}$ zerlegen, auf die unterschiedliche Klassen von Experimenten sensitiv sind. Zur Bestimmung der solaren Parameter haben viele Experimente beigetragen und das KamLAND-Experiment wird nach längerer Laufzeit noch bessere Informationen liefern. Für genauere Messungen eröffnen zum Beispiel zukünftige Reaktorexperimente mit Nah- und Ferndetektoren eine interessante Perspektive. Die führenden atmosphärischen Parameter wurden bisher am genauesten vom Super-Kamiokande-Experiment bestimmt, konventionelle und zukünftige Long-Baseline-Experimente werden die Genauigkeit dieser Parameter jedoch wesentlich verbessern. Aufgrund der vom KamLAND-Experiment endgültig verifizierten LMA-Region der solaren Neutrinooszillationen ist die Beobachtung von Drei-Flavor-Effekten stark favorisiert, welche die Wechselwirkung der solaren und atmosphärischen Oszillationen durch die kleine Kopplung $\sin^2 2\theta_{13}$ repräsentieren¹. Dabei ist vor allem der tatsächliche Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ entscheidend, da alle Drei-Flavor-Effekte durch diesen Parameter unterdrückt wer-

¹In dieser Arbeit definierten wir als „Drei-Flavor-Effekte“ alle Effekte, die durch $\sin^2 2\theta_{13}$ unterdrückt werden, also auch $\sin^2 2\theta_{13}$ selbst.

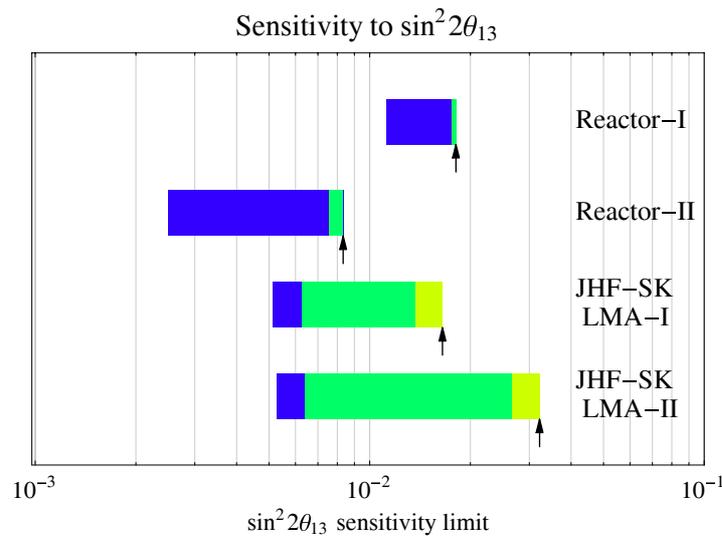


Abbildung 11.1: Die Sensitivität auf $\sin^2 2\theta_{13}$ („Sensitivity to $\sin^2 2\theta_{13}$ “) für die Reaktorexperimente aus Tabelle 6.1 und JHF-SK aus Tabelle 5.2 auf dem 90%-Konfidenzlevel (Figur aus [149]). Die linken Enden der Balken entsprechen den Sensitivitätsgrenzen, die man nur aus der Statistik erhält. Die rechten Enden der Balken (markiert mit Pfeilen) ergeben die tatsächlichen Sensitivitätsgrenzen nach dem sukzessiven Einschalten von Systematik (dunkler Balken), Korrelationen (mittelheller Balken) und Entartungen (heller Balken) von links nach rechts. Für die Oszillationsparameter wurden die Werte aus Tabelle 3.1 und eine normale Massenhierarchie verwendet, wobei für JHF-SK die LMA-I- und LMA-II-Lösungen unterschieden werden, und für die Reaktorexperimente die Ergebnisse fast unabhängig vom Wert von Δm_{21}^2 im LMA-erlaubten Bereich gelten.

den: $\sin^2 2\theta_{13}$ selbst, das noch unbestimmte Vorzeichen von Δm_{31}^2 , das die Massenhierarchie festlegt, und die völlig unbekannte CP-Phase, welche nur durch die Wechselwirkung der Oszillationen beobachtbar ist. Über diese Parameter wissen wir momentan noch viel weniger als über die führenden Oszillationen, was sie für zukünftige Experimente besonders interessant macht. Die entscheidende Rolle zur Bestimmung dieser Parameter werden zukünftige Long-Baseline-Experimente im weitesten Sinne spielen, da sie aufgrund ihrer hohen Präzision prinzipiell auf alle Parameter sensitiv sind. Unter „Long-Baseline-Experimenten“ verstehen wir dabei Neutrinooszillationsexperimente mit Reaktoren oder Beschleunigern als künstliche Neutrinoquellen, wobei sich die reaktorbasierten Experimente besonders zur Bestimmung von $\sin^2 2\theta_{13}$ eignen und die beschleunigerbasierten Experimente prinzipiell auf alle drei Parameter sensitiv sind. Die Verwendung einer künstlichen Neutrinoquelle, im Gegensatz zu einer natürlichen Quelle wie der Sonne oder der Atmosphäre, zeichnet sich dabei vor allem durch den hohen Neutrinofluss mit relativ gut bekannten Eigenschaften aus. Leider gibt es jedoch auch Probleme, die von der Struktur der Oszillationswahrscheinlichkeiten kommen: die Präsenz entarteter Lösungen im Parameterraum macht die Extraktion der fundamentalen Parameterwerte bei der Verwendung nur eines beschleunigerbasierten Long-Baseline-Experiments außerordentlich schwierig. Die geschickte Kombination verschiedener Experimente, die wir in dieser Arbeit an vielen Stellen diskutiert haben, wird daher in Zukunft eine entscheidende Rolle spielen.

Für die zukünftige Long-Baseline-Strategie ist besonders der tatsächliche Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ relevant, wobei die Ergebnisse, besonders in näherer Zukunft, auch von Δm_{21}^2 innerhalb der LMA-erlaubten Region (LMA-I oder LMA-II) abhängig sind. Als Ergebnis dieser Arbeit sind,

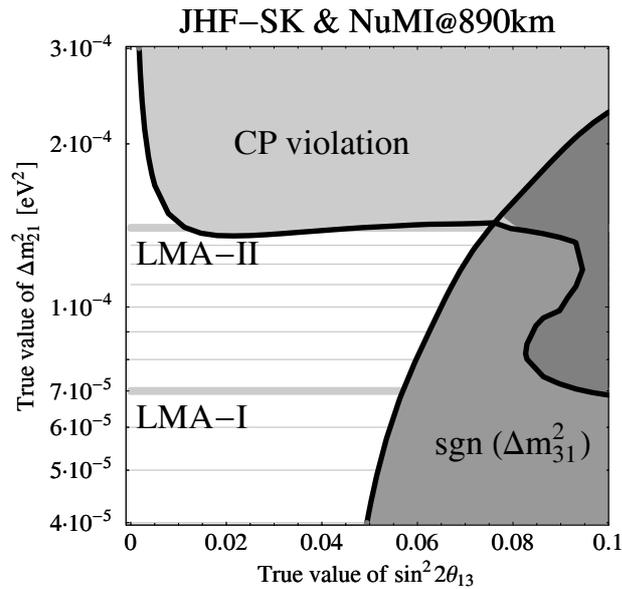


Abbildung 11.2: Die Regionen für die Sensitivität auf ein positives Vorzeichen von Δm_{31}^2 („ $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ “) und maximale CP-Verletzung („CP violation“) als Funktion der tatsächlichen Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$ („True value of $\sin^2 2\theta_{13}$ “) und Δm_{21}^2 („True value of Δm_{21}^2 “) für die Kombination von JHF-SK und NuMI aus Tabelle 5.2 (90%-Konfidenzlevel, Figur ähnlich zu [108]). Dabei wurde das NuMI-Szenario leicht modifiziert: In beiden Fällen wurde eine Baseline von 890 km verwendet, im Fall der CP-Verletzung zusätzlich ein teilweiser Betrieb mit Antineutrinos mit etwa gleichvielen Neutrino- und Antineutrinoereignissen. Für die Oszillationsparameter wurden die Werte aus Tabelle 3.1 mit einer normalen Massenhierarchie verwendet, wobei nur der nach KamLAND erlaubte Bereich gezeigt ist. Für die CP-Phase wurden für die Vorzeichenmessung keine speziellen Annahmen gemacht, für die CP-Verletzung die Annahme maximaler CP-Verletzung $\delta_{CP} = \pi/4$.

abhängig vom tatsächlichen Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$, folgende Szenarien denkbar²:

$10^{-2} \lesssim \sin^2 2\theta_{13} \lesssim 10^{-1}$: Ein solcher Wert wird an zukünftigen Reaktorexperimenten (mit Nah- und Ferndetektoren) oder geplanten Superbeamexperimenten, möglicherweise für sehr große $\sin^2 2\theta_{13} \sim 0.1$ auch an konventionellen Beams, entdeckt werden. In diesem Zusammenhang könnten besonders die Reaktorexperimente interessant sein, denn, wie in Abbildung 11.1 illustriert, können sie im Gegensatz zu den Superbeams $\sin^2 2\theta_{13}$ fast unabhängig vom tatsächlichen Wert von Δm_{21}^2 (innerhalb der LMA-erlaubten Region) finden, während das Potenzial der Superbeams sehr stark von Δm_{21}^2 abhängt. Außerdem sind sie auf vergleichbaren Zeitskalen bei wesentlich niedrigeren Kosten realisierbar, so dass sie, obwohl sie keine Sensitivität auf die Massenhierarchie oder CP-Effekte besitzen, für $\sin^2 2\theta_{13}$ eine echte Alternative darstellen sollten.

Für ein einmal verifiziertes $\sin^2 2\theta_{13}$ im diskutierten Bereich ergeben sich dann, abhängig vom tatsächlichen Wert von Δm_{21}^2 , verschiedene Möglichkeiten zur Bestimmung des Vorzeichens von Δm_{31}^2 und der CP-Phase. Eine interessante Option ist die Kombination zweier Superbeam-Experimente unter gegenseitig optimierten, leicht modifizierten Bedingungen. Wie in Abbildung 11.2 illustriert, wäre so bereits mit den Superbeams der ersten Generation für die LMA-I-Lösung aus Tabelle 3.1 (und $\sin^2 2\theta_{13} \gtrsim 0.05$) eine Vorzeichenbestimmung und für die LMA-II-Lösung eine Detektion maximaler CP-Verletzung möglich.

²Vergleiche auch Abbildung 6.2 und Tabelle 6.2 für die sensitiven $\sin^2 2\theta_{13}$ -Bereiche der einzelnen Experimente, und Tabellen 5.2 und 6.1 für die Definitionen der Experiment-Setups.

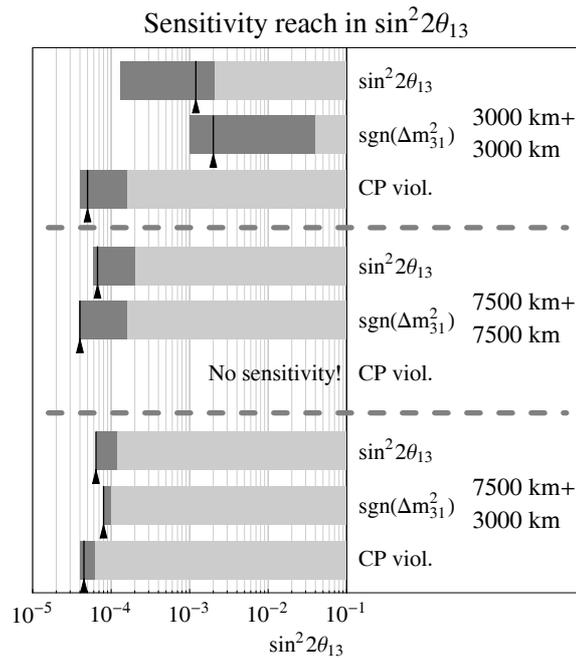


Abbildung 11.3: Die Reichweite in $\sin^2 2\theta_{13}$ („Sensitivity reach in $\sin^2 2\theta_{13}$ “) für $\sin^2 2\theta_{13}$ selbst, ein positives Vorzeichen von Δm^2_{31} („ $\text{sgn}(\Delta m^2_{31})$ “) und maximale CP-Verletzung $\delta_{\text{CP}} = \pi/4$ („CP viol.“) für die angegebenen, verschiedene Kombinationen von zwei Neutrino-fabrik-Baselines (3σ -Konfidenzlevel, Figur aus [98]). Dabei wurde NuFact-II aus Tabelle 5.2 verwendet und die Detektormasse in zwei gleichgroße Detektoren von je 25 kt unterteilt, welche an den angegebenen Baselines platziert werden. Die Balken markieren den Bereich von $\sin^2 2\theta_{13}$, in dem das Experiment auf den angegebenen Parameter sensitiv ist, wobei der dunkelgrau-schattierte Bereich die Abhängigkeit vom tatsächlichen Wert von Δm^2_{21} im nach KamLAND erlaubten LMA-Bereich zeigt, und die Pfeile mit den vertikalen Linien auf den Best-Fit-Wert (LMA-I) weisen (vgl. Tabelle 3.1). Für die Oszillationsparameter wurden die Werte aus Tabelle 3.1 bei einer normalen Massenhierarchie verwendet. Für die CP-Phase wurde für die Vorzeichenmessung keine speziellen Annahmen gemacht, für die CP-Verletzung die Annahme maximaler CP-Verletzung $\delta_{\text{CP}} = \pi/4$.

Etwas bessere Ergebnisse könnte man, wie wir in den entsprechenden Kapiteln diskutiert haben, noch durch die zusätzliche Verwendung der Ergebnisse eines großen Reaktorexperiments erreichen. Für genauere Messungen der interessanten Parameter würden sich Superbeam-Upgrades wie JHF-HK anbieten, der Bau einer teuren Neutrino-fabrik wäre jedoch dann, aus Sicht der Oszillationsphysik, vielleicht nur schwer zu motivieren.

$10^{-3} \lesssim \sin^2 2\theta_{13} \lesssim 10^{-2}$: In diesem Fall haben die Reaktorexperimente und Superbeams der ersten Generation $\sin^2 2\theta_{13}$ nicht gefunden. Es bieten sich dann zwei Klassen von Experimenten an: Superbeam-Upgrades und Neutrino-fabriken, die beide bei geschickter Kombination verschiedener Experimente (oder Detektortechnologien) ausreichend sensitiv auf alle interessanten Parameter sind. So wäre zum Beispiel die Kombination von zwei Superbeam-Upgrades auf alle Drei-Flavor-Effekte einigermaßen gut sensitiv. Ein wichtiger Bestandteil der Superbeam-Upgrades ist die hohe thermische Target-Leistung, die auch für Neutrino-fabriken dringend erforderlich ist. Man kann also die verschiedenen Alternativen nicht wirklich trennen, da sie eine natürliche Reihenfolge in der Technologieentwicklung darstellen. Daneben sind für eine Neutrino-fabrik mehrere zusätzliche technische Hürden zu bewältigen, während für ein Superbeam-Upgrade häufig die extreme Größe des Detek-

tors eine besondere Herausforderung ist. Alternative Entscheidungskriterien sind also in diesem Bereich wünschenswert, denn beide Experimentklassen sind sowohl technisch aufwändig als auch teuer, und der Zweck von mehr als einem gebauten Superbeam-Upgrades wäre auf jeden Fall zweifelhaft, wenn sich danach $\sin^2 2\theta_{13} < 10^{-3}$ herausstellen sollte. Eine Alternative von strategischer Bedeutung könnte ein Reaktorexperiment-Upgrade mit sehr hoher integrierter Luminosität sein, das durch den Test dieses $\sin^2 2\theta_{13}$ -Bereichs über die beschleunigerbasierten Alternativen entscheiden könnte. Obwohl wir bisher keine prinzipiellen Hinderungsgründe für ein solches Experiment gefunden haben, wird die weitere Untersuchung dieser Option Gegenstand zukünftiger Arbeiten sein, zu denen auch weitere Erfahrungen mit Reaktorexperimenten beitragen werden, denn die Skalierung der Luminosität für ein derartig großes Experiment hängt sehr stark von der gewählten Modellierung der Systematik ab.

$10^{-5} \lesssim \sin^2 2\theta_{13} \lesssim 10^{-3}$: Aufgrund der Systematiklimitation der Superbeams sind in diesem Bereich nur Neutrino Fabriken sensitiv. Da die Geometrie des Speicherrings bereits zwei verschiedene Baselines aufspannt, kann eine zweite Baseline relativ billig zum Auflösen von entarteten Lösungen im Parameterraum verwendet werden, wobei in diesem $\sin^2 2\theta_{13}$ -Bereich die Kombination mit einem anderen Experimenttyp ohnehin nicht in Frage kommt. Wie in Abbildung 11.3 illustriert, bietet vor allem die Kombination der von allen Oszillationsparametern unabhängigen „Magic Baseline“ bei etwa 7 500 km mit einer Baseline von etwa 3 000 km exzellente Möglichkeiten zur Detektion aller Drei-Flavor-Effekte.

$\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 10^{-5}$: Bei einem derartig kleinen Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ erhärtet sich der Verdacht, dass es einen theoretischen Grund, wie eine Symmetrie, gibt, der $\sin^2 2\theta_{13} \equiv 0$ erzwingt. In jedem Fall wird diese Grenze experimentell nur sehr schwierig überschritten werden können, zumal sehr kleine $\sin^2 2\theta_{13}$ auch mit anderen unitaritätsverletzenden Beimischungen verwechselt werden könnten. Es gibt daher auch eine hohe Motivation, theoretisch Voraussagen für die Größe von $\sin^2 2\theta_{13}$ zu treffen, die aufgrund der Modellabhängigkeit bisher nur vage sind. Aus Sicht der im Flavor-Raum meist linearen Massenmodelle wäre es jedoch momentan sehr überraschend, wenn sich nach der Diagonalisierung ein extrem kleiner Wert von $\sin^2 2\theta_{13}$ ergeben würde.

Dieser qualitativen Zusammenstellung kann man leicht entnehmen, dass vor allem die zukünftige Long-Baseline-Strategie ein wichtiger Gegenstand der Forschung sein wird, zumal es darin noch viele Unbekannte gibt, die noch nicht ausreichend untersucht worden sind. Dazu gehören auch alternative Methoden und Ansätze, wie zum Beispiel die Verwendung der ν_τ -Appearance-Kanäle („silver channels“) an einer Neutrino fabrik oder anderer Beamtechnologien, wie β -Beams. Im Allgemeinen ist dieses Gebiet jedoch noch viel komplexer als hier dargestellt, da die tatsächliche Planung von Experimenten nicht nur vom aktuellen Wissen über die Oszillationsparameter geprägt wird, sondern auch noch vielen anderen Randbedingungen politischer, finanzieller und geografischer Natur unterworfen ist.

Neben und nach der Bestimmung der Drei-Flavor-Oszillationsparameter gilt es, kleine Beimischungen unitaritäts- und CPT-verletzender Szenarien zu testen, da diese einerseits die Messung der unterdrückten Drei-Flavor-Effekte stören könnten, andererseits aber neue Physik jenseits der Standardoszillationen implizieren würden. Eine umfassende, systematische Diskussion dieser Effekte und entsprechender Experimentanordnungen für eindeutige Tests fehlt bisher und könnte, neben der Strategie zur Bestimmung der Drei-Flavor-Oszillationsparameter, einer der

wichtigsten Bausteine der zukünftigen Oszillations-Phänomenologie werden. Wegen der hohen Präzision eignen sich dafür, auch für große Werte von $\sin^2 2\theta_{13}$, zum Beispiel die Neutrino-fabriken. Um wichtige Informationen über alle Neutrino-Flavors zu erhalten wird dafür auch die ν_τ -Detektion eine wichtige Rolle spielen. In fernerer Zukunft könnten Anwendungen der Neutrino-physik, wie wir am Beispiel der Neutrino-Oszillations-Tomographie gesehen haben, eine besondere Bedeutung bekommen. Der theoretische Test solcher Anwendungen und die Diskussion kompakter, und eventuell mobiler Quellen und Detektoren dürfte auf jeden Fall interessant sein.

In dieser Arbeit haben wir phänomenologische Konsequenzen nichtverschwindender Neutrinomassen vorrangig anhand von Beispielen der Long-Baseline-Experimente demonstriert, wobei Neutrinooszillationen ein besonders wichtiger Aspekt waren. Daneben gibt es jedoch andere phänomenologisch wichtige Standardeigenschaften der Neutrinos, wie die kurz eingeführte absolute Massenskala. Zusammen führen die direkt beobachtbaren Parameter, die Drei-Flavor-Oszillationsparameter, die absolute Neutrino-Massenskala und andere mögliche, häufig als „Nicht-Standardeigenschaften“ bezeichnete Mechanismen zu einem Gesamtbild der Neutrino-physik als Bestandteil der Elementarteilchenphysik der Leptonen. Besonders im astrophysikalischen und kosmologischen Bereich sind die fundamentalen Neutrinoeigenschaften voller Anwendungen, wie zum Beispiel für Baryogenese, dunkle Materie und Supernovaexplosionen. Eine wichtige Grundlage für die Erklärung der Oszillationsparameter ist dabei die Theorie der Leptonmassen. Die Parallelen der einzelnen Bereiche lassen sich an vielen Beispielen verdeutlichen. Ein solches Beispiel sind Hinweise auf eine Beteiligung der vom see-saw-Mechanismus postulierten, schweren Majorana-Neutrinos an der Leptogenese. Leider konnten wir im Rahmen dieser Arbeit aufgrund des unterschiedlichen Schwerpunkts nicht näher auf diese Bereiche eingehen. Das tiefere Verständnis der einzelnen Bausteine der Neutrino-physik und derartiger Zusammenhänge sollte jedoch in Zukunft zu einem konsistenten Gesamtbild führen.

Literaturverzeichnis

- [1] Particle Data Group, K. Hagiwara et al., *Review of particle physics*, Phys. Rev. **D66** (2002), 010001.
- [2] C. Giunti, C. W. Kim, and U. W. Lee, *Comments on the weak states of neutrinos*, Phys. Rev. **D45** (1992), 2414–2420.
- [3] C. Giunti, C. W. Kim, and U. W. Lee, *When do neutrinos really oscillate?: Quantum mechanics of neutrino oscillations*, Phys. Rev. **D44** (1991), 3635–3640.
- [4] T. Ohlsson, *Dynamics of quarks and leptons*, Ph.D. thesis, KTH Stockholm, 2000.
- [5] C. Giunti and C. W. Kim, *Coherence of neutrino oscillations in the wave packet approach*, Phys. Rev. **D58** (1998), 017301, hep-ph/9711363.
- [6] W. Grimus, P. Stockinger, and S. Mohanty, *The field-theoretical approach to coherence in neutrino oscillations*, Phys. Rev. **D59** (1999), 013011, hep-ph/9807442.
- [7] C. Y. Cardall, *Coherence of neutrino flavor mixing in quantum field theory*, Phys. Rev. **D61** (2000), 073006, hep-ph/9909332.
- [8] T. Ohlsson, *Equivalence between neutrino oscillations and neutrino decoherence*, Phys. Lett. **B502** (2001), 159–166, hep-ph/0012272.
- [9] C. Giunti, *Coherence and wave packets in neutrino oscillations*, hep-ph/0302026.
- [10] T. Schwetz, *private communication*.
- [11] KamLAND, K. Eguchi et al., *First results from KamLAND: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance*, Phys. Rev. Lett. **90** (2003), 021802, hep-ex/0212021.
- [12] J. F. Beacom, N. F. Bell, D. Hooper, S. Pakvasa, and T. J. Weiler, *Decay of high-energy astrophysical neutrinos*, Phys. Rev. Lett. **90** (2003), 181301, hep-ph/0211305.
- [13] J. N. Bahcall, N. Cabibbo, and A. Yahil, *Are neutrinos stable particles?*, Phys. Rev. Lett. **28** (1972), 316.
- [14] S. Pakvasa and K. Tennakone, *Neutrinos of non-zero rest mass*, Phys. Rev. Lett. **28** (1972), 1415.
- [15] A. Acker, A. Joshipura, and S. Pakvasa, *A neutrino decay model, solar anti-neutrinos and atmospheric neutrinos*, Phys. Lett. **B285** (1992), 371–375.
- [16] V. Barger, J. G. Learned, S. Pakvasa, and T. J. Weiler, *Neutrino decay as an explanation of atmospheric neutrino observations*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999), 2640–2643, astro-ph/9810121.
- [17] V. Barger et al., *Neutrino decay and atmospheric neutrinos*, Phys. Lett. **B462** (1999), 109–114, hep-ph/9907421.
- [18] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, and G. Scioscia, *Super-Kamiokande data and atmospheric neutrino decay*, Phys. Rev. **D59** (1999), 117303, hep-ph/9902267.
- [19] P. Lipari and M. Lusignoli, *On exotic solutions of the atmospheric neutrino problem*, Phys. Rev. **D60** (1999), 013003, hep-ph/9901350.
- [20] S. Choubey and S. Goswami, *Is neutrino decay really ruled out as a solution to the atmospheric neutrino problem from Super-Kamiokande data?*, Astropart. Phys. **14** (2000), 67–78, hep-ph/9904257.

- [21] S. Choubey, S. Goswami, and D. Majumdar, *Status of the neutrino decay solution to the solar neutrino problem*, Phys. Lett. **B484** (2000), 73–78, hep-ph/0004193.
- [22] A. Bandyopadhyay, S. Choubey, and S. Goswami, *MSW mediated neutrino decay and the solar neutrino problem*, Phys. Rev. **D63** (2001), 113019, hep-ph/0101273.
- [23] A. S. Joshipura, E. Masso, and S. Mohanty, *Constraints on decay plus oscillation solutions of the solar neutrino problem*, Phys. Rev. **D66** (2002), 113008, hep-ph/0203181.
- [24] J. F. Beacom and N. F. Bell, *Do solar neutrinos decay?*, Phys. Rev. **D65** (2002), 113009, hep-ph/0204111.
- [25] A. Bandyopadhyay, S. Choubey, and S. Goswami, *Neutrino decay confronts the SNO data*, Phys. Lett. **B555** (2003), 33–42, hep-ph/0204173.
- [26] D. Indumathi, *Implications on neutrino oscillation plus decay from recent solar neutrino data*, hep-ph/0212038.
- [27] R. S. Raghavan, X. G. He, and S. Pakvasa, *Neutrino decay catalyzed by the Mikheev-Smirnov-Wolfenstein effect*, Phys. Rev. **D38** (1988), 1317–1320.
- [28] M. Lindner, T. Ohlsson, and W. Winter, *A combined treatment of neutrino decay and neutrino oscillations*, Nucl. Phys. **B607** (2001), 326–354, hep-ph/0103170.
- [29] M. Lindner, T. Ohlsson, and W. Winter, *Decays of supernova neutrinos*, Nucl. Phys. **B622** (2002), 429–456, astro-ph/0105309.
- [30] W. Winter, *Peculiar effects in the combination of neutrino decay and neutrino oscillations*, hep-ph/0106270, Talk given at the ESF-NORDITA Workshop on neutrino physics and cosmology (2001).
- [31] G. T. Zatsepin and A. Y. Smirnov, *Neutrino decay in gauge theories (In russian)*, Yad. Fiz. **28** (1978), 1569, [Sov. J. Nucl. Phys. 28 (1978) 807].
- [32] Y. Chikashige, R. N. Mohapatra, and R. D. Peccei, *Spontaneously broken lepton number and cosmological constraints on the neutrino mass spectrum*, Phys. Rev. Lett. **45** (1980), 1926.
- [33] G. B. Gelmini and M. Roncadelli, *Lefthanded neutrino mass scale and spontaneously broken lepton number*, Phys. Lett. **B99** (1981), 411.
- [34] S. Pakvasa, *Do neutrinos decay?*, AIP Conf. Proc. **542** (2000), 99–112, hep-ph/0004077.
- [35] LSND, C. Athanassopoulos et al., *Evidence for $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ oscillation from the LSND experiment at the Los Alamos Meson Physics Facility*, Phys. Rev. Lett. **77** (1996), 3082–3085, nucl-ex/9605003.
- [36] LSND, C. Athanassopoulos et al., *Evidence for $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ neutrino oscillations from LSND*, Phys. Rev. Lett. **81** (1998), 1774–1777, nucl-ex/9709006.
- [37] SNO, Q. R. Ahmad et al., *Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory*, Phys. Rev. Lett. **89** (2002), 011301, nucl-ex/0204008.
- [38] M. Maltoni, T. Schwetz, M. A. Tortola, and J. W. F. Valle, *Ruling out four-neutrino oscillation interpretations of the LSND anomaly?*, Nucl. Phys. **B643** (2002), 321–338, hep-ph/0207157.
- [39] BooNe, A. O. Bazarko, *MiniBooNE: The booster neutrino experiment*, hep-ex/9906003.
- [40] M. Maltoni, T. Schwetz, M. A. Tortola, and J. W. F. Valle, *Constraining neutrino oscillation parameters with current solar and atmospheric data*, Phys. Rev. **D67** (2003), 013011, hep-ph/0207227.
- [41] P. Jain, J. P. Ralston, and G. M. Frichter, *Neutrino absorption tomography of the earth's interior using isotropic ultra-high energy flux*, Astropart. Phys. **12** (1999), 193–198, hep-ph/9902206.
- [42] J. Schechter and J. W. F. Valle, *Neutrino masses in $SU(2) \times U(1)$ theories*, Phys. Rev. **D22** (1980), 2227.
- [43] J. Schechter and J. W. F. Valle, *Neutrino oscillation thought experiment*, Phys. Rev. **D23** (1981), 1666.

- [44] J. Barranco, O. G. Miranda, T. I. Rashba, V. B. Semikoz, and J. W. F. Valle, *Confronting spin flavor solutions of the solar neutrino problem with current and future solar neutrino data*, Phys. Rev. **D66** (2002), 093009, hep-ph/0207326.
- [45] L. Wolfenstein, *Neutrino oscillations in matter*, Phys. Rev. **D17** (1978), 2369.
- [46] S. Mansour and T. K. Kuo, *Supernova neutrinos in the light of FCNC*, Phys. Rev. **D58** (1998), 013012, hep-ph/9711424.
- [47] G. C. Branco, D. Delepine, B. Nobre, and J. Santiago, *Extra dimensions, isosinglet charged leptons and neutrino factories*, Nucl. Phys. **B657** (2003), 355–377, hep-ph/0209263.
- [48] P. Huber and J. W. F. Valle, *Non-standard interactions: Atmospheric versus neutrino factory experiments*, Phys. Lett. **B523** (2001), 151–160, hep-ph/0108193.
- [49] P. Huber, T. Schwetz, and J. W. F. Valle, *Confusing non-standard neutrino interactions with oscillations at a neutrino factory*, Phys. Rev. **D66** (2002), 013006, hep-ph/0202048.
- [50] M. Maltoni, *Analysis of the atmospheric neutrino data in terms of 3ν oscillations*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **95** (2001), 108–115, hep-ph/0012158.
- [51] M. C. Gonzalez-Garcia and M. Maltoni, *Two mass-scale oscillation analysis of atmospheric and reactor data*, Eur. Phys. J. **C26** (2003), 417–428, hep-ph/0202218.
- [52] M. Maltoni, T. Schwetz, and J. W. F. Valle, *Combining first KamLAND results with solar neutrino data*, Phys. Rev. **D67** (2003), 093003, hep-ph/0212129.
- [53] Chooz Collab., M. Apollonio et al., *Limits on neutrino oscillations from the CHOOZ experiment*, Phys. Lett. **B466** (1999), 415–430, hep-ex/9907037.
- [54] M. Apollonio et al., *Search for neutrino oscillations on a long base-line at the CHOOZ nuclear power station*, Eur. Phys. J. **C27** (2003), 331–374, hep-ex/0301017.
- [55] M. Freund, P. Huber, and M. Lindner, *Systematic exploration of the neutrino factory parameter space including errors and correlations*, Nucl. Phys. **B615** (2001), 331–357, hep-ph/0105071.
- [56] M. Freund, *Messung der fundamentalen Neutrino parameter mittels Long-Baseline-Oszillationsexperimenten an zukünftigen Neutrino Fabriken*, Ph.D. thesis, TU München, 2002.
- [57] M. Freund, *Analytic approximations for three neutrino oscillation parameters and probabilities in matter*, Phys. Rev. **D64** (2001), 053003, hep-ph/0103300.
- [58] A. Cervera et al., *Golden measurements at a neutrino factory*, Nucl. Phys. **B579** (2000), 17–55, hep-ph/0002108, erratum ibid. Nucl. Phys. **B593**, 731 (2001).
- [59] M. Lindner, *private communication*.
- [60] A. Donini, D. Meloni, and P. Migliozzi, *The silver channel at the neutrino factory*, Nucl. Phys. **B646** (2002), 321–349, hep-ph/0206034.
- [61] D. Autiero et al., *The synergy of the golden and silver channels at the neutrino factory*, hep-ph/0305185.
- [62] P. Huber, M. Lindner, and W. Winter, *Superbeams versus neutrino factories*, Nucl. Phys. **B645** (2002), 3–48, hep-ph/0204352.
- [63] V. Barger, D. Marfatia, and K. Whisnant, *Breaking eight-fold degeneracies in neutrino CP violation, mixing, and mass hierarchy*, Phys. Rev. **D65** (2002), 073023, hep-ph/0112119.
- [64] H. Minakata and H. Nunokawa, *Exploring neutrino mixing with low energy superbeams*, JHEP **10** (2001), 001, hep-ph/0108085.
- [65] J. Burguet-Castell, M. B. Gavela, J. J. Gomez-Cadenas, P. Hernandez, and O. Mena, *On the measurement of leptonic CP violation*, Nucl. Phys. **B608** (2001), 301–318, hep-ph/0103258.
- [66] G. L. Fogli and E. Lisi, *Tests of three-flavor mixing in long-baseline neutrino oscillation experiments*, Phys. Rev. **D54** (1996), 3667–3670, hep-ph/9604415.

- [67] S. P. Mikheev and A. Y. Smirnov, *Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy*, Sov. J. Nucl. Phys. **42** (1985), 913–917.
- [68] S. P. Mikheev and A. Y. Smirnov, *Resonant amplification of neutrino oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy*, Nuovo Cim. **C9** (1986), 17–26.
- [69] L. Wolfenstein, *Neutrino oscillations and stellar collapse*, Phys. Rev. **D20** (1979), 2634–2635.
- [70] T. Ohlsson and H. Snellman, *Three flavor neutrino oscillations in matter*, J. Math. Phys. **41** (2000), 2768–2788, hep-ph/9910546.
- [71] T. Ohlsson and H. Snellman, *Neutrino oscillations with three flavors in matter of varying density*, Eur. Phys. J. **C20** (2001), 507–515, hep-ph/0103252.
- [72] T. Ohlsson, *Effects and influences on neutrino oscillations due to a thin density layer perturbation added to a matter density profile*, Phys. Lett. **B522** (2001), 280–286, hep-ph/0109003.
- [73] T. Ohlsson and H. Snellman, *Neutrino oscillations with three flavors in matter: Applications to neutrinos traversing the earth*, Phys. Lett. **B474** (2000), 153–162, arXiv:hep-ph/9912295, *ibid.* B480 (2000) 419(E).
- [74] F. D. Stacey, *Physics of the earth*, 2 ed., Wiley, 1977.
- [75] A. M. Dziewonski and D. L. Anderson, Phys. Earth Planet. Inter. **25** (1981), 297.
- [76] P. I. Krastev and S. T. Petcov, *Resonance amplification and T violation effects in three neutrino oscillations in the earth*, Phys. Lett. **B205** (1988), 84–92.
- [77] P. I. Krastev and A. Y. Smirnov, *Parametric effects in neutrino oscillations*, Phys. Lett. **B226** (1989), 341–346.
- [78] S. T. Petcov, *Diffractive-like (or parametric-resonance-like?) enhancement of the earth (day-night) effect for solar neutrinos crossing the earth core*, Phys. Lett. **B434** (1998), 321–332, hep-ph/9805262.
- [79] E. K. Akhmedov, *Parametric resonance of neutrino oscillations and passage of solar and atmospheric neutrinos through the earth*, Nucl. Phys. **B538** (1999), 25–51, hep-ph/9805272.
- [80] E. K. Akhmedov, A. Dighe, P. Lipari, and A. Y. Smirnov, *Atmospheric neutrinos at Super-Kamiokande and parametric resonance in neutrino oscillations*, Nucl. Phys. **B542** (1999), 3–30, hep-ph/9808270.
- [81] M. V. Chizhov and S. T. Petcov, *Enhancing mechanisms of neutrino transitions in a medium of nonperiodic constant-density layers and in the earth*, Phys. Rev. **D63** (2001), 073003, hep-ph/9903424.
- [82] E. K. Akhmedov, *Parametric resonance in neutrino oscillations in matter*, Pramana **54** (2000), 47, hep-ph/9907435.
- [83] T. Ohlsson and W. Winter, *Reconstruction of the earth's matter density profile using a single neutrino baseline*, Phys. Lett. **B512** (2001), 357–364, hep-ph/0105293.
- [84] V. K. Ermilova, V. A. Tsarev, and V. A. Chechin, *Buildup of neutrino oscillations in the earth*, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **43** (1986), 353, [JETP Lett. **43** (1986) 453].
- [85] A. J. Baltz and J. Weneser, *Effect of transmission through the earth on neutrino oscillations*, Phys. Rev. **D35** (1987), 528.
- [86] A. Nicolaidis, *Neutrinos for geophysics*, Phys. Lett. **B200** (1988), 553.
- [87] T. K. Kuo and J. Pantaleone, *Neutrino oscillations in matter*, Rev. Mod. Phys. **61** (1989), 937.
- [88] Y. Minorikawa and K. Mitsui, *Neutrino resonant oscillations in the earth, and the electron-neutrino / muon-neutrino ratio in upward going atmospheric neutrino fluxes*, Europhys. Lett. **11** (1990), 607.
- [89] M. V. Chizhov and S. T. Petcov, *New conditions for a total neutrino conversion in a medium*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 1096–1099, hep-ph/9903399.
- [90] M. Freund, M. Lindner, S. T. Petcov, and A. Romanino, *Testing matter effects in very long baseline neutrino oscillation experiments*, Nucl. Phys. **B578** (2000), 27–57, hep-ph/9912457.

- [91] I. Mocioiu and R. Shrock, *Matter effects on neutrino oscillations in long baseline experiments*, Phys. Rev. **D62** (2000), 053017, hep-ph/0002149.
- [92] M. Freund, P. Huber, and M. Lindner, *Extracting matter effects, masses and mixings at a neutrino factory*, Nucl. Phys. **B585** (2000), 105–123, hep-ph/0004085.
- [93] K. Dick, M. Freund, P. Huber, and M. Lindner, *A comparison of the physics potential of future long baseline neutrino oscillation experiments*, Nucl. Phys. **B598** (2001), 543–553, hep-ph/0008016.
- [94] E. K. Akhmedov, *Floquet theory of neutrino oscillations in the earth*, Phys. Atom. Nucl. **64** (2001), 787–801, hep-ph/0008134.
- [95] B. Brahmachari, S. Choubey, and P. Roy, *CP violation and matter effect for a variable earth density in very long baseline experiments*, hep-ph/0303078.
- [96] P. Huber, *CP, T and CPT violation in future long baseline experiments*, hep-ph/0210140.
- [97] M. Lindner, *The physics potential of future long baseline neutrino oscillation experiments*, hep-ph/0210377.
- [98] P. Huber and W. Winter, *Neutrino factories and the 'magic' baseline*, Phys. Rev. **D** (to be published), hep-ph/0301257.
- [99] A. Asratyan et al., *Neutrino superbeams and the magic baseline*, hep-ex/0303023.
- [100] S. V. Panasyuk, *REM (Reference Earth Model) web page*, <http://cfauvcs5.harvard.edu/1anna/rem/index.htm>.
- [101] R. J. Geller and T. Hara, *Geophysical aspects of very long baseline neutrino experiments*, Nucl. Instrum. Meth. **A503** (2001), 187–191, hep-ph/0111342.
- [102] L.-Y. Shan, B.-L. Young, and X.-m. Zhang, *CP violating neutrino oscillation and uncertainties in earth matter density*, Phys. Rev. **D66** (2002), 053012, hep-ph/0110414.
- [103] B. Jacobsson, T. Ohlsson, H. Snellman, and W. Winter, *Effects of random matter density fluctuations on the neutrino oscillation transition probabilities in the earth*, Phys. Lett. **B532** (2002), 259–266, hep-ph/0112138.
- [104] L.-Y. Shan and X.-M. Zhang, *Solar neutrino zenith angle distribution and uncertainty in earth's matter density*, Phys. Rev. **D65** (2002), 113011.
- [105] B. Jacobsson, T. Ohlsson, H. Snellman, and W. Winter, *The effects of matter density uncertainties on neutrino oscillations in the earth*, Journ. Phys. **G** (to be published), hep-ph/0209147, Proceedings of the NuFact'02 workshop.
- [106] T. Ota and J. Sato, *Yet another correlation in the analysis of CP violation using a neutrino oscillation experiment*, Phys. Rev. **D67** (2003), 053003, hep-ph/0211095.
- [107] L.-Y. Shan et al., *Modeling realistic earth matter density for CP violation in neutrino oscillation*, hep-ph/0303112.
- [108] P. Huber, M. Lindner, and W. Winter, *Synergies between the first-generation JHF-SK and NuMI super-beam experiments*, Nucl. Phys. **B654** (2003), 3–29, hep-ph/0211300.
- [109] T. Ohlsson and W. Winter, in preparation.
- [110] J. N. Bahcall, *Solar models: An historical overview*, astro-ph/0209080.
- [111] SNO, Q. R. Ahmad et al., *Measurement of the charged current interactions produced by B-8 solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory*, Phys. Rev. Lett. **87** (2001), 071301, nuc1-ex/0106015.
- [112] A. B. Balantekin and H. Yuksel, *Global analysis of solar neutrino and KamLAND data*, J. Phys. **G29** (2003), 665–682, hep-ph/0301072.
- [113] M. V. Diwan, *Status of the MINOS experiment*, eConf **C0209101** (2002), TH08, hep-ex/0211026.
- [114] K2K, M. H. Ahn et al., *Indications of neutrino oscillation in a 250-km long- baseline experiment*, Phys. Rev. Lett. **90** (2003), 041801, hep-ex/0212007.

- [115] Y. Itow et al., *The JHF-Kamioka neutrino project*, hep-ex/0106019.
- [116] D. Ayres, ..., W. Winter, ..., *Letter of intent to build an off-axis detector to study $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ oscillations with the NuMI neutrino beam*, hep-ex/0210005.
- [117] Super-Kamiokande, T. Toshito, *Super-Kamiokande atmospheric neutrino results*, hep-ex/0105023.
- [118] K2K, K. Nakamura, *Status of K2K*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91** (2001), 203–209.
- [119] V. Paolone, *Status of the MINOS experiment*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **100** (2001), 197–199.
- [120] G. Acquistapace et al., *The CERN neutrino beam to Gran Sasso (NGS): Conceptual technical design*, CERN-98-02.
- [121] OPERA, D. Duchesneau, *The CERN-Gran Sasso neutrino program*, eConf **C0209101** (2002), TH09, hep-ex/0209082.
- [122] F. Arneodo et al., *Study of solar neutrinos with the 600-t liquid argon ICARUS detector*, Nucl. Instrum. Meth. **A455** (2000), 376–389.
- [123] K. Kodama et al., *The OPERA ν_τ appearance experiment in the CERN-Gran Sasso neutrino beam*, CERN-SPSC-98-25.
- [124] V. Barger, S. Geer, R. Raja, and K. Whisnant, *Exploring neutrino oscillations with superbeams*, Phys. Rev. **D63** (2001), 113011, hep-ph/0012017.
- [125] CERN working group on Super Beams, J. J. Gomez-Cadenas et al., *Physics potential of very intense conventional neutrino beams*, hep-ph/0105297.
- [126] M. Aoki et al., *Prospects of very long base-line neutrino oscillation experiments with the KEK-JAERI high intensity proton accelerator*, Phys. Rev. **D67** (2003), 093004, hep-ph/0112338.
- [127] M. Aoki, *Physics potential of future long baseline neutrino oscillation experiments with KEK-JAERI HIPA*, hep-ph/0204008.
- [128] G. Barenboim, A. De Gouvea, M. Szleper, and M. Velasco, *Neutrino oscillations with a proton driver upgrade and an off-axis detector: A case study*, hep-ph/0204208.
- [129] K. Whisnant, J. M. Yang, and B.-L. Young, *Measuring CP violation and mass ordering in joint long baseline experiments with superbeams*, Phys. Rev. **D67** (2003), 013004, hep-ph/0208193.
- [130] M. Aoki, K. Hagiwara, and N. Okamura, *Measuring the CP-violating phase by a long base-line neutrino experiment with Hyper-Kamiokande*, Phys. Lett. **B554** (2003), 121–132, hep-ph/0208223.
- [131] G. Barenboim and A. de Gouvea, *Long baseline neutrino experiments and the LOW solution: What is left to do and how well can it be done*, hep-ph/0209117.
- [132] N. Okamura, *Measuring the CP-violating phase by a long baseline neutrino experiment with Hyper-Kamiokande*, Phys. Rev. **D34** (2002), 2621–2636, hep-ph/0209123.
- [133] D. Beavis et al., *Neutrino oscillation experiments for precise measurements of oscillation parameters and search for $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ appearance and CP violation*, hep-ex/0205040.
- [134] M. Mezzetto, *Physics potential of the SPL super beam*, hep-ex/0302005.
- [135] M. V. Diwan et al., *Very long baseline neutrino oscillation experiments for precise measurements of mixing parameters and CP violating effects*, hep-ph/0303081.
- [136] D. Beavis et al., *Proposal of BNL AGS E-889*, Tech. report, BNL, 1995.
- [137] M. Szleper and A. Para, *Neutrino spectrum at the far detector: Systematic errors*, hep-ex/0110001.
- [138] V. D. Barger, D. Marfatia, and B. P. Wood, *Resolving the solar neutrino problem with KamLAND*, Phys. Lett. **B498** (2001), 53–61, hep-ph/0011251.
- [139] M. C. Gonzalez-Garcia and C. Peña-Garay, *On the effect of θ_{13} on the determination of solar oscillation parameters at KamLAND*, Phys. Lett. **B527** (2002), 199–205, hep-ph/0111432.

- [140] S. Geer, *Neutrino beams from muon storage rings: Characteristics and physics potential*, Phys. Rev. **D57** (1998), 6989–6997, hep-ph/9712290.
- [141] A. D. Rujula, M. B. Gavela, and P. Hernandez, *Neutrino oscillation physics with a neutrino factory*, Nucl. Phys. **B547** (1999), 21, hep-ph/9811390.
- [142] V. D. Barger, S. Geer, R. Raja, and K. Whisnant, *Long-baseline study of the leading neutrino oscillation at a neutrino factory*, Phys. Rev. **D62** (2000), 013004, hep-ph/9911524.
- [143] V. D. Barger, S. Geer, R. Raja, and K. Whisnant, *Neutrino oscillations at an entry-level neutrino factory and beyond*, Phys. Rev. **D62** (2000), 073002, hep-ph/0003184.
- [144] C. Albright et al., *Physics at a neutrino factory*, hep-ex/0008064.
- [145] O. Yasuda, *Summary of working group 1 at NuFact'01: Theory part*, Nucl. Instrum. Meth. **A503** (2001), 104–109, hep-ph/0111172.
- [146] A. Bueno, M. Campanelli, S. Navas-Concha, and A. Rubbia, *On the energy and baseline optimization to study effects related to the delta-phase (CP-/T-violation) in neutrino oscillations at a neutrino factory*, Nucl. Phys. **B631** (2002), 239–284, hep-ph/0112297.
- [147] O. Yasuda, *Physics potential and present status of neutrino factories*, hep-ph/0203273.
- [148] M. Apollonio, ..., W. Winter, ..., *Oscillation physics with a neutrino factory*, hep-ph/0210192, to appear as CERN yellow report.
- [149] P. Huber, M. Lindner, T. Schwetz, and W. Winter, *Reactor neutrino experiments compared to superbeams*, Nucl. Phys. **B** (to be published), hep-ph/0303232.
- [150] P. Migliozzi and F. Terranova, *Next generation long baseline experiments on the path to leptonic CP violation*, hep-ph/0302274.
- [151] M. Lindner, M. Rolinec, and P. Huber, *in preparation*.
- [152] H. Minakata, H. Sugiyama, O. Yasuda, K. Inoue, and F. Suekane, *Reactor measurement of θ_{13} and its complementarity to long-baseline experiments*, hep-ph/0211111.
- [153] V. Martemyanov, L. Mikaelyan, V. Sinev, V. Kopeikin, and Y. Kozlov, *The Kr2Det project: Search for mass-3 state contribution $|U_{e3}|^2$ to the electron neutrino using a one reactor - two detector oscillation experiment at Krasnoyarsk underground site*, hep-ex/0211070.
- [154] M. C. Banuls, G. Barenboim, and J. Bernabeu, *Medium effects for terrestrial and atmospheric neutrino oscillations*, Phys. Lett. **B513** (2001), 391–400, hep-ph/0102184.
- [155] H. Minakata, H. Nunokawa, and S. Parke, *The complementarity of eastern and western hemisphere long-baseline neutrino oscillation experiments*, hep-ph/0301210.
- [156] V. Barger, D. Marfatia, and K. Whisnant, *How two neutrino superbeam experiments do better than one*, Phys. Lett. **B560** (2003), 75–86, hep-ph/0210428.
- [157] J. Burguet-Castell, M. B. Gavela, J. J. Gomez-Cadenas, P. Hernandez, and O. Mena, *Superbeams plus neutrino factory: The golden path to leptonic CP violation*, Nucl. Phys. **B646** (2002), 301–320, hep-ph/0207080.
- [158] A. S. Dighe, M. T. Keil, and G. G. Raffelt, *Detecting the neutrino mass hierarchy with a supernova at IceCube*, hep-ph/0303210.
- [159] E. K. Akhmedov, P. Huber, M. Lindner, and T. Ohlsson, *T violation in neutrino oscillations in matter*, Nucl. Phys. **B608** (2001), 394–422, hep-ph/0105029.
- [160] M. Jacobson and T. Ohlsson, *Extrinsic CPT violation in neutrino oscillations in matter*, hep-ph/0305064.
- [161] G. Barenboim, L. Borissov, J. Lykken, and A. Y. Smirnov, *Neutrinos as the messengers of CPT violation*, JHEP **10** (2002), 001, hep-ph/0108199.
- [162] G. Barenboim, L. Borissov, and J. Lykken, *CPT violating neutrinos in the light of KamLAND*, hep-ph/0212116.

- [163] S. M. Bilenky, M. Freund, M. Lindner, T. Ohlsson, and W. Winter, *Tests of CPT invariance at neutrino factories*, Phys. Rev. **D65** (2002), 073024, hep-ph/0112226.
- [164] CPLEAR, D. Zavrtanik, *A review of the latest CPLEAR results on T violation and CPT invariance in the neutral-kaon system*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **93** (2001), 276–282.
- [165] G. Seidl, *See-Saw Mechanismus für Dirac Teilchen*, Diplomarbeit, 2001.
- [166] T. Yanagida, *Proceedings of the workshop of the unified theory and baryon number in the universe*, (Tsububa) (A. Sawada and A. Sugamoto, eds.), KEK, 1979.
- [167] M. Gell-Mann, P. Ramond, and R. Slansky, *Complex Spinors and Unified Theories, Supergravity*, (Amsterdam) (P. van Nieuwenhuizen and D. Z. Freedman, eds.), Proceedings of the Workshop, Stony Brook, New York, 1979, North-Holland, 1979.
- [168] R.N. Mohapatra and G. Senjanović, Phys. Rev. Lett. **44** (1980), 912.
- [169] C. Wetterich, *Neutrino masses and the scale of B-L violation*, Nucl. Phys. **B187** (1981), 343.
- [170] J. Kersten, *Renormalization group evolution of neutrino masses*, Diplomarbeit, 2001.
- [171] M. Ratz, *Running neutrino masses*, Ph.D. thesis, TU München, 2002.
- [172] J. Law, R. Ollerhead, and J. Simpson, *Neutrino physics and astrophysics. Proceedings, 19th International Conference, Neutrino 2000, Sudbury, Canada, June 16-21, 2000*.
- [173] M. Lindner and W. Winter, *Quark and lepton mass patterns and the absolute neutrino mass scale*, Phys. Rev. **D66** (2002), 057303, hep-ph/0111263.
- [174] T. Ohlsson and W. Winter, *Could one find petroleum using neutrino oscillations in matter?*, Europhys. Lett. **60** (2002), 34–39, hep-ph/0111247.
- [175] M. Lindner, T. Ohlsson, R. Tomas, and W. Winter, *Tomography of the earth's core using supernova neutrinos*, Astropart. Phys. (to be published), hep-ph/0207238.
- [176] L. V. Volkova and G. T. Zatsepin, Bull. Phys. Ser. **38** (1974), 151–154.
- [177] A. D. Rújula, S. L. Glashow, R. R. Wilson, and G. Charpak, Phys. Rep. **99** (1983), 341–396.
- [178] T. L. Wilson, Nature **309** (1984), 38–42.
- [179] G. A. Askar'yan, Usp. Fiz. Nauk **144** (1984), 523–530, [Sov. Phys. Usp. 27 (1984) 896].
- [180] A. Borisov, B. Dolgoshein, and A. Kalinovskii, Yad. Fiz. **44** (1986), 681–689, [Sov. J. Nucl. Phys. 44 (1987) 442].
- [181] A. Nicolaidis, M. Jannane, and A. Tarantola, J. Geophys. Res. **96** (1991), 21811–21817.
- [182] H. J. Crawford, R. Jeanloz, B. Romanowicz, and the DUMAND collaboration, Proc. of the XXIVth International Cosmic Ray Conference (University of Rome) (1995), 804.
- [183] C. Kuo, H. J. Crawford, R. Jeanloz, B. Romanowicz, G. Shapiro, and M. L. Stevenson, Earth Plan. Sci. Lett. **133** (1995), 95.
- [184] V. K. Ermilova, V. A. Tsarev, and V. A. Chechin, *Restoration of the density distribution of material based on neutrino oscillations*, Bull. Lebedev Phys. Inst. **NO.3** (1988), 51.
- [185] V. A. Chechin and V. K. Ermilova, *Inverse problem for neutrino oscillations in inhomogeneous media*, Proc. of LEWI'90 School, Dubna (1991), 75.
- [186] A. N. Ioannisian and A. Y. Smirnov, *Matter effects of thin layers: Detecting oil by oscillations of solar neutrinos*, hep-ph/0201012.
- [187] C. Lunardini and A. Y. Smirnov, *Supernova neutrinos: Earth matter effects and neutrino mass spectrum*, Nucl. Phys. **B616** (2001), 307–348, hep-ph/0106149.
- [188] K. Takahashi and K. Sato, *Earth effects on supernova neutrinos and their implications for neutrino parameters*, Phys. Rev. **D66** (2002), 033006, hep-ph/0110105.

-
- [189] K. Takahashi, M. Watanabe, and K. Sato, *The earth effects on the supernova neutrino spectra*, Phys. Lett. **B510** (2001), 189–196, hep-ph/0012354.
- [190] K. Aki and P. G. Richards, *Quantitative seismology - theory and methods*, W. H. Freeman, San Francisco, 1980, Vol. 1, 2.
- [191] T. Lay and T. C. Wallace, *Modern global seismology*, Academic Press, New York, 1995.
- [192] H. Igel, *private communication*.
- [193] G. Steinle-Neumann, L. Stixrude, and R. E. Cohen, *Physical properties of iron in the inner core*, physics/0204055.
- [194] P. K. Panigrahi and U. Sarkar, *Neutrino radar*, hep-ph/0209057.
- [195] P. Barbeau, J. I. Collar, J. Miyamoto, and I. Shipsey, *Towards coherent neutrino detection using low-background micropattern gas detectors*, hep-ex/0212034.

Danksagungen

An erster Stelle möchte ich meinem Doktorvater Manfred Lindner danken, der mir oft geholfen hat den richtigen Weg zu finden. Nur durch seinen Führungsstil, auf der einen Seite jederzeit Ansprechpartner für alle Arten von Problemen zu sein, und auf der anderen Seite einem die nötige Freiheit zu lassen wichtige Entscheidungen selbst treffen zu können, war es mir möglich, diese Dissertation in der vorliegenden Art und entsprechenden Zeitdauer anzufertigen.

Eine weitere wichtige Rolle in meiner Entwicklung hat Tommy Ohlsson eingenommen, mit dem ich zu Beginn meiner Zeit als Diplomand und Doktorand die ersten Projekte bearbeitet habe. Ihm verdanke ich auch das Handwerkszeug um die Grundlagen wissenschaftlichen Arbeitens, des Veröffentlichungsprozesses von Manuskripten, die Regeln guter wissenschaftlicher Praxis und die Rolle der Diplomatie in der Wissenschaft.

Ein besonderer Dank gilt weiterhin Jörn Kersten, mit dem mich bereits seit dem ersten Studienjahr eine langjährige Freundschaft verbindet. Durch unzählige Diskussionen während des Studiums und während der mehrjährigen Zeit als Zimmerkollegen wurden mir viele Details der Physik klarer. Auch den Entscheidungsweg für die theoretische Physik haben wir zu einem großen Teil zusammen begangen, besonders auch innerhalb des (äußert effizient absolvierten) Fortgeschrittenenpraktikums.

Im Bereich der Forschung möchte ich auch meinen Kollaborateuren Samoil Bilenky, Martin Freund, Patrick Huber, Björn Jacobsson, Manfred Lindner, Tommy Ohlsson, Håkan Snellman, Thomas Schwetz und Ricard Tomás danken, mit denen ich viele interessante Projekte bearbeiten durfte. Hervorheben möchte ich an dieser Stelle Martin Freund und Patrick Huber, die durch ihre Entwicklung der Long-Baseline-Software einen wichtigen Baustein für viele unserer Projekte geliefert haben. Besonders die Zusammenarbeit mit Patrick Huber war aufgrund seiner gelassenen Art stets eine Freude.

Durch diverse Forschungsaufenthalte, sowie Sommerschulen und Konferenzen konnte ich meinen Horizont erheblich erweitern, wofür ich den unzähligen Geldgebern, unter anderem dem Sonderforschungsbereich 375 für Astro-Teilchenphysik und der schwedischen Magnus Bergvall-Stiftung, danken möchte. Besonders richtungsweisend waren dabei die NuFact-Konferenzen in London (2002) und New York (2003), da sie zu vielen für die Zukunft strategisch wichtigen Entscheidungen führten. Für die Finanzierung meiner Doktorarbeit (und meines Studiums) danke ich vor allem meinem Hauptsponsor, der Studienstiftung des deutschen Volkes.

Für das Korrekturlesen dieser Dissertation sei Andrea Hierstetter (nur Rechtschreibung), Thomas Schwetz (Teile), Tommy Ohlsson (ohne Rechtschreibung) und Jörn Kersten (vollständige „Level-1-Diagnose“) herzlich gedankt, die sehr zur Qualitätssicherung dieser Arbeit beigetragen haben. Da die neue deutsche Rechtschreibung ein wichtiger Anreiz dazu war, diese Arbeit in Deutsch zu verfassen, konnte ich hoffentlich zumindest einige der neuen Regeln erlernen.

Zuletzt geht ein warmherziger Dank an Stefan Antusch, Florian Bauer, Marc-Thomas Eisele, Patrick Huber, Jörn Kersten, Manfred Lindner, Markus Michael Müller, Karin Ramm, Marc Rolinec, Thomas Schwetz, Gerhart Seidl sowie allen ehemaligen Mitarbeitern von T30d für die gute Arbeitsatmosphäre und die interessanten Kaffeediskussionen. Besonders danken möchte ich schließlich meiner Familie und Andrea für die Unterstützung in vielerlei Hinsicht während des Studiums und danach.