INAUGURAL-DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich-Mathematischen
Gesamtfakultät
der
Ruprecht-Karls-Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Diplom-Physiker Marc Hemberger
aus Düsseldorf

Tag der mündlichen Prüfung: 30. Juni 1998

Untersuchung der primären geladenen kosmischen Strahlung oberhalb 1 TeV mit den Methoden der abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Technik

Gutachter: Prof. Dr. Heinrich J. Völk

Prof. Dr. Heinigerd Rebel

Zusammenfassung

Die Untersuchung der kosmischen Strahlung oberhalb 1 TeV mit den Methoden der abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Technik erfordert die präzise Kenntnis der Entwicklung von Luftschauern in der Atmosphäre und des Verhaltens des Detektors.

In dieser Arbeit wurde eine präzise und detailgetreue Simulation des Detektorverhaltens der HEGRA-Čerenkov-Teleskope entwickelt. Dazu wurde besonderer Wert auf die adäquate Simulation der Ausleseelektronik und des Triggers gelegt. Anhand experimentell zugänglicher Größen wurde die Qualität der Simulation überprüft. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation erweist sich als hervorragend.

Diese Simulationen wurden dazu verwendet, um das Spektrum der Protonen der kosmischen Strahlung bei einigen TeV präzise zu bestimmen. Das HEGRA-Teleskop-System bietet mit seiner hohen Nachweis-Rate im Energiebereich zwischen 1 und 10 TeV und auf Grund einer Energieauflösung von 50% die Möglichkeit zur genauen Bestimmung des spektralen Index des Protonen-Spektrums.

Der von uns gefundene differentielle Spektralindex $\gamma_p = 2.72(\pm 0.02)_{\mathrm{stat.}}(^{+0.15}_{-0.13})_{\mathrm{syst.}}$ und integrale Fluß $F(> 1.5\,\mathrm{TeV}) = (3.1(\pm 0.6)_{\mathrm{stat.}}(\pm 1.2)_{\mathrm{syst.}}) \cdot 10^{-2}$ (s sr m^2)$^{-1}$ sind in sehr guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen Satelliten- und Ballon-getragener Experimente. Die abbildende atmosphärische Čerenkov-Technik erweist sich damit zum ersten Mal als fähig, das Energiespektrum der Protonen der kosmischen Strahlung in einem begrenzten Energiebereich zu messen.

Die im Verlauf der nächsten Jahre mit den HEGRA-Teleskopen angesammelte Statistik hadronischer Schauer wird es möglich machen, diese Messung auf über 10 TeV auszudehnen. Ebenso sollte es in Zukunft möglich werden, die chemischen Häufigkeiten mehrerer Massengruppen der geladenen kosmischen Strahlung zu bestimmen.

Abstract

The study of cosmic rays above 1 TeV, using the methods of the imaging atmospheric Čerenkov-technique requires a detailed knowledge of the development of air showers in the atmosphere and the response of the detector.

This work describes the detailed and accurate simulation of the response function of the HEGRA-Čerenkov-telescope system. Special emphasize was given to an adequate simulation of the readout-electronics and the trigger-scheme. The quality of the simulation was tested by extended comparisons with experimentally accessible parameters. The aggreement between the experiment and the simulation proves as excellent.

This simulation was used for an accurate determination of the spectrum of the proton component in cosmic rays at a few TeV. The HEGRA-telescope-system offers with its high detection rate in the energy range between 1 and 10 TeV and its reasonable energy resolution of 50% for protons the possibility for a precise determination of the spectral index of the proton spectrum.

We determined the differential spectral index as $\gamma_p = 2.72(\pm 0.02)_{\mathrm{stat.}}(^{+0.15}_{-0.13})_{\mathrm{syst.}}$ and give an integral flux $F(> 1.5\,\mathrm{TeV}) = (3.1(\pm 0.6)_{\mathrm{stat.}}(\pm 1.2)_{\mathrm{syst.}}) \cdot 10^{-2}$ (s sr m^2)$^{-1}$, consistent with the results of satellite and balloon-borne experiments. This proves, that the imaging atmospheric Čerenkov-technique is able to determine the energy spectrum of protons in the cosmic rays in a limited energy range.

The exploitation of the data accumulated by the HEGRA-telescopes in the next several years will provide sufficient statistics of hadronic showers to extend this measurement beyond 10 TeV. Also, in future, it should be possible to determine the chemical composition of different groups of particles of the charged cosmic rays.

Es ist von Vorteil, die Fehler,
aus denen man lernen kann,
recht frühzeitig zu machen.

W. Churchill

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Die Frage nach der Herkunft der kosmischen Höhenstrahlung beschäftigt die Physiker seit der Entdeckung dieses Phänomens im Jahre 1912. Als der österreichische Forscher Viktor Franz Hess sich mit einer Ionisationskammer von einem Ballon bis in fünf Kilometer Höhe tragen ließ und das Gerät zunehmend reagierte, schloß er, man müsse wohl "Zuflucht zu einer neuen Hypothese nehmen" – "entweder die Existenz unbekannter Materie in großer Höhe beschwören oder eine durchdringende Strahlung außerirdischer Herkunft annehmen" [1].

Beim Aufstieg stellte er zunächst die erwartete Abnahme der Ionisation mit der Höhe in seinen Kammern fest. Nach einer Höhe von etwa 1 km stellte er aber zu seinem Erstaunen eine drastische Zunahme der Ionisation fest. Nach einer kritischen Prüfung seines Experimentaufbaus stand für ihn der außerirdische Ursprung dieser Strahlung fest. Dafür erhielt er 1936 den Nobelpreis.

Im Jahre 1925 prägte Millikan den Begriff der kosmischen Strahlung für dieses Phänomen.

Unabhängig von Hess machte dann 1913 der in Berlin tätige Werner Kolhörster entsprechende Beobachtungen und bestätigte damit Hess' Messungen. 1929 wurde schließlich der Korpuskularcharakter des energiereichen Mediums nachgewiesen [2]. Einen historischen Abriß der Geschichte dieses Feldes mit vielen Originalartikeln findet man in [3].

Inzwischen kennt man diese Strahlung sehr genau. Insbesondere handelt es sich bei den Teilchen vorwiegend um Protonen. Allerdings ist die Quelle dieser Teilchen bis heute noch unbekannt. Scheinbar gibt es keine obere Energiegrenze der Teilchen, sondern im wesentlichen nur Nachweisgrenzen der Experimente. Das differentielle Energiespektrum der kosmischen Strahlung erstreckt sich über mehr als 11 Größenordnungen von weniger als 10^9 eV bis zu einigen 10^{20} eV in der Teilchenenergie. In einfachster Form kann es durch ein Potenzgesetz $\propto E^{-2.7}$ beschrieben werden, dessen spektraler Index oberhalb von einigen 10^{15} eV auf einen Wert von etwa 3 zunimmt. Dadurch wird der nichtthermische Ursprung dieser Strahlung deutlich. Oberhalb von einigen 10^{18} eV scheint der Spektralindex wieder kleiner zu werden. In diesem Energiebereich sind allerdings die statistischen und systematischen Unsicherheiten der derzeitigen Messungen hoch.

Zahlreiche Experimente beschäftigten und beschäftigen sich mit dem Nachweis der kosmischen Strahlung und der Bestimmung deren Energiespektrums. Durch eine präzise Vermessung des Energiespektrums der verschiedenen Teilchenarten in der kosmischen Strahlung erhofft man sich Aufschluß über die Quellen und Beschleunigungsmechanismen, die zum charakteristischen Spektrum der kosmischen Strahlung führen.

In dieser Arbeit wird zum ersten Mal eine Bestimmung des Protonen-Spektrums der kosmischen Strahlung mit den Methoden der abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Technik durchgeführt.

In Kapitel 2 wird zunächst ein kurzer Abriß des gegenwärtigen Wissens über die kosmische Strahlung gegeben.

In Kapitel 3 wird in die Luftschauerphysik eingeführt und die abbildende atmosphärische Čerenkov-Technik vorgestellt.

In Kapitel 4 wird das HEGRA-Experiment beschrieben, im besonderen das System von Čerenkov-Teleskopen (CT) auf der kanarischen Insel La Palma.

Kapitel 5 und 6 beschreiben die Entwicklung einer detaillierten Monte-Carlo-Simulation für das Teleskop-System, die eine adäquate Implementierung der Trigger- und Ausleseelektronik umfaßt. Dadurch ist es mit einer hohen Genauigkeit möglich, gemessene Schauerparameter mit simulierten Größen zu korrelieren.

In Kapitel 7 wird eine Methode entwickelt, die es erlaubt, das Spektrum der Protonen in der kosmischen Strahlung bei Energien von etwa 1 TeV genau zu vermessen. In Kapitel 8 wird diese Methode dann auf die mit dem HEGRA-CT-System genommenen Daten angewendet und das Spektrum rekonstruiert. Systematische Studien zeigen die Genauigkeit des Rekonstruktionsverfahrens.

Kapitel 9 vergleicht das Ergebnis dieser Arbeit abschließend mit den Ergebnissen anderer, Satelliten- und Ballon-getragener Experimente.

Kapitel 2

Kosmische Strahlung

Dieses Kapitel beschreibt stark verkürzt den heutigen Wissens- und Erkenntnisstand der Erforschung der kosmischen Strahlung. Über aktuelle Entwicklungen geben die Proceedings der 2jährlich stattfinden *International Cosmic Ray Conference* Auskunft.

2.1 Geladene kosmische Strahlung

Die kosmische Strahlung besteht aus Protonen, α-Teilchen und vollständig ionisierten Kernen. Daneben gibt es auch eine elektronische Komponente sowie diffuse hochenergetische γ-Quanten.

Man unterscheidet allgemein zwei Arten von Teilchen in der kosmischen Strahlung. Die sogenannten Primärteilchen entstammen aus den Quellen, werden dort beschleunigt und breiten sich durch die Galaxie bis ins Innere des Sonnensystems aus. Die Sekundärteilchen entstehen durch die Wechselwirkung der Primärteilchen mit dem interstellaren oder intergalaktischen Medium. Ein wesentlicher Prozeß ist dabei die Fragmentation von Kernen.

Die Beschreibung der Energiespektren der geladenen kosmischen Strahlung kann auf drei verschiedene Arten erfolgen [4]:

1. als Zahl von Teilchen pro magnetischer Steifigkeit:

   Die Ausbreitung der Teilchen durch Magnetfelder der Stärke B hängt vom Gyroradius r_L oder der magnetischen Steifigkeit R ab:

   $$R = \frac{pc}{Ze} = r_L B. \qquad (2.1)$$

   Dabei bezeichnet p den Impuls und Z die Kernladungszahl des Teilchens. Die übliche Einheit der Steifigkeit ist das Volt [V].

2. als Zahl von Teilchen pro (Energie pro Nukleon):

   Die Fragmentation der Teilchen hängt wesentlich von der Energie pro Nukleon ab, weil die Gesamtenergie in der Wechselwirkung erhalten bleibt.

3. als Zahl von Teilchen pro (Energie pro Teilchen):

   Luftschauerexperimente, die die Atmosphäre als Kalorimeter verwenden, messen im wesentlichen die Gesamtenergie der Teilchen.

Der isotrope differentielle Gesamtfluß der kosmischen Strahlung läßt sich über einen weiten Energiebereich durch ein Potenzgesetz folgender Form beschreiben [5]:

$$I(E) \approx 0.25 \cdot \left(\frac{E}{\mathrm{TeV}}\right)^{-\gamma} \text{ Teilchen/(m}^2\text{ s sr TeV/Teilchen).} \qquad (2.2)$$

Dabei ist $\gamma \approx 2.7$. Mit $\alpha = \gamma - 1$ wird der integrale Index bezeichnet.

In den unterschiedlichen oben beschriebenen Darstellungen des Energiespektrums ändert sich nur die Einheit und Größe der Flußnormierung, während die Steigung des Spektrums im wesentlichen konstant bleibt [6].

2.1.1 Spektren

Das am oberen Rand der Atmosphäre gemessene Spektrum der kosmischen Strahlung umfaßt einen Energiebereich (Gesamtenergie der Teilchen) von etwa 10^6 bis $\geq 3 \cdot 10^{20}$ eV. Abbildung 2.1 zeigt das Spektrum unterschiedlicher Komponenten der kosmischen Strahlung. Diese Messungen wurden in Ballon- und Satelliten-Experimenten gewonnen.

Das Spektrum der Teilchen unterhalb von 1 GeV/Nukleon wird durch den Sonnenwind moduliert, was zu einem 'Umbiegen' der Spektren bei diesen niedrigen Energien führt. Oberhalb einer Energie von etwa 10 GeV messen wir im wesentlichen direkt das Spektrum der galaktischen kosmischen Strahlung, welches durch ein Potenzgesetz mit einem Spektralindex $\gamma \approx 2.7 \pm 0.1$ beschrieben werden kann.

Im wesentlichen verhalten sich alle Teilchen der kosmischen Strahlung gleich, jedoch gibt es kleine Unterschiede in den Steigungen der Spektren, die auf unterschiedliche Mechanismen der Teilchenbeschleunigung oder -ausbreitung hindeuten.

Abbildung 2.2 zeigt das Spektrum der hochenergetischen kosmischen Strahlung oberhalb etwa 1 TeV, multipliziert mit $E^{2.5}$, damit die unterschiedlichen Formen der Spektren deutlich werden.

Bei niedrigen Energien erkennt man deutlich die leicht unterschiedlichen Spektren der Protonen- und Eisenkomponente der kosmischen Strahlung. Es erscheint so, als würde der Protonen-Anteil am Gesamtfluß mit steigender Energie abnehmen, während der Eisen-Anteil dagegen zunimmt. Bei höheren Energien um 100 TeV sinkt allerdings die Teilchen-Statistik und die Effizienz zur Teilchen-Trennung in den dort relevanten Ballon-Experimenten stark ab, wodurch eine klare Aussage erschwert wird.

Der Gesamtfluß der kosmischen Strahlung zeigt bis etwa $3 \cdot 10^{15}$ eV das schon angesprochene Potenzgesetz mit einer Steigung $\gamma \approx 2.7$. Ab dieser Energie zeigt sich eine Änderung der Steigung auf $\gamma \approx -3$. Die Ursache für diese als *Knie* (*knee*) bezeichnete Eigenschaft des Spektrums ist bis heute ungeklärt. Es gibt verschiedene Lösungsansätze. Es können sich zum Beispiel die Beschleunigungsmechanismen ändern, die die Teilchen zu solch hohen Energie tragen [9] . Es kann sich aber auch die Elementzusammensetzung [10] oder die Herkunft der Teilchen der kosmischen Strahlung ändern. Diskutiert wird auch ein Übergang von galaktischer nach extragalaktischer Strahlung [11].

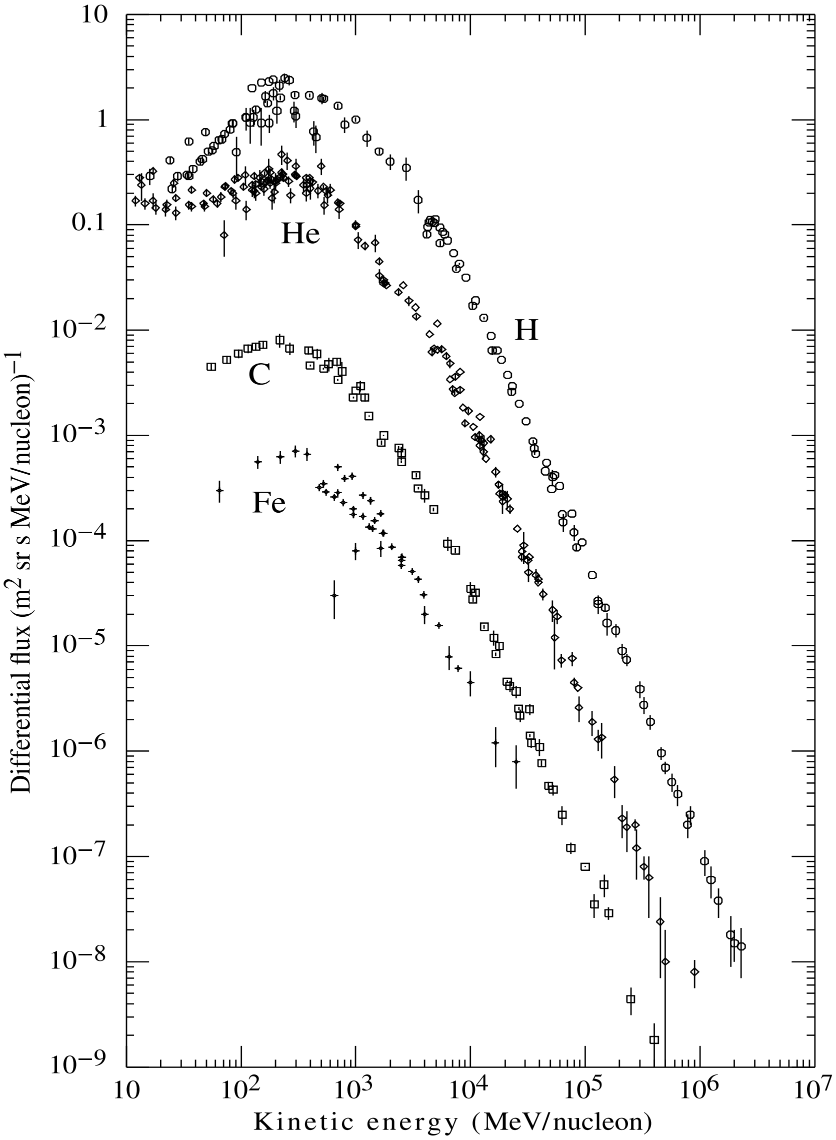

Abbildung 2.1: Die Spektren der Hauptbestandteile der primären kosmischen Strahlung [7] im Energiebereich 0.1 GeV bis etwa 1 TeV/Nukleon.

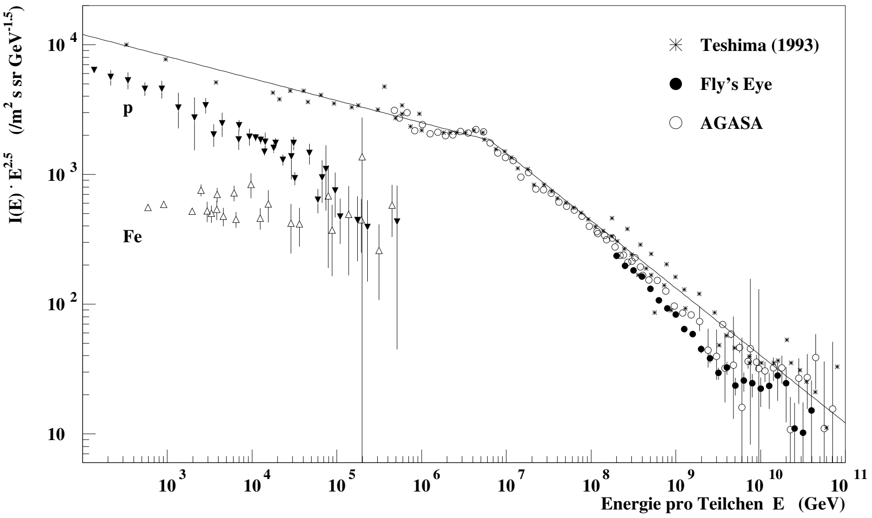

Abbildung 2.2: Das Spektrum der kosmischen Strahlung [8] oberhalb 1 TeV. Eingezeichnet sind Messungen der Luftschauerexperimente sowie der Satelliten- und Ballongetragenen Experimente für die Protonen- und Eisen-Komponente.

Bei etwa $5 \cdot 10^{18}$ eV scheint das Spektrum in der sogenannten *Ferse* (*ankle*) wieder abzuflachen. Dessen Interpretation ist noch offen, zumal die statistischen Fehler in diesem Energiebereich außerordentlich hoch sind.

Oberhalb von $E \approx 5 \cdot 10^{19}$ eV wechselwirken die Teilchen der kosmischen Strahlung mit den Photonen der 2.7 K Hintergrundstrahlung. In Reaktionen der Protonen mit diesen Photonen (z. B. Photo-Pion-Produktion oder Paarbildung) und Photodisintegration schwerer Kerne wird die Reichweite dieser Teilchen stark reduziert. Dieser Effekt wird als Greisen-Zatsepin-Kuz'min-Cutoff bezeichnet und sollte zu einem Abbrechen des Spektrums bei diesen hohen Energie führen [12] [13].

2.1.2 Zusammensetzung

Die relativen Häufigkeiten der Teilchen in der kosmischen Strahlung weisen große Ähnlichkeit mit den solaren Häufigkeiten auf, was den Ursprung der Teilchen aus thermischer Sternmaterie oder interstellarer Materie nahelegt. Abbildung 2.3 zeigt die relativen Häufigkeiten, wie sie in der Umgebung der Sonne und in der kosmischen Strahlung gemessen wurden. Man erkennt deutlich das Verhalten bei geraden-ungeraden Kernladungszahlen, das sich in beiden Verteilungen widerspiegelt.

Es treten aber auch deutliche Unterschiede hervor. Zum Beispiel sind die Teilchen unterhalb des Kohlenstoffs (Lithium, Beryllium, Bor) und die Teilchen unterhalb des Eisens (Sub-Fe-Gruppe: Scandium bis Mangan) in der kosmischen Strahlung deutlich häufiger vertreten als in der thermischen Materie. Die Ursache dafür kann durch den Prozeß der Spallation verstanden werden. Die primären Teilchen der kosmischen Strahlung erfahren auf ihrem Weg durch die Galaxie Kern-Wechselwirkungen mit dem interstellaren Medium (ISM), wodurch sie in kleinere, sekundäre Kerne aufbrechen.

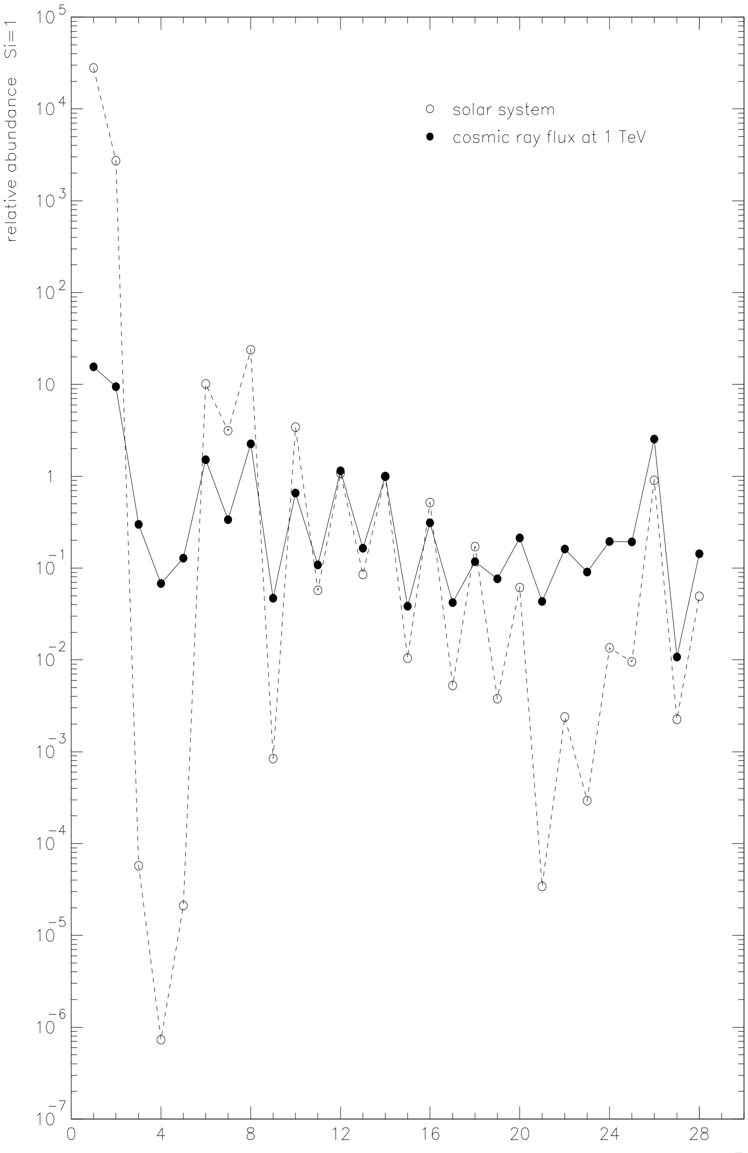

Abbildung 2.3: Vergleich der solaren Häufigkeiten mit den Element-Häufigkeiten von H bis Ni (normiert auf die Si-Häufigkeit) [5].

Dies führt zum ‘Auffüllen’ der Lücken in den solaren Häufigkeiten in den Häufigkeiten der kosmischen Strahlung.

Für den Transport der kosmischen Strahlung durch die Galaxie haben sich die sogenannten *Leaky-Box*-Modelle bewährt. Die Teilchen der kosmischen Strahlung bewegen sich dabei frei innerhalb eines vorgegebenen großen Volumens. Sie besitzen eine nur von der magnetischen Steifigkeit abhängigen Wahrscheinlichkeit, innerhalb einer bestimmten Zeit τ_{esc} aus diesem Volumen zu entkommen. Dadurch ergibt sich die mittlere durchlaufene Wegstrecke eines Teilchens mit der Geschwindigkeit βc zu $\lambda_{\text{esc}} = \rho \beta c \tau_{\text{esc}}$. ρ bezeichnet dabei eine effektive Dichte des ISM im Volumen, in dem der Transport stattfindet.

Die Spallations-Wirkungsquerschnitte lassen sich im Labor sehr genau bestimmen. Durch Messung des Verhältnisses der Häufigkeiten der stabilen Spallationsprodukte zu ihren Primärteilchen, z. B. des sekundären Bors zum primären Kohlenstoff B/C, läßt sich die mittlere durchlaufene Wegstrecke λ_{esc} der Primärteilchen im ISM bestimmen. Bei einer Steifigkeit von etwa 10 GV beträgt $\lambda_{\text{esc}} \approx 5-10\ \text{g/cm}^2$. Für Protonen beträgt die mittlere Wechselwirkungslänge mit dem ISM (ebenfalls hauptsächlich Protonen) etwa $\lambda_p \approx \mathcal{O}(50)\ \text{g/cm}^2 \gg \lambda_{\text{esc}}$. Die mittlere freie Weglänge für Kernstöße ist damit für Protonen wesentlich größer als die mittlere durchlaufene Wegstrecke im ISM. Für Eisen beträgt die mittlere Kern-Wechselwirkungslänge etwa $\lambda_{\text{Fe}} \approx \mathcal{O}(1)\ \text{g/cm}^2$. Der wesentliche Verlustprozeß für Protonen ist daher das Entweichen aus der Galaxie, während es für Eisenkerne bei niedrigen Energien die Kern-Kern-Wechselwirkung mit dem ISM ist [4], solange $\lambda_{\text{esc}} > \lambda_{\text{Fe}}$ ist.

Der Wert von λ_{esc} nimmt unabhängig von der Teilchenart mit steigender Steifigkeit ab ($\sim R^{-\delta}$, $\delta \approx 0.3 - 0.6$ [14]). Daraus läßt sich schließen, daß Teilchen mit höherer Energie im Mittel weniger Materie durchlaufen. Der an der Erde gemessene Fluß I einer Spezies α der kosmischen Strahlung spiegelt also nicht das tatsächliche Quellspektrum wieder, sondern ist durch die Abhängigkeit von der Steifigkeit R modifiziert:

$$\frac{I_{\alpha,\text{Messung}}}{I_{\alpha,\text{Quelle}}} \propto R^{-\delta}. \tag{2.3}$$

Mißt man die relativen Häufigkeiten instabiler sekundärer Kerne (z. B. $^{10}\text{Be}/^{9}\text{Be}$), läßt sich eine untere Grenze für die Aufenthaltsdauer der Kerne im ISM ermitteln. ^{10}Be hat eine Halbwertszeit von etwa $\tau_{^{10}\text{Be}} = 2.2 \cdot 10^6$ Jahren. Da das gemessene Verhältnis $^{10}\text{Be}/^{9}\text{Be}$ sehr klein ist, kann man daraus schließen, daß $\tau_{\text{esc}} > \tau_{^{10}\text{Be}}$ ist. Die Verweilzeit im ISM wird auf etwa $3 \cdot 10^7$ Jahre bestimmt [15]. Daraus ergibt sich eine obere Grenze für die effektive Dichte ρ, die die Teilchen durchlaufen. Mit $\rho \leq 0.3$ g/cm^3 entspricht sie etwa 1/3 der Gasdichte in der galaktischen Scheibe. Daraus kann wiederum geschlossen werden, daß die Teilchen nicht nur in der galaktischen Scheibe eingeschlossen sind, sondern sich auch im umgebenden galaktischen Halo ausbreiten, bevor sie aus dem Milchstraßensystem entweichen.

2.1.3 Quellen

Die Herkunft der kosmischen Strahlung ist bis heute nicht geklärt. Modelle der stochastischen Beschleunigung der geladenen Teilchen an Stoßfronten haben sich als Erklärungsansätze etabliert (siehe z. B. [16]).

Die Beschleunigung an Magnetfeldern, die in bewegten Plasmen eingefroren sind, wurde schon frühzeitig als Beschleunigungsmechanismus ([17], siehe [3] für einen Nachdruck) vorgeschlagen. Im effektiven Prozeß der Fermi-Beschleunigung 1. Ordnung (siehe zum Beispiel [18], [19], [20] und [21]) wird ein Plasma in einer Stoßwelle komprimiert.

Bei jedem Überschreiten der Stoßfront erfährt ein energetisches Teilchen einen Energiegewinn der Größe $\Delta E/E \propto V/v$ (V ist hierbei die Differenzgeschwindigkeit der Materie vor und nach dem Stoß und v die Teilchengeschwindigkeit). Durch die Fluktuationen des magnetischen Feldes wird das Teilchen häufig über die Stoßfront hin- und hergestreut, bevor es mit der komprimierten Plasmaströmung schließlich wegtransportiert wird.

In einer einfachen Überlegung läßt sich zeigen [22], daß das resultierende Energiespektrum der Teilchen einem Potenzgesetz folgen muß. Bei jeder Kreuzung der Stoßfront erfährt das Teilchen einen Energiegewinn, der porportional seiner ursprünglichen Energie ist: $\Delta E = \beta E$. Nach n Überquerungen hat das Teilchen dann die Energie $E_n = E_0(1+\beta)^n$. Dabei ist E_0 die Anfangsenergie des Teilchens. Mit der Wahrscheinlichkeit P_{esc} aus der Beschleunigungsregion nach einer Überquerung der Stoßfront zu entkommen, kommt man nach n Überquerungen der Stoßfront zu einer Gesamtwahrscheinlichkeit $(1 - P_{\text{esc}})^n$ dafür, daß das Teilchen noch in der Beschleunigungsregion ist. Damit folgt, daß

$$n = \log\left(\frac{E}{E_0}\right) / \log(1+\beta) \tag{2.4}$$

die Anzahl der Überquerungen der Stoßfront ist, die benötigt werden, um eine Energie E zu erreichen.

Die Anzahl der Teilchen oberhalb der Energie E ergibt sich dann zu

$$N(\geq E) \propto \sum_{m=n}^{\infty} (1 - P_{\text{esc}})^m = \frac{(1 - P_{\text{esc}})^n}{P_{\text{esc}}}. \tag{2.5}$$

Daraus folgt nach Einsetzen von Gleichung 2.4 in Gleichung 2.5 sofort ein Potenzgesetz:

$$\begin{aligned} N(> E) &\propto P_{\text{esc}}^{-1} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\gamma}, & (2.6)\\ \text{mit } \gamma &= \frac{\log\left(\frac{1}{1-P_{\text{esc}}}\right)}{\log(1+\beta)} \approx \frac{P_{\text{esc}}}{\beta}. & (2.7) \end{aligned}$$

Als wahrscheinlichste Kandidaten für die Quellen der kosmischen Strahlung erweisen sich Supernova-Überreste (SNR) (z. B. [16]). Zum einen liefern SNR die ausreichende Energie, von der bereits ein Bruchteil von etwa 10% ausreicht, um die Energiedichte der kosmischen Strahlung zu liefern. Aus der endlichen Lebensdauer der SNR läßt sich eine maximal erreichbare Energie der Teilchen von etwa $Z \cdot 10^{14}$ eV errechnen. In speziellen Konfiguration mag sich diese maximale Energie noch steigern lassen (z. B. [23], aber auch [24]).

Bisher gibt es allerdings nur wenig direkte Hinweise auf die Supernova-Herkunft der kosmischen Strahlung. Die erreichbaren Energien können das beobachtete Spektrum nur bis zum *Knie* plausibel machen. Für höhere Energien gibt es keine allgemein akzeptierte Theorie.

2.2 Galaktische γ-Strahlung

Der einzige heute praktisch mögliche Test für die Herkunft der kosmischen Strahlung aus SNR's ist die Messung deren hochenergetischer γ-Strahlung; denn die geladenen Teilchen werden in den magnetischen Feldern sowohl bei der Beschleunigug wie bei der späteren Ausbreitung im ISM vielfachgestreut, wodurch sie jede Richtungsinformation verlieren. γ-Strahlung gelangt dagegen ungestört vom Entstehungsort bis zum Beobachter.

Die γ-Strahlung entsteht dabei durch die inelastische Wechselwirkung der geladenen Teilchen der kosmischen Strahlung vor allem mit den Target-Kernen des interstellaren Mediums (siehe z. B. [25]).

$$\begin{aligned}
\text{p, Ionen} \rightarrow \text{Target} \quad &\rightarrow \quad \text{radioaktive Sekundärteilchen} \rightarrow \gamma\text{−Linien}\,,\\
&\rightarrow \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma\,,\\
&\rightarrow \quad \pi^\pm \rightarrow e^\pm \rightarrow \text{Bremsstrahlung}\,;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Elektronen} \rightarrow \text{Target} \quad &\rightarrow \quad \text{Bremsstrahlung}\,,\\
&\rightarrow \quad \text{Invers Compton Stöße}\,,\\
\rightarrow \text{Magnetfeld} \quad &\rightarrow \quad \text{Synchrotron-, Cyclotron-Strahlung}\,.
\end{aligned}$$

Die bei Kernstößen entstehenden Mesonen zerfallen entweder direkt in 2 γ-Quanten (π^0-Mesonen), oder sie erzeugen sekundäre hochenergetische Elektronen. Primäre und sekundäre hochenergetische Elektronen erzeugen Bremsstrahlungs-γ-Quanten beim Stoß mit Atomkernen und Elektronen beziehungsweise Inverse Compton γ-Quanten beim inversen Compton-Stoß mit Photonen des Sternenlichts und der 2.7 K Hintergrundstrahlung.

Da diese Prozesse sowohl in den Quellen der kosmischen Strahlung, wie z. B. in SNR's, als auch im diffusen ISM auftreten, ergibt sich das Problem der Diskriminierung der 'Punkt'-Quellen gegen den diffusen galaktischen Hintergrund. Theoretische Modelle der Teilchenbeschleunigung und γ-Produktion in SNR's (siehe [16], [26], [27]) zeigen, daß diese Diskriminierung am besten mit Teleskopen der abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Technik (siehe Kapitel 3) im TeV-Bereich möglich sein sollte.

Mit den vorhandenen Instrumenten ist bis jetzt ein SNR entdeckt worden, der von der SN1006 aus dem Jahre 1006 A.D. stammt [28]. Ob diese γ-Strahlung von Nukleonen oder Elektronen erzeugt wird, ist allerdings noch nicht geklärt.

Wie wir in den nächsten Kapiteln darlegen werden, ist die abbildende atmosphärische Čerenkov-Technik nicht nur für die γ-Astronomie, sondern auch für die Physik der geladenen kosmischen Strahlung einsetzbar.

Kapitel 3

Die abbildende atmosphärische Čerenkov-Technik

Dieses Kapitel beschreibt die Grundlagen der abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Technik. Zunächst werden dabei die wesentlichen Eigenschaften hadronischer und elektromagnetischer Luftschauer dargestellt. Danach wird auf die Entstehung von Čerenkov-Licht im Luftschauer eingegangen. Schließlich werden die Abbildung des Luftschauers in die Kamera eines Čerenkov-Teleskops und die Hillas-Parameter beschrieben.

3.1 Entwicklung von Luftschauern

Trifft ein Teilchen der primären kosmischen Strahlung auf die Atmosphäre, so kommt es nach einer für das Teilchen charakteristischen Weglänge zur ersten Wechselwirkung mit den Luftmolekülen, hauptsächlich N_2 und O_2.

In dieser ersten Wechselwirkung entstehen geladene Sekundärteilchen, die beim Durchlaufen der Atmosphäre durch Ionisation Energie verlieren, Vielfachstreuung erleiden und Čerenkov-Licht emittieren, bis sie wiederum Teilchen in weiteren Reaktionen mit Luftmolekülen oder durch Zerfälle erzeugen können. Es entsteht eine Lawine von relativistischen Teilchen, die bis zu einer maximalen Teilchenzahl anwächst. Das Maximum der Teilchenzahl wird erreicht, wenn die Energie der Teilchen nicht mehr zu weiterer Teilchenproduktion ausreicht. Danach nimmt die Anzahl der Schauerteilchen durch Energieverlust und Absorption langsam wieder ab.

Man unterscheidet je nach Art des Primärteilchens zwischen elektromagnetischen Luftschauern, ausgelöst durch Photonen und Elektronen (im folgenden wird der Begriff Elektron synonym auch für ein Positron verwendet), und hadronischen Schauern, ausgelöst hauptsächlich durch Protonen und schwerere Kerne der kosmischen Strahlung.

Im folgenden werden die wesentlichen Eigenschaften elektromagnetischer und hadronischer Luftschauer diskutiert.

3.1.1 Ionisation und Vielfachstreuung

Unabhängig von der Art des Schauers treten immer Ionisationsverluste und Vielfachstreuung der Schauerteilchen auf, die starken Einfluß auf die Teilchenproduktion und die räumliche Ausdehnung des Schauers haben.

Die Ionisationsverluste stehen in Konkurrenz zu Prozessen, die Teilchen produzieren, da sie Energie aus dem Schauer entfernen. Sie begrenzen somit die Teilchenproduktion.

Die Vielfachstreuung ist zusammen mit den transversalen Impulsen der im Stoß produzierten Teilchen für die laterale Ausdehnung des Schauers verantwortlich.

Ionisation

Der Energieverlust geladener Teilchen in Luft wird nach der Bethe-Bloch-Formel berechnet. Da die Atmosphäre ein dünnes Medium darstellt, spielen Dichtekorrekturen keine Rolle. Eine Parametrisierung, wie sie z. B. im CORSIKA-Programm [8] (COsmic Ray SImulation for KAscade) verwendet wird, lautet [29] [30]:

$$-\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_{\mathrm{Ion.}} = \frac{Z^2\kappa_1}{\beta^2}\left[\log(\gamma^2-1)-\beta^2+\kappa_2\right] \tag{3.1}$$

Dabei ist Z die Gesamtladung, γ und β der Lorentzfaktor bzw. die Geschwindigkeit des einfallenden Teilchens der Masse M. $\kappa_1 = 1.53 \cdot 10^{-4}$ GeV/(g/cm^2) faßt die Konstanten zusammen und $\kappa_2 = 9.38$ für trockene Luft.

Die Ionisationsverluste fallen mit steigendem β, da die Wechselwirkungszeit zwischen Feld und Teilchen zunächst stark abnimmt. Nach einem minimalen Ionisationsverlust von etwa $2 \cdot Z^2$ MeV(g/cm^2)$^{-1}$ bei einer Energie von $\approx Mc^2$ (dadurch wird das minimalionisierende Teilchen definiert), erfolgt ein langsamer logarithmischer Anstieg, der durch relativistische Korrekturen verursacht wird.

Vielfachstreuung

Beim Durchgang durch Materie erleiden Teilchen elastische Stöße, die zu einer Ablenkung von der Teilchenbahn führen. Das Wechselwirkungsfeld ist dabei das Coulomb-Feld zwischen Atomkern und einfallendem Teilchen.

Aus dem Rutherford'schen Streu-Wirkungsquerschnitt läßt sich in der Näherung für kleine Winkel ein mittlerer Streuwinkel θ_0 für Teilchen der Ladung Ze errechnen [31]:

$$\begin{aligned} \theta_0 &\approx \frac{Z \cdot E_s}{m\gamma\beta^2}\ \mathrm{rad}, \qquad (3.2)\\ E_s &= mc^2\sqrt{4\pi/\alpha} = \text{Skalenenergie in MeV.} \end{aligned}$$

m entspricht dabei der Teilchenmasse und α der Feinstrukturkonstanten. Der Streuwinkel θ folgt danach einer Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$P(\theta, x) = \frac{\exp(-\theta^2/x\theta_0^2)}{\sqrt{\pi x \theta_0^2}}. \tag{3.3}$$

Dabei ist x die durchlaufene Schichtdicke in Einheiten der Strahlungslänge. Die Strahlungslänge wird im folgenden Abschnitt 3.1.2 definiert.

Für Elektronen an der Čerenkov-Schwelle beträgt die Skalenenergie etwa 21 MeV, wodurch sich ein mittlerer Streuwinkel von $\sim 1^\circ$ ergibt.

3.1.2 Elektromagnetische Luftschauer

Elektromagnetische Kaskaden werden durch Elektronen und Photonen ausgelöst. Die beiden wesentlichen Prozesse, die in einem elektromagnetischen Luftschauer zur Teilchenproduktion beitragen, sind Bremsstrahlung und Paarbildung (vergleiche u. a. [32], [33], [34]).

Bremsstrahlung

Bremsstrahlung entsteht allgemein bei der Abbremsung geladener Teilchen in einem externen elektrischen Feld. Das einfallende Teilchen wird beschleunigt, was zur Abstrahlung einer elektromagnetischen Welle führt.

Die Abhängigkeit der Intensität der Bremsstrahlung von der Dicke der durchlaufenen Materieschicht ergibt sich zu

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_{\mathrm{BS}} &= \frac{4e^4}{137c^4}\frac{N}{A}Z(Z+1)\frac{1}{\mu^2}E\ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right); \qquad (3.4) \\ N &= \text{Avogadro'sche Zahl} \\ E,\,\mu &= \text{Energie und Masse des einfallenden Teilchens.} \end{aligned}$$

Da die rechte Seite von Gleichung 3.4 proportional zu E ist, kann man die Strahlungslänge X_0 einführen, mit der sich Formel 3.4 vereinfacht schreiben läßt als

$$-\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_{\mathrm{BS}} = E\cdot X_0^{-1}, \qquad (3.5)$$

$$X_0^{-1} = \frac{4e^4}{137c^4}\frac{N}{A}Z(Z+1)\frac{1}{\mu^2}\ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right). \qquad (3.6)$$

Damit ergibt sich sofort, daß ein Teilchen der Energie E_0 nach Durchlaufen einer Strecke X_0 1/e seiner Energie in Form von Bremsstrahlung abgegeben hat:

$$E = E_0\exp(-x/X_0). \qquad (3.7)$$

Die Strahlungslänge hat die Einheit einer Flächendichte g/cm^2 . Die Strahlungslänge für Elektronen in Luft beträgt etwa 37.1 g/cm^2 , was auf Meereshöhe etwa einer zurückgelegten Wegstrecke von 290 m entspricht, bis es zur Abstrahlung eines Photons kommt.

Der Zusammenhang zwischen Strahlungslänge und Wirkungsquerschnitt σ eines Prozesses ist ganz allgemein gegeben durch

$$X_0^{-1} = \frac{N\cdot\sigma}{A}\text{, mit A als Massenzahl des Materials.} \qquad (3.8)$$

Unabhängig von der Energie des emittierten Photons ist die Emission der Bremsstrahlungsphotonen für hochenergetische Elektronen stark in Vorwärtsrichtung fokussiert. Der Emissionswinkel ergibt sich zu

$$\langle\Theta\rangle = 1/\gamma = \mu c^2/E. \tag{3.9}$$

Ein Elektron erleidet beim Durchgang durch Materie im wesentlichen also Energieverluste durch Ionisation und Bremsstrahlung. Im niederenergetischen Bereich überwiegen die Ionisationsverluste, im höherenergetischen die Bremsstrahlungsverluste.

Es gibt eine Energie, bei der die beiden Verlustarten gleich groß sind. Diesen Energiewert bezeichnet man als kritische Energie E_c, unterhalb derer keine weiteren Bremsstrahlungsphotonen erzeugt werden und damit der Schauer auszusterben beginnt.

In Luft beträgt die kritische Energie $E_c \approx 81$ MeV. Die kritische Energie ist etwa $\sim \mu^2$, wodurch der Bremsstrahlungsverlust schwerer Teilchen erst bei entsprechend höheren Energien einsetzt.

Paarbildung

Unter Paarbildung versteht man allgemein die gleichzeitige Erzeugung eines Teilchens und seines Antiteilchens. In der Luftschauerphysik interessiert man sich im engeren Sinne hauptsächlich für die Umwandlung eines Photons γ in ein e^+e^--Paar.

Wenn die Energie eines Photons größer als die doppelte Ruhemasse eines Elektrons ($E \geq 2 \cdot m_e c^2 = 1.02$ MeV) ist, kann es zur Produktion eines e^+e^--Paares kommen. Aus Gründen der Energie- und Impulserhaltung ist dazu die Nähe eines Kerns erforderlich, der den Rückstoß auffängt.

Der Wirkungsquerschnitt der Paarbildung unterscheidet sich nur durch kinematische Faktoren von dem der Bremsstrahlung, da es sich im Prinzip nur um den umgekehrten Prozeß handelt.

Damit läßt sich die Wechselwirkungslänge für Paarbildung einfach als Vielfaches der Strahlungslänge der Bremsstrahlung schreiben:

$$X_{0,\mathrm{PP}} = 9/7 \cdot X_{0,\mathrm{BS}}. \tag{3.10}$$

Der Öffnungswinkel des e^+e^--Paares berechnet sich wie für Bremsstrahlung nach Gleichung 3.9.

Ein einfaches Schauer-Modell

Jetzt hat man alles Notwendige zusammen, um ein einfaches Modell für die longitudinale Entwicklung eines Luftschauers in der Atmosphäre zu entwickeln [35] [36]. In diesem werden zunächst die Energieabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte sowie Ionisationsverluste vernachlässigt.

Ein primäres Photon der Energie E_0 (vergleiche Abbildung 3.1) trifft auf die Atmosphäre und erzeugt innerhalb der ersten Strahlungslänge durch Paarbildung ein e^+e^--Paar. Das Photon teilt seine Energie auf, so daß beide Elektronen die halbe Energie $E_0/2$ erhalten (abzüglich der Energie zur Erzeugung der Elektronen).

Die Elektronen erzeugen innerhalb der nächsten Strahlungslänge durch Bremsstrahlung jeweils ein weiteres Photon mit der Hälfte ihrer Energie.

Nach t Wechselwirkungslängen X_0 (der Unterschied zwischen $X_{0,\mathrm{PP}}$ und $X_{0,\mathrm{BS}}$ wird dabei vernachlässigt) ergeben sich dadurch $N(t)$ Teilchen

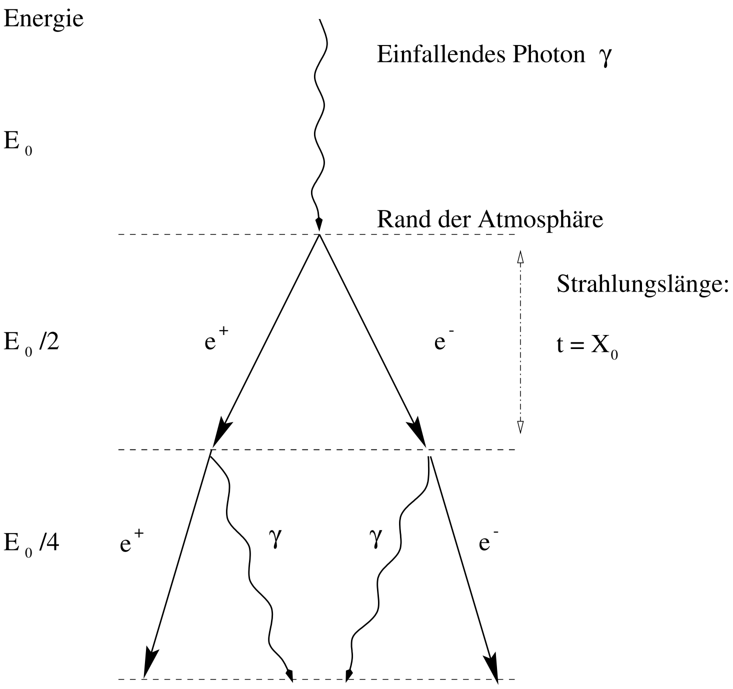

Abbildung 3.1: Ein einfaches Modell für einen elektromagnetischen Schauer.

$$N(t) = 2^t \,, \tag{3.11}$$

jedes mit einer Energie $E(t)$

$$E(t) = E_0 \cdot 2^{-t}. \tag{3.12}$$

Der Schauer entwickelt sich, solange die Energie $E(t)$ oberhalb der kritischen Energie E_c liegt. Danach verlieren die Teilchen nur noch Energie durch Ionisation, und der Schauer stirbt rasch aus.

Die Tiefe des Schauermaximums liegt dann bei

$$t = t_{\max}(E_0) = \frac{\ln(E_0/E_c)}{\ln 2}. \tag{3.13}$$

Die Teilchenzahl im Maximum ergibt sich zu

$$N_{\max} = \exp(t_{\max} \ln 2) = E_0/E_c. \tag{3.14}$$

Die Gesamtlänge (definiert durch Integration über $N(t)$ von 0 bis $t_{\max}$) des Schauers in Strahlungslängen ergibt sich damit als $\propto E_0/E_c$.

Dieses einfache Modell zeigt bereits die wesentlichen Charakteristika eines Luftschauers auf:

- Die Teilchenzahl wächst exponentiell mit der Schauertiefe. Nach dem Schauermaximum fällt die Teilchenzahl wieder ab, da Ionisationsverluste überwiegen.
- Die Tiefe des Schauermaximums wächst logarithmisch mit der Energie E_0 des Primärteilchens. Für 1-3 TeV γ-Schauer liegt das Schauermaximum etwa zwischen 7 und 8 km Höhe.
- Die maximale Teilchenzahl ist proportional zur Energie E_0.

Eine analytische Beschreibung der longitudinalen Entwicklung eines Luftschauers wurde in [37] gegeben. Sie gibt die Zahl der Elektronen als Funktion der Primärenergie E_0 und der Eindringtiefe t in Strahlungslängen an:

$$N_e(t) = \frac{0.31}{\sqrt{\ln E_0/E_c}} \cdot e^{t(1-1.5\ln s)} \tag{3.15}$$

$$\text{mit}\, s = \frac{3t}{t + 2\ln E_0/E_c}. \tag{3.16}$$

s ist das sogenannte Schaueralter. Der Wert von s variiert von $s = 0$ im Schaueranfang über $s = 1$ im Schauermaximum nach $s = 2$, wenn N_e etwa < 1 wird.

Abbildung 3.2 zeigt für verschiedene Schauerenergien die Elektronenzahlen in Abhängigkeit der Tiefe in der Atmosphäre.

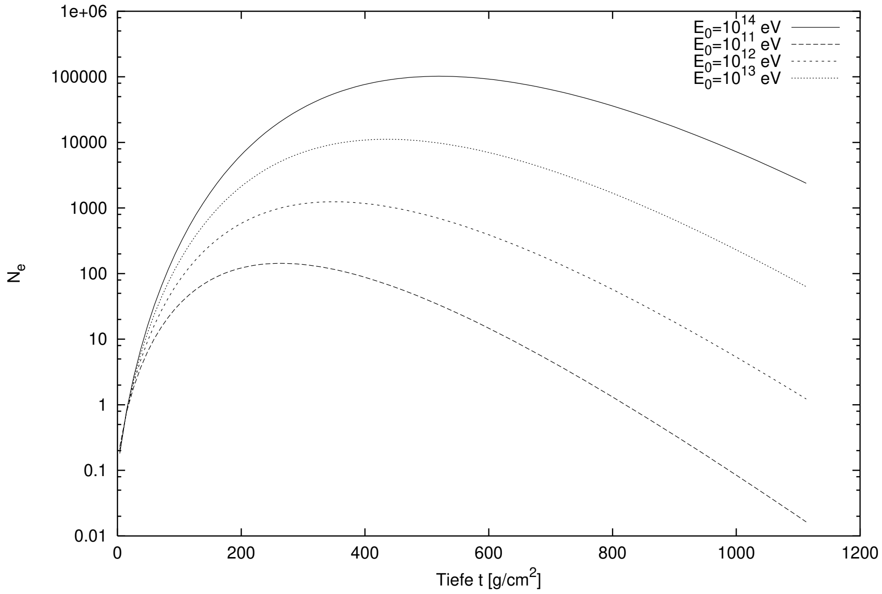

Abbildung 3.2: Longitudinalentwicklung elektromagnetischer Schauer in Luft für verschiedene Energien des Primärteilchens.

Dieser als Nishimura-Kamata-Greisen-Formalismus bekannte Zusammenhang beschreibt die Messungen der Luftschauerexperimente gut.

Auch die laterale Verteilung der Schauerelektronen läßt sich analytisch berechnen [37] [38]. Sie ist gegeben durch die Öffnungswinkel der Bremsstrahlung und Paarbildung sowie der Vielfachstreuung, welche die Gesamtaufweitung des Schauers dominiert. Als charakteristische Aufweitung des Schauers ergibt sich der Molière-Radius

$$r_{\mathrm{Mol}} = X_0 \cdot E_s/E_c = 9.6 \text{ g/cm}^2, \tag{3.17}$$

was auf Meereshöhe etwa 70 m entspricht. Ein Zylinder um die Schauerachse mit dem Radius r_{Mol} enthält etwa 90% der Schauerenergie.

Abbildung 3.3 (links) zeigt exemplarisch die Entwicklung eines Photon-induzierten Luftschauers.

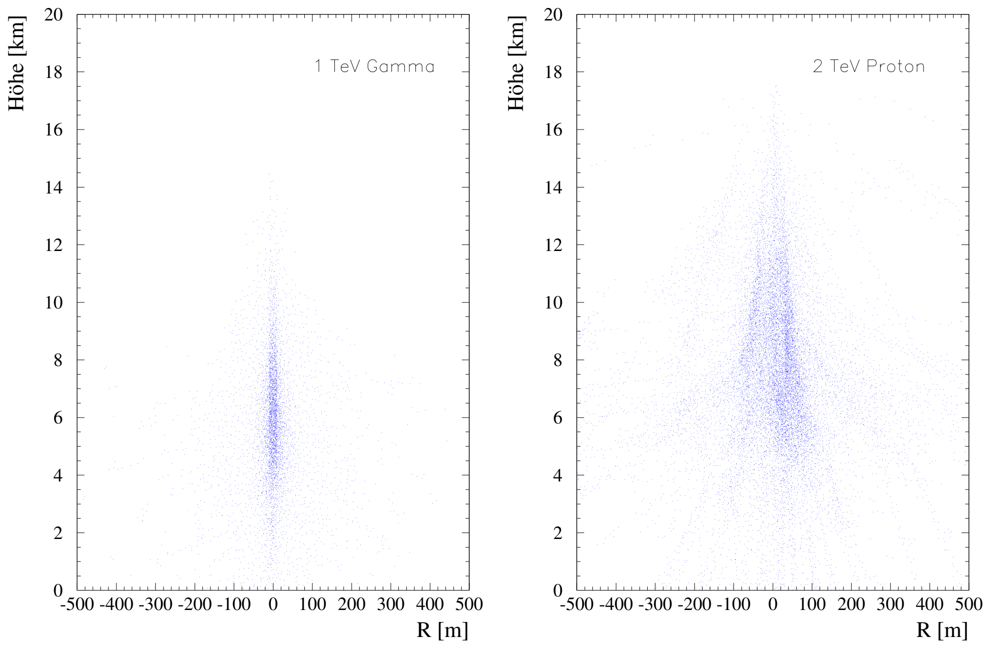

Abbildung 3.3: Beispiele für Photon-induzierte und Protonen-induzierte Schauer.

3.1.3 Hadronische Luftschauer

Die Entwicklung hadronischer Schauer ist wesentlich durch Kernwechselwirkungen geprägt, in denen eine ganze Reihe neuer Teilchen und angeregter Kernzustände produziert werden.

Der Wirkungsquerschnitt für Kernwechselwirkungen (inelastische Kern-Kern-Reaktionen) wächst im wesentlichen proportional zur Massenzahl $A = A_{\mathrm{Target}}$ des Targetkerns an:

$$\sigma_A \quad \approx \quad \sigma_g = \sigma_0 \cdot A^{\alpha}, \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}\sigma_g &= \pi R_A^2 = \pi(R_0 \cdot A^{1/3})^2, \\ R_0 &\approx 1.25 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{cm}, \\ \rightarrow \alpha &= 2/3, \\ \rightarrow \sigma_0 &\approx 30 - 50\,\mathrm{mb}.\end{aligned}$$

R_A bezeichnet den Radius eines Nukleons. Der Wirkungsquerschnitt σ_A ist dabei wesentlich durch den geometrischen Wirkungsquerschnitt σ_g des Kerns gegeben. In der Natur hängen α und σ_0 noch vom Projektil mit der Massenzahl A_h und dem Impuls ab. Der Wirkungsquerschnitt läßt sich aber in guter Näherung durch $\sigma_{hA} = \pi r_0^2(A_h^{1/3} + A^{1/3} - b)^2$ beschreiben. r_0 und b sind dabei energieabhängige Parameter. b beschreibt den Überlappungseffekt der beiden kollidierenden Kerne.

Damit ergibt sich für die Wechselwirkungslänge λ[1]:

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma_{hA}} \sim A^{-2/3}. \tag{3.19}$$

Mit n ist dabei die Teilchendichte des umgebenden Mediums gemeint. Die Anzahl der Kernwechselwirkungen nach einer Strecke x ist damit $\propto A^{2/3}$. Mit der Dichte ρ des umgebenden Mediums ergibt sich damit $\lambda' = \lambda\rho$, üblich in Einheiten von g/cm^2 .

Schwere Kerne mit großem A_h erleiden bereits weiter oben in der Atmosphäre Kernwechselwirkungen und produzieren kürzere Schauer. Dies läßt sich im einfachen Superpositionsmodell verstehen. Schauer, die durch Primärteilchen mit n Nukleonen ausgelöst werden, können als Überlagerung von n Sub-Schauern der Energie E_0/n aufgefaßt werden. Die Multiplizität der im Schauer produzierten Teilchen fällt dadurch stark ab. Als Nebeneffekt nimmt aber auch die Anzahl der wechselwirkenden Target-Nukleonen mit zunehmendem Wirkungsquerschnitt zu. Im ganzen ergeben sich kürzere Schauer mit höheren Schauermaxima. Die Energie des Primärteilchens wird früher aufgebraucht, wodurch das Schauermaximum bei schwereren Kernen höher in der Atmosphäre liegt.

Die inelastischen Wirkungsquerschnitte wachsen mit steigender Energie leicht an, was dazu führt (da dann $\lambda = \lambda(E)$), daß das Schauermaximum sehr energiereicher Schauer (> 1000 TeV) höher in der Atmosphäre liegt.

Die mittlere freie Weglänge für Protonen liegt um 1 TeV etwa bei 80 g/cm^2 . Damit ist die Atmosphäre etwa 12 hadronische Wechselwirkungslängen dick, während sie für elektromagnetische Wechselwirkungen 21 Strahlungslängen umfaßt.

Abbildung 3.3 zeigt die deutlichen Unterschiede in der lateralen und longitudinalen Entwicklung hadronischer und elektromagnetischer Schauer auf. Hadronische Schauer sind lateral deutlich ausgedehnter und zeigen eine deutlich längere longitudinale Schauerentwicklung.

In der Kernwechselwirkung werden bei entsprechend hoher Energie eine ganze Reihe an Sekundärteilchen, bevorzugt π^0, π^+, π^-, aber auch Kaonen und Hyperon-Zustände (Λ, Σ, Ξ) erzeugt. Abbildung 3.4 gibt schematisch die Verhältnisse in einem hadronischen Luftschauer wieder.

Im Schwerpunktsystem einer Proton-Kern-Kollision werden die Pionen hauptsächlich in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung emittiert, besitzen aber transversale Impulse der

---

[1] definiert wie folgt: dringt ein Strahl mit Intensitat I_0 in einen Absorber ein, so sinkt die Intensität nach einer Strecke x auf $I(x)$ ab: $I(x) = I_0 \exp(-x/\lambda)$.

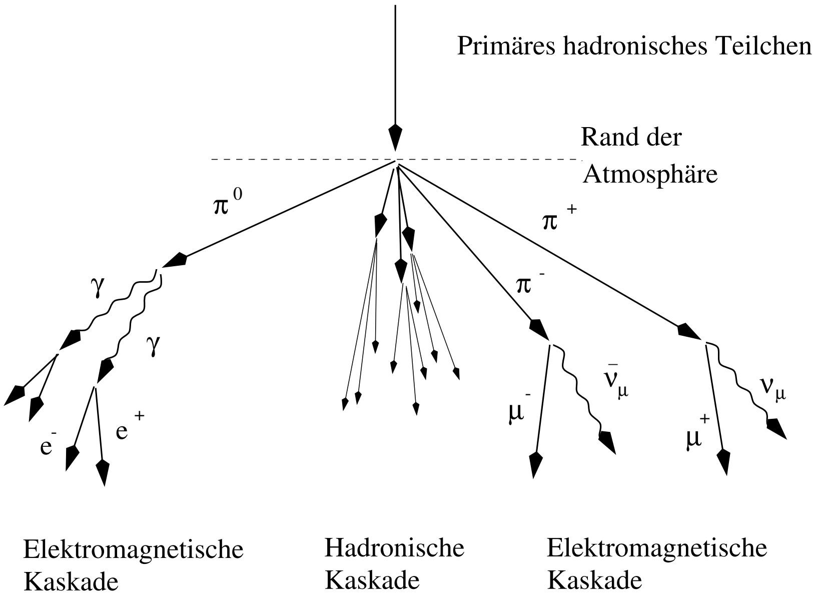

Abbildung 3.4: Schematische Darstellung eines durch ein hadronisches Teilchen der kosmischen Strahlung induzierten Luftschauers (adaptiert aus [39]). Die Verhältnisse sind nicht maßstabgetreu dargestellt.

Größenordnung $\langle p_T \rangle \approx 300$ MeV/c. Im Laborsystem ergibt sich dadurch ein enges Teilchenbündel entlang der Schauerachse. Der Transversalimpuls ist nahezu unabhängig von der Energie des einfallenden Teilchens.

Jedes der Schauerteilchen kann weitere Sub-Schauer erzeugen, die sich dann zu einem Gesamtschauer überlagern.

Da z. B. ein Proton aus der Kernwechselwirkung nur unter Energieverlust, aber im wesentlichen ungestört hervorgehen kann, ergibt sich eine atmosphärische Abschwächungslänge im Luftschauer $\Lambda = 120$ g/cm^2 , die größer als die Wechselwirkungslänge λ ist.

Die produzierten neutralen Pionen zerfallen praktisch am Ort ihrer Erzeugung in 98.799% der Fälle in 2 γ's. Ihre Lebensdauer beträgt $\tau_0 = 8.4 \cdot 10^{-17}$ s. Der Dreikörperzerfall in $e^+e^-\gamma$ macht die restlichen 1.2% aus. D. h. im wesentlichen gilt:

$$\pi^0 \to \gamma\gamma \ .$$

Die geladenen Pionen zerfallen fast ausschließlich in Myonen:

$$\pi^\pm \to \mu^\pm + \nu_\mu \, (\bar{\nu}_\mu).$$

Ihre mittlere Lebensdauer beträgt etwa $\tau_0 = 2.6 \cdot 10^{-8}$ s. Das bedeutet, daß im relativistischen Grenzfall die Pionen auf Meereshöhe etwa 8 m bis zum Zerfall zurücklegen können. Das wiederum bedeutet, daß geladene π's lange genug leben, um weitere Wechselwirkungen mit Luftmolekülen zu haben.

Die Myonen besitzen eine so hohe Schwelle für Ionisationsverluste, daß sie praktisch ungestört nach ihrer Entstehung den Erdboden erreichen. Ihre Lebensdauer von $2.6 \cdot$

10^{-6} s und die Tatsache, daß sie hochrelativistisch erzeugt werden, ermöglicht ihren Nachweis auf der Erdoberfläche.

In jeder hadronischen Wechselwirkung wird etwa 30% der Energie auf neutrale Pionen übertragen. Dadurch erhält die elektromagnetische Komponente eines hadronischen Schauers im Laufe der Schauerentwicklung einen immer größeren Anteil an der Energie des Primärteilchens. Für einen Protonen-Schauer der longitudinalen Ausdehnung von 9 Wechselwirkungslängen (gültig etwa für Protonen zwischen 1 und 10 TeV) gelangen etwa 60% der Gesamtenergie in den elektromagnetischen Kanal.

3.2 Schauermodelle

In Luftschauerexperimenten werden Teilchen- und Energiedichten von Schauerteilchen und Čerenkov-Licht gemessen. Dabei besteht die Notwendigkeit, Meßgrößen eines Luftschauers mit der Energie und der Art des Primärteilchens in Verbindung zu bringen. Ebenfalls sollten die Fluktuationen der Meßgrößen und Korrelationen zwischen ihnen hinreichend korrekt wiedergegeben werden.

Das ist möglich durch intensive numerische Simulationen in Form von Monte-Carlo-Simulationen, die alle relevanten Effekte der Luftschauerphysik berücksichtigen sowie eine detaillierte Detektor-Simulation umfassen.

Der Transport der Teilchen mit Ionisationsverlust und Vielfachstreuung sowie die elektromagnetischen Reaktionen sind dabei relativ einfach zu behandeln, da die Prozesse im Rahmen der Quantenelektrodynamik (QED) mit sehr hoher Präzision berechenbar sind. Die Zerfallskanäle der instabilen Teilchen und deren Kinematik sind ebenfalls wohl bekannt.

Große Unsicherheiten bestehen bei den hadronischen Wechselwirkungen. Verläßliche Daten gibt es durch Beschleuniger-Experimente nur bei niedrigen Energien für schwere Kerne (Proton-Antiproton-Reaktionen können derzeit mit Schwerpunktsenergien von 1800 GeV am Tevatron untersucht werden; das entspricht Laborenergien von 10^{15} eV).

Theoretische Vorhersagen aus der Quantenchromodynamik (QCD) sind leider nicht ableitbar [8]. Die Energieabhängigkeit der starken Kopplungskonstante α_s erlaubt nur bei hohen Impulsüberträgen die störungstheoretische Behandlung der Wechselwirkungen. Da die Reaktionen kosmischer Strahlung aber meist bei niedrigen Impulsüberträgen stattfinden, müssen andere Wege zur Beschreibung der hadronischen Wechselwirkungen gefunden werden. Zur Modellierung hadronischer Wechselwirkungen wird dazu in Luftschauer-Simulationen oft auf phänomenologische Modelle zurückgegriffen.

Eine Beschreibung der Detektor-Simulation des HEGRA-Čerenkov-Teleskop-Systems ist Teil dieser Arbeit (Kapitel 5). Im folgenden werden zunächst zwei Luftschauer-Simulationsprogramme beschrieben, die in dieser Arbeit Verwendung fanden.

3.2.1 ALTAI

Ein Großteil der Simulationen wurde mit dem ALTAI-Code genannten Simulationsprogramm durchgeführt, das detailliert in [40] und in [41] beschrieben ist.

Die elektromagnetische Kaskade wird unter Berücksichtigung der folgenden Prozesse simuliert:

- Bremsstrahlung, Annihilation, Ionisationsverluste und Coulomb-Streuung der geladenen Teilchen;
- Paarbildung, Compton-Streuung und Photoeffekt der Photonen.

Um die zufälligen Bewegungen der geladenen Teilchen durch Vielfachstreuung zu berücksichtigen, wird ein spezieller, besonders effizienter und schneller Algorithmus verwendet. Nicht jeder einzelne Streuprozeß wird simuliert.

Der Algorithmus basiert auf den analytischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen für Lateral- und Winkelverteilungen der geladenen Teilchen innerhalb eines Raumelementes, die aus den Theorien von Landau-Vavilov und Molière berechnet werden können. In [42] wurden diese Verteilungen untersucht. Innerhalb dieses Raumelementes werden alle weiteren Wechselwirkungen simuliert. Diese semianalytische Vorgehensweise reduziert den Zeitbedarf der Simulation der Vielfachstreuung erheblich.

Die Simulation der hadronischen Komponente eines durch einen Kern induzierten Luftschauers basiert auf Beschleunigerdaten für die Proton-Proton- und Neutron-Proton-Wechselwirkung, die in den TeV-Bereich extrapoliert wurden. Die inklusiven Energiespektren wurden aus [43] entnommen und wurden im Sinne des ‘radial scaling models’ verwendet. Die transversalen Impulse der Hadronen werden gemäß der Daten aus [44] bestimmt. Der totale inelastische Wirkungsquerschnitt wurde aus Daten aus [45] berechnet.

Die Simulation hadron-induzierter Schauer verwendet ein Modell für die Fragmentation, in dem die Nukleonen des Projektil-Kerns mit den Nukleonen des Target-Kerns unabhängig voneinander wechselwirken. Die Fragmentation der kollidierenden Kerne erfolgt nach den Fragmentationswahrscheinlichkeiten der einzelnen Zerfallskanäle, die ebenfalls durch Extrapolation aus Beschleunigerdaten bestimmt wurden.

Für die spätere Čerenkov-Licht-Emission ist nur der elektromagnetische Zerfall des neutralen Pions in 2 Photonen und der geladenen Pionen in Myonen von Bedeutung.

Jedes entstehende Čerenkov-Photon wird mit der vollständigen Phasenraum-Information abgespeichert.

Eine ausführliche Beschreibung des ALTAI-Codes ist in Vorbereitung [46].

3.2.2 CORSIKA

Detaillierte Beschreibungen des CORSIKA-Programmpaketes können in [47], [48] und [49] gefunden werden. In [8] wird ein ausführlicher Vergleich der in CORSIKA implementierten Wechselwirkungsmodelle vorgenommen.

Vom gesamten CORSIKA Programm-Code wurde nur der hadronische Teil für diese Arbeit verwendet.

In CORSIKA sind 5 verschiedene Wechselwirkungsmodelle für hadronische Wechselwirkungen implementiert. Wir verwendeten das von J. N. Capdevielle entwickelte HDPM-Modell (‘hadronic interaction model inspired by the Dual Parton Model’). Dieses Modell beschreibt die Kernwechselwirkungen bei hohen Energien in guter Übereinstimmung mit Beschleunigerdaten. Zur Simulation der niederenergetischen Wechselwirkungen ($<$ 80 GeV) im Schauer wurde GHEISHA (‘Gamma Hadron Electron Interaction Shower Algorithm’) benutzt.

Eine große Anzahl an verschiedenen Sekundärteilchen (π's, K's und Hyperonen etc.) werden in diesem Programm berücksichtigt.

Wir verwendeten nun den hadronischen Teil von CORSIKA derart, daß wir die kinematischen Parameter der im Schauer entstehenden Photonen, Elektronen und Myonen abgespeichert haben und danach den elektromagnetischen Teil des ALTAI-Codes zur Simulation der elektromagnetischen Kaskade verwendet haben.

Dadurch konnten wir den Einfluß des hadronischen Wechselwirkungsmodells auf die Ergebnisse der Simulation und der Daten-Analyse abschätzen (vergleiche Abschnitt 6.24).

3.2.3 Vergleichende Betrachtung

Zweck der Verwendung mehrerer Simulations-Codes in einer Analyse ist es, Sicherheit über die Unabhängigkeit der Ergebnisse vom zugrundeliegenden Monte Carlo zu erhalten.

In beiden Simulationsprogrammen für Luftschauer wird ein Modell für die Kernfragmentation nach der Kollision des Primärteilchens mit den Luftmolekülen verwendet. Das von ALTAI verwendete Schema bedient sich dabei einfacher geometrischer Überlegungen, während in CORSIKA ein auf der Glauber-Theorie [8] basierendes Schema angewendet wird.

Ein wesentlicher Unterschied besteht auch in der Behandlung der Teilchenproduktion in den Kern-Kern-Stößen.

Im ALTAI-Code wird die Energie des führenden Teilchens (in der Regel das energiereichste Teilchen) gemäß des inklusiven Energie-Spektrums festgelegt. Die restliche Energie wird auf die entstehenden π's verteilt.

In CORSIKA dagegen wird zunächst die Multiplizität des Ereignisses festgelegt. Danach werden die Energien der einzelnen Sekundärteilchen, bis auf das führende Teilchen, simuliert. Die Restenergie wird dann dem führenden Teilchen zugeteilt.

Wie das die Simulationsergebnisse beeinflußt, ist nicht von vorne herein klar. Die Ergebnisse dieser Arbeit weisen allerdings auf nur geringe Unterschiede zwischen den verschiedenen Luftschauersimulationen hin, die vernachlässigt werden können.

3.3 Emission von Čerenkov-Licht

Dieser Abschnitt beschreibt die Entstehung von Čerenkov-Licht und dessen Emission in Luftschauern.

3.3.1 Čerenkov-Effekt

Bewegt sich ein geladenes Teilchen mit einer Geschwindigkeit v durch ein Medium mit Brechungsindex n, dann emittiert es Čerenkov-Licht, wenn die Bedingung $v > c/n$ [50] [51] erfüllt ist.

Das Teilchen bewegt sich dann mit einer Geschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit im umgebenden Medium. Das geladene Teilchen polarisiert die seiner Bahn benachbarten Atome kurzzeitig, so daß diese zu elektrischen Dipolen werden, welche durch die zeitliche Veränderung des Dipolfeldes elektromagnetische Strahlung emittieren (vergleiche Abbildung 3.5). Ist $v < c/n$, sind die Dipole symmetrisch um die Teilchenbahn angeordnet, womit das integrierte Dipolfeld den Wert Null ergibt, und somit keine Strahlung entsteht. Ist dagegen $v > c/n$, ist die Symmetrie aufgehoben, es existiert ein verbleibendes Dipolmoment, und es kommt zur Abstrahlung von Čerenkov-Licht.

Der Energieverlust durch Čerenkov-Strahlung liegt bei $\sim 1\%$, relativ zum Ionisationsverlust minimalionisierender Teilchen und ist somit im allgemeinen vernachlässigbar.

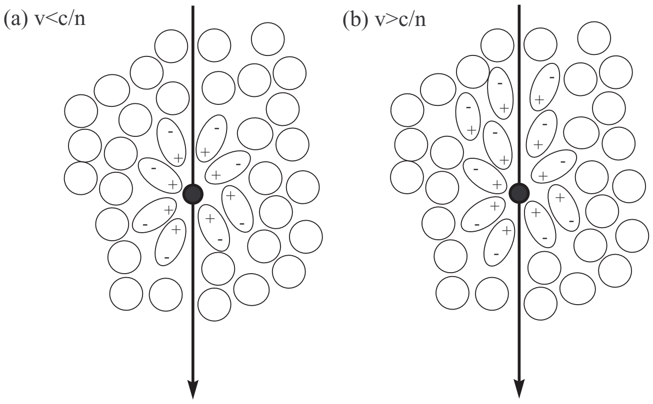

Abbildung 3.5: Zur Erläuterung des Čerenkov-Effektes (adaptiert aus [52]).

Das Čerenkov-Licht wird in einem Kegel symmetrisch zur Teilchenbahn emittiert. Der Öffnungswinkel dieses Kegels läßt sich analog zum Mach'schen-Kegel bei der Schallausbreitung (wie in Abbildung 3.6 dargestellt) berechnen.

Bewegt sich ein Teilchen von A nach B mit der Geschwindigkeit $v > c/n$, benötigt es für diese Strecke die Zeit $t = \overline{AB}/(\beta \cdot c)$. Dabei bezeichnet $\beta = v/c$ das Verhältnis aus Teilchengeschwindkeit v und Lichtgeschwindigkeit c. Das emittierte Licht bewegt sich in derselben Zeit t von A nach C mit der Geschwindigkeit c/n. Daraus ergibt sich der Öffnungswinkel des Čerenkov-Lichtkegels zu

$$\cos\theta_c = \frac{1}{n\beta}. \tag{3.20}$$

Daraus sieht man zum einen, daß der Čerenkov-Effekt nur oberhalb einer Schwellengeschwindigkeit $\beta_t > 1/n$ eintreten kann. In Luft beträgt $\beta_t \approx 0.9997$. Direkt an der Schwelle wird Čerenkov-Licht in Vorwärtsrichtung emittiert. Bei maximaler Geschwindigkeit $\beta = 1$ ergibt sich der maximale Čerenkov-Winkel zu

$$\theta_c = \arccos(\frac{1}{n}). \tag{3.21}$$

Eine weitere Folgerung daraus ist, daß Čerenkov-Licht nur in Medien mit einem Brechungsindex $n > 1$ emittiert werden kann. Es gibt also keinen Röntgen-Čerenkov-Effekt.

Die Energieschwelle berechnet sich leicht aus der Schwellengeschwindigkeit β_t zu

$$\gamma_t \quad = \quad \sqrt{\frac{1}{1-\beta_t^2}} = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{1}{n^2}}}\,, \tag{3.22}$$

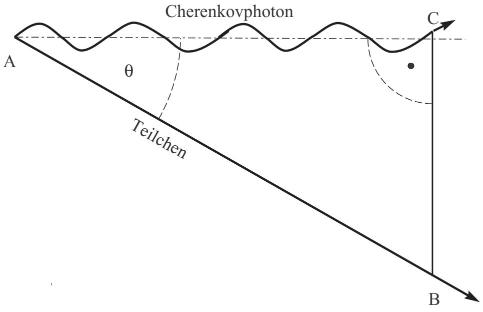

Abbildung 3.6: Zur Herleitung des Öffnungswinkels des Čerenkov-Lichtkegels.

$$\gamma_t = \frac{E_t}{m_0 c^2}.$$

Für Luft unter Normalbedingungen auf Meereshöhe beträgt der Brechungsindex $n \approx 1.000293$, damit ergibt sich für Elektronen die Schwellenenergie E_t zu ~ 21 MeV.

Die Zahl dN der pro Weglänge dx in einem Wellenlängenbereich emittierten Čerenkov-Photonen errechnet sich zu

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} = 2\pi\alpha z^2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right) \frac{\mathrm{d}\lambda}{\lambda^2}. \tag{3.23}$$

α bezeichnet dabei die Feinstrukturkonstante und z die Ladung des Teilchens der Masse m_0. Unter Vernachlässigung der Dispersion ($n \neq n(\lambda)$) ergibt sich damit

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} = 2\pi\alpha z^2 \sin^2\theta_c \cdot \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \cdot \lambda_2}. \tag{3.24}$$

Für den Wellenlängenbereich zwischen 300 und 600 nm ergibt sich für ein Elektron damit eine Zahl von etwa $\sim 764 \sin^2\theta_c$ Photonen cm^{-1}. Für ein Schauerelektron, das in 8 km Höhe Čerenkov-Licht emittiert, ergeben sich somit etwa ($\theta_c \approx 1°$) 0.23 Čerenkov-Photonen/cm, während auf Meereshöhe ($\theta_c \approx 1.4°$) etwa 0.46 Čerenkov-Photonen/cm emittiert werden.

Es läßt sich leicht abschätzen, welchen Einfluß kleine Abweichungen vom Brechungsindex und von der Lichtgeschwindigkeit auf die Čerenkov-Lichtausbeute haben.

Nimmt man an, daß der Brechungsindex um χ vom nominellen Wert n abweicht ($n = 1 + \chi$) und berücksichtigt man, daß β in Luft auch kleiner als 1 sein kann ($\beta = 1 - \kappa$), wobei χ und κ klein gegen 1 sind, so läßt sich folgende Rechnung machen. Der Kosinus des Čerenkov-Winkels führt zu

$$\cos\theta_c = \frac{1}{\beta n} = \frac{1}{(1+\chi)(1-\kappa)} \tag{3.25}$$

$$\approx (1-\chi)(1+\kappa) \simeq 1 - \chi + \kappa. \tag{3.26}$$

κ muß damit kleiner als χ sein. Das führt zu einer Energieschwelle in erster Näherung von

$$\gamma_t \simeq \frac{1}{\sqrt{2\chi}}. \tag{3.27}$$

Damit folgert man sofort, daß sich die Anzahl emittierter Photonen pro Weglänge wie folgt ändert:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} \propto (2\chi - 2\kappa). \tag{3.28}$$

Fehler in der Geschwindigkeit der Teilchen betreffen nur Teilchen mit kleiner Geschwindigkeit. Fehler in der Dichte der Atmosphäre wirken sich aber auf alle Teilchen aus. Ein 3%-Fehler auf die Dichte in der Atmosphäre wirkt sich damit direkt in derselben Größenordnung auf die Čerenkov-Lichtausbeute aus:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} \propto 2\chi\,. \tag{3.29}$$

3.3.2 Čerenkov-Licht im Luftschauer

Teilchen in Luftschauern erfahren auf ihrem Weg durch die Atmosphäre eine kontinuierliche Änderung der Dichte des sie umgebenden Mediums. Damit ändert sich die Suszeptibilität des Mediums, damit aber auch der Brechungsindex, wodurch sich letztendlich der Čerenkov-Winkel mit der Emissionshöhe h ändert:

$$n(h) = 1 + \eta \cdot \exp(-h/h_0)\,,\ \eta \approx 0.00029\,. \tag{3.30}$$

Dabei bezeichnet h_0 eine Skalenhöhe, die für eine isotherme Atmosphäre in guter Näherung als $h_0 = 8.4$ km angenommen werden kann. Die Änderung des Brechungsindexes ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Aus der Änderung des Čerenkov-Winkels läßt sich leicht der Radius des Čerenkov-Lichtkreises auf dem Erdboden berechnen:

$$\begin{aligned} R_c &= (h - H_0) \cdot \tan\theta_c \simeq (h - H_0) \cdot \theta_c\ , \qquad (3.31) \\ H_0 &= \text{Nachweishöhe.} \end{aligned}$$

Damit zeigt sich, daß das Čerenkov-Licht eines einzelnen Elektrons, das sich parallel zum einfallenden Teilchen bewegt, bei vertikalem Einfall auf einem Kreis mit dem Radius $\lesssim 120$ m liegt.

Die typische Zeitdauer des Čerenkov-Lichtblitzes eines Luftschauers beim Durchgang durch die Atmosphäre liegt in der Größenordnung von ≤ 10 ns.

Durch Vielfachstreuung innerhalb des Schauers fliegen die Elektronen allerdings nicht mehr parallel zur Schauerachse und emittieren somit das Čerenkov-Licht in einen Kreisring.

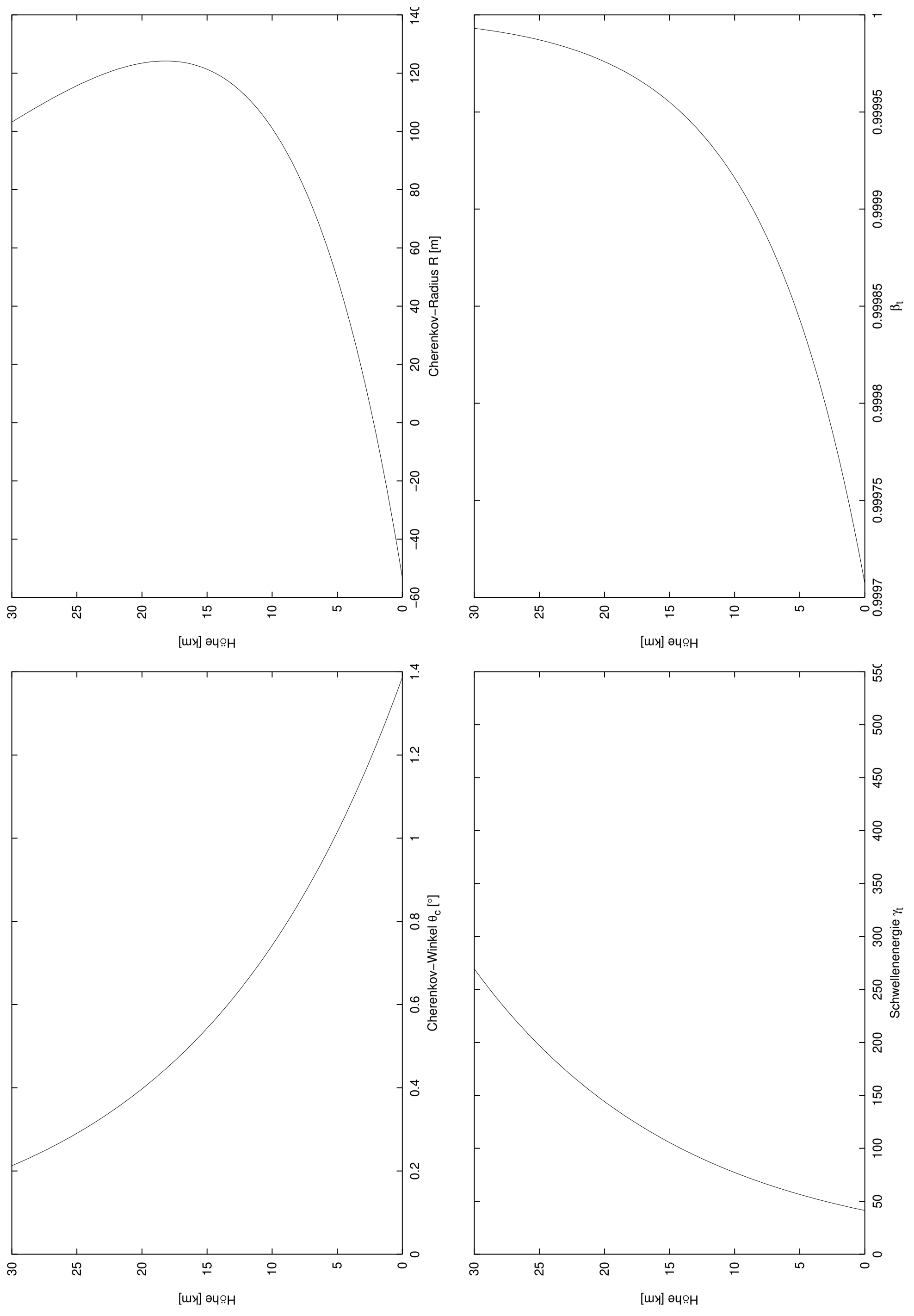

Abbildung 3.7: Zusammenhang zwischen Čerenkov-Winkel θ_c, Čerenkov-Lichtkreisradius R_c, Schwellenenergie γ_t, Geschwindigkeit β_t und der Höhe h. Die Werte beziehen sich auf La Palma ($H_0 = 2200$ m).

Das Innere des Ringes wird von Teilchen des Schauerendes mit Licht aufgefüllt. Außerhalb des typischen Čerenkov-Lichtkreisradius' von 120 m fällt die Čerenkov-Lichtdichte schnell ab.

Für hadronische Schauer wird die Lateralverteilung des Čerenkov-Lichtes am Boden noch viel stärker ausgeschmiert, da diese stärkeren Fluktuationen unterworfen sind und sich Sub-Schauer überlagern.

Abbildung 3.8 zeigt die unterschiedlichen Lateralverteilungen der Čerenkov-Lichtdichte für γ- und Protonen-induzierte Schauer. Deutliche Unterschiede treten nur innerhalb der charakteristischen Länge von ca. 120 m auf. Außerhalb des Čerenkov-Radius ist die Schauerentwicklung durch Vielfachstreuung dominiert.

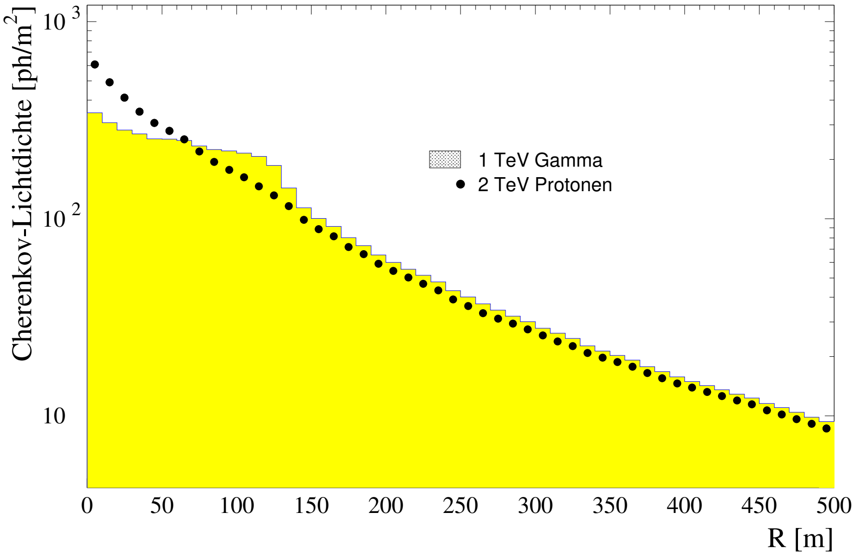

Abbildung 3.8: Laterale Lichtverteilung für Photonen- und Protonen-induzierte Schauer. Die Unterschiede in der Schauerentwicklung bis 120 m treten in der Čerenkov-Lichtdichte deutlich hervor. Außerhalb des Čerenkov-Radius' wird die Lichtverteilung durch die Vielfachstreuung dominiert, die für die verschiedenen Schauerarten identisch ist.

3.3.3 Lichtschwächung in der Atmosphäre

Čerenkov-Licht unterliegt verschiedenen Absorptions- und Streuprozessen in der Atmosphäre, die zur Lichtschwächung führen.

Die durchgelassene Intensität I des Čerenkov-Lichts nach Durchlaufen der Atmosphäre läßt sich nach dem Lambert-Beer'schen Gesetz beschreiben [53]:

$$\mathrm{d}I = -I_0 \alpha_{\mathrm{ext}} \mathrm{d}x. \tag{3.32}$$

Dabei umfaßt der Extinktionskoeffizient α_{ext} die kombinierten Einflüsse der Atmosphäre. Wichtige Prozesse in der Atmosphäre in bezug auf Čerenkov-Licht sind die Absorption durch Ozon, die Rayleigh-Streuung und die Mie-Streuung:

$$\alpha_{\text{ext}} = \alpha_{\text{Oz}} + \alpha_{\text{Ray}} + \alpha_{\text{Mie}}\,. \tag{3.33}$$

In Abbildung 3.9 ist das simulierte Čerenkov-Spektrum nach Absorption durch die Atmosphäre für 3-4 TeV γ-Schauer dargestellt. Ebenfalls dargestellt ist das resultierende Spektrum nach der Detektor-Simulation.

Absorption durch Ozon

Durch Photodissoziation wird Ozon in seine Bestandteile zerlegt:

$$\mathrm{O_3} + h\nu \rightarrow \mathrm{O_2} + O.$$

Für die Absorption von Čerenkov-Licht durch Ozon ist besonders die sogenannte Hartley-Bande im Wellenlängenbereich zwischen 200 und 320 nm wichtig. Die im sichtbaren Bereich liegende Huggins-Bande ist um einen Faktor 10^3 schwächer und damit für die Čerenkov-Technik nur von geringer Bedeutung.

Rayleigh-Streuung

Rayleigh-Streuung gewinnt an Bedeutung, wenn die Wellenlänge des Lichtes größer ist als eine typische Längenskala des Moleküls, zum Beispiel sein Durchmesser $d \ll \lambda$.

Der Wirkungsquerschnitt für diesen Prozeß lautet:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\text{Ray}}}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{2\pi^2}{\lambda^4\rho^2}(n-1)(1+\cos^2\phi). \tag{3.34}$$

ρ bezeichnet dabei die Dichte der Atmosphäre. Wichtig ist die starke λ^4-Abhängigkeit, die besonders kurzwelliges Čerenkov-Licht stark streut. Die Abhängigkeit von der Dichte der Atmosphäre führt zu starker Streuung in dünnen Schichten der Atmosphäre.

Da der Čerenkov-Winkel bereits klein ist, führen bereits sehr kleine Ablenkwinkel ϕ zu einem Verlust des gestreuten Photons aus dem Čerenkov-Lichtkegel.

Der Extinktionskoeffizient ergibt sich damit zu

$$\alpha_{\text{Ray}} = \sigma_{\text{Ray}} \cdot \rho\,. \tag{3.35}$$

Mie-Streuung

Photonen mit Wellenlängen vergleichbar mit der typischen Teilchengröße ($d \gtrsim \lambda$) erleiden Mie-Streuung.

Mie-Streuung ist analytisch schwer zu erfassen, da sie u. a. von der Größenverteilung der streuenden Teilchen in der Atmosphäre abhängt. Für eine Standardverteilung der Partikelgrößen, eine sog. Junge-Verteilung [54], ergibt sich für die Wellenlängenabhängigkeit des Mie-Absorptionskoeffizienten

$$\alpha_{\text{Mie}} \sim \lambda^{-1..1.5}. \tag{3.36}$$

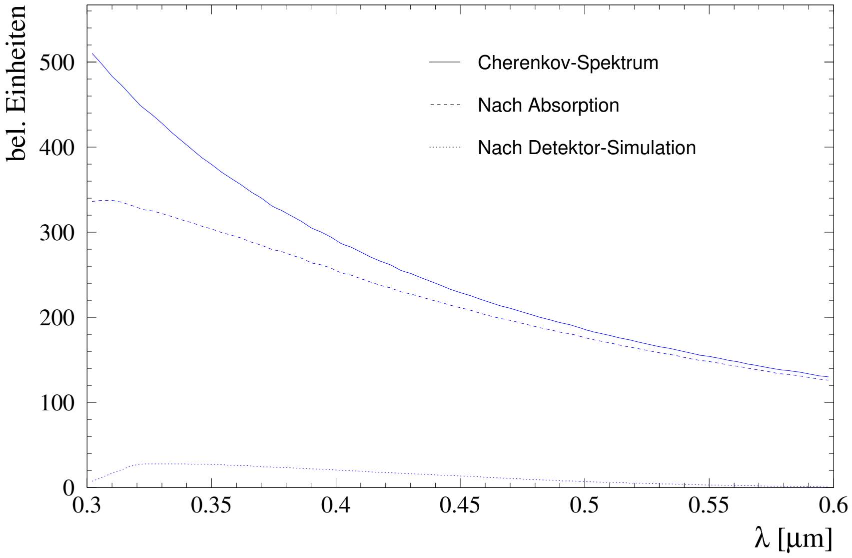

Abbildung 3.9: Simuliertes Čerenkov-Spektrum nach der atmosphärischen Absorption und nach der Detektor-Simulation in Abhängigkeit von der Wellenlänge.

3.3.4 Schauerabbildung

Die Abbildung eines Luftschauers in die Kamera eines Čerenkov-Teleskops läßt sich wie in Abbildung 3.10 dargestellt beschreiben. Man nimmt dabei an, daß das Čerenkov-Licht entlang der Schauerachse isotrop emittiert wird. Das Čerenkov-Licht des Luftschauers wird durch einen sphärischen Spiegel über eine reine Winkelabbildung auf eine sich in der Brennebene des Spiegels befindende Kamera fokussiert. Licht, das unter gleichen Winkeln zur optischen Achse des Teleskops emittiert wurde, wird auf denselben Punkt in der Kamera abgebildet.

Mit einem Čerenkov-Teleskop mißt man also die Winkelverteilung des Čerenkov-Lichts im Luftschauer.

Das Abbild der Schauerachse in der Fokalebene ist eine Gerade, die immer zum Schauer hin orientiert ist. Durch Überlagerung der Bilder mehrerer Kameras eines Schauers erhält man die Schauerrichtung, die sich als Schnittpunkt der großen Halbachsen der Ellipsen ergibt (vergleiche hierzu auch die Abbildungen 3.14 und 3.15).

Nach Transformation der Schauerbilder in ein gemeinsames Teleskopkoordinatensystem läßt sich durch Berechnung des Schnittpunktes der großen Halbachsen der Schauerauftreffpunkt rekonstruieren (siehe [55], [56], [57], [58]).

Das Blickfeld eines Čerenkov-Teleskops ist gegeben durch die Fläche der in der Brennebene angebrachten Kamera und der Brennweite des Spiegels. Die Größe eines Bildelementes (Pixel, von *picture element*) in der Kamera bezeichnet man als Granularität.

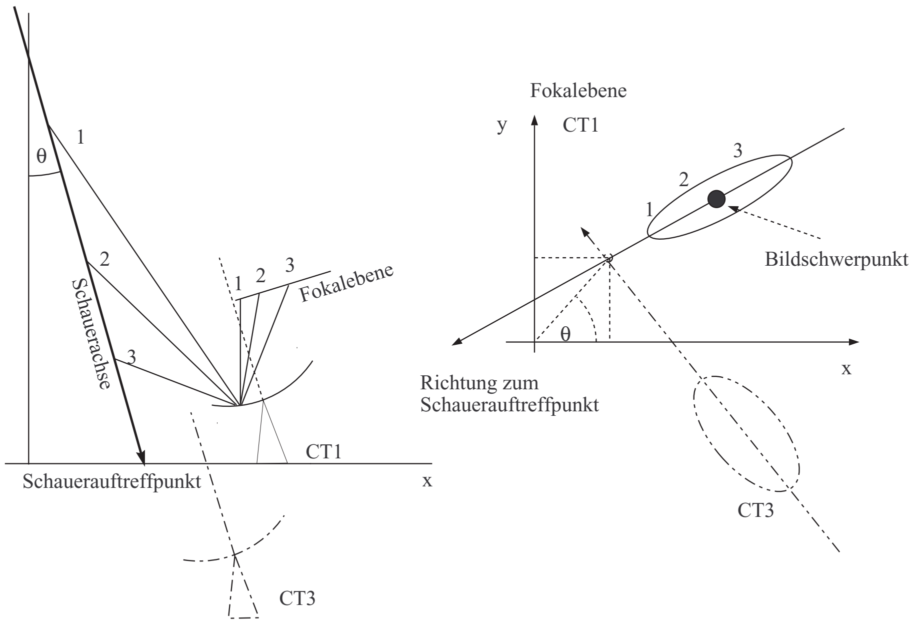

Abbildung 3.10: Abbildung der Schauerachse eines Luftschauers in die Kameraebene eines Čerenkov-Teleskopes. Die Orientierung des entstehenden Bildes in der Fokalebene erlaubt die Rekonstruktion (1) der Schauerrichtung durch Überlagerung der Bilder eines Schauers in mehreren Kameras im Kamerakoordinatensystem und (2) des Schauerauftreffpunktes durch Überlagerung der Bilder mehrerer Kameras in einem gemeinsamen Teleskopkoordinatensystem.

3.4 Hillas-Parameter

Eine mögliche Parametrisierung der Schauerbilder wurde von Hillas [59] vorgeschlagen. Dazu wird die Lichtverteilung in der Kamera durch eine Ellipse angenähert (vergleiche Abbildung 3.11). Die Berechnung der Ellipsengröße, Exzentrizität und Orientierung mit dieser sogenannten 2^{te}-Momente-Methode ist im Anhang A gegeben.

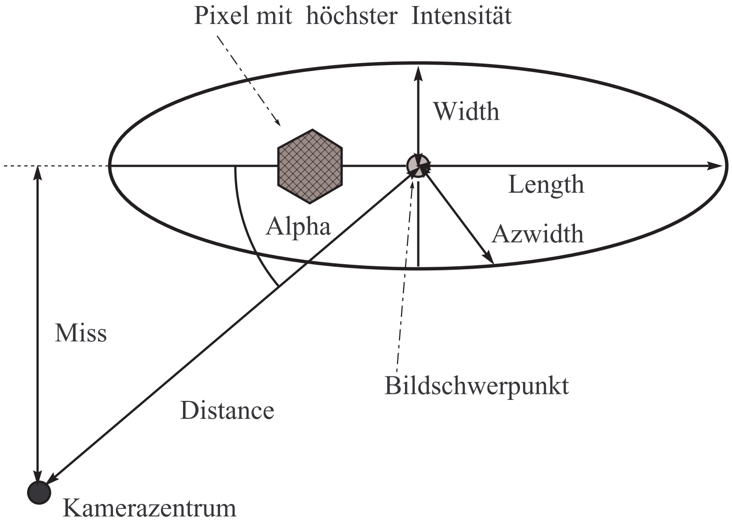

Abbildung 3.11: Das Abbild eines Luftschauers in einem Čerenkov-Teleskop kann durch eine Ellipse angenähert werden. Eingezeichnet sind die Hillas-Parameter.

Zur Berechnung der Hillas-Parameter definiert man in der Kameraebene ein Koordinatensystem mit der Kameramitte als Nullpunkt. Unter Verwendung der Lichtverteilung in der Kamera, sprich der Amplituden in den einzelnen Pixeln, lassen sich charakteristische Größen berechnen, die die wesentlichen Schauereigenschaften wiedergeben und es so ermöglichen, zwischen γ- und hadron-induzierten Schauern zu unterscheiden.

Tabelle 3.1 gibt einen Überblick über die wichtigsten Hillas-Parameter.

Diese 2^{te}-Momente-Methode erweist sich als sehr anfällig gegen einzelne Pixel, die weit ab vom eigentlichen Bild liegen. Die Amplitude in diesen Pixeln wurde dabei wahrscheinlich durch Untergrund-Rauschen erzeugt und nicht durch ein Schauerteilchen. Um solche Untergrund-Pixel von der Bildberechnung auszuschließen, wird im allgemeinen ein sogenannter '*2-level-tailcut*' verwendet, mit dem die Pixel eines Bildes in Bild ('picture')-Pixel und Rand ('boundary')-Pixel eingeteilt werden [60].

Pixel, deren Amplituden über einem bestimmten Wert liegen, dem oberen 'Tailcut', werden als Bild-Pixel bezeichnet. Pixel, deren Amplituden zwischen dem oberen und einem unteren 'Tailcut' liegen und die benachbart zu einem Bild-Pixel sind, werden als 'Rand'-Pixel bezeichnet. Die Amplituden aller anderen Pixel werden auf Null gesetzt. Die Bildparameter werden jetzt erst berechnet. Dadurch reduziert sich der Einfluß von elektronischem und Untergrund-Rauschen erheblich.

Abbildung 3.12 zeigt den Effekt zweier verschiedener 'Tailcut'-Prozeduren.

Name	Bedeutung	Entsprechung im Luftschauer
Width	RMS-Wert der Lichtverteilung entlang der kleinen Halbachse	ein Maß für die laterale Entwicklung des Schauers
Length	RMS-Wert der Lichtverteilung entlang der großen Halbachse	ein Maß für die longitudinale Entwicklung des Schauers.
Miss	der senkrechte Abstand zwischen der großen Halbachse und dem Kamerazentrum	ein Maß für die Orientierung des Bildes auf das Kamerazentrum
Distance	der Abstand vom Bildschwerpunkt zum Kamerazentrum	dient als Maß für den Abstand des Schauer-Cores zum Teleskop
Conc	der Anteil an Licht konzentriert in den zwei Pixeln größter Amplitude in Bezug auf die Gesamthelligkeit des Bildes	verdeutlicht die Kompaktheit des Bildes
Alpha	Winkel zwischen großer Halbachse und der Linie Bildschwerpunkt-Kamerazentrum	ein Maß für die Orientierung des Bildes auf das Kamerazentrum
Size	Gesamthelligkeit des Bildes gemessen in Einheiten der Photoelektronen in der Kamera	ein Maß für die Energie des Primärteilchens

Tabelle 3.1: Die Hillas-Parameter. RMS-Wert bedeutet die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert der Lichtverteilung (*root-mean-square-deviation*).

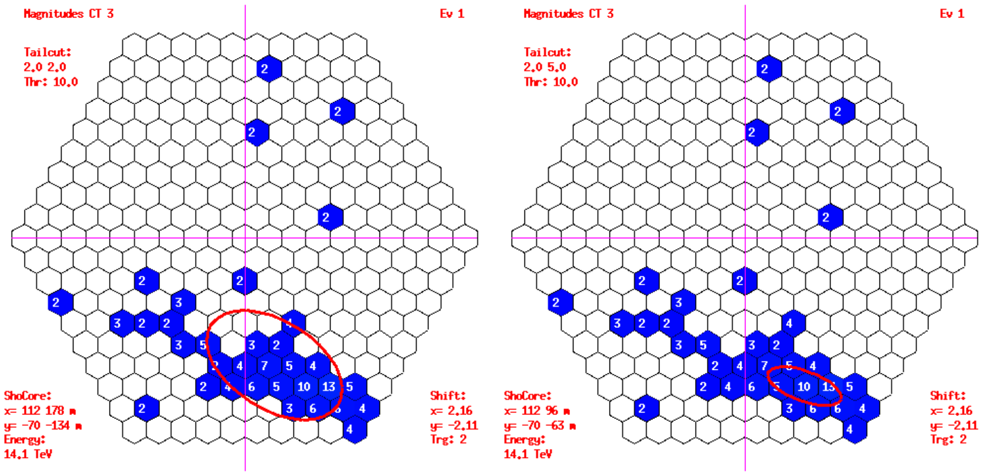

Abbildung 3.12: Vergleich der Bedeutung unterschiedlicher ‘Tailcut’-Prozeduren. Links wurde ein sehr niedriger ‘Tailcut’ (2 ph.e.) angesetzt. Es wurde aber nicht zwischen Bild- und Rand-Pixeln unterschieden. Rechts wurde zusätzlich aber noch ein oberer Tailcut von 5 ph.e. eingesetzt.

Man erkennt die deutlich veränderte Bildgröße nach der 2^{te}-Momente-Parametrisierung des Kamerabildes durch die 2-'Tailcut'-Prozedur. Rand-Pixel mit niedrigen Amplituden haben wesentlich weniger Einfluß auf die Bildform. Diese Prozedur wählt den kompakten Bereich des Bildes (der vom Schauer stammt) zur Berechnung der Bildparameter aus. Dadurch wird auch die Orientierung des Bildes beeinflußt und die Richtungsrekonstruktion verbessert.

3.5 Bilder von γ-, Protonen- und Eisen-Schauern

Dieser Abschnitt gibt einige Ereignisbilder wieder, um zum einen verschiedene Koordinatensysteme zu verdeutlichen und zum anderen die charakteristischen Eigenheiten der Schauer verschiedener Primärteilchen anschaulich wiederzugeben.

Eisen-induzierte Schauer zeigen noch deutlich diffusere Bilder als Protonen wie aus Abbildung 3.13 zu erkennen ist, die das Bild eines Protonen-Schauers respektive eines Eisen-Schauers nach erfolgter Detektor-Simulation wiedergibt. Dabei wurden vergleichbare Gesamtenergien und Schauerabstände zum Teleskop gewählt.

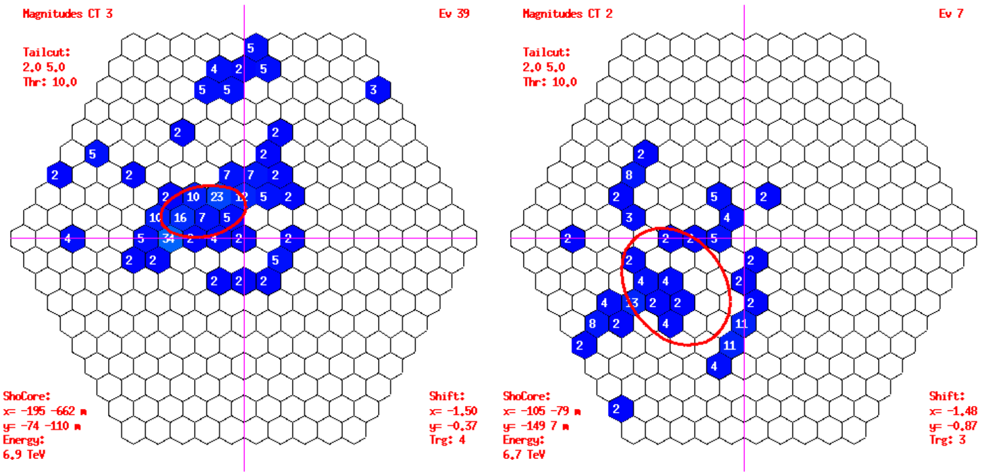

Abbildung 3.13: Vergleich der Schauerbilder in der Kamera eines Čerenkov-Teleskops. Man erkennt links einen Proton-induzierten Schauer und rechts einen Eisen-induzierten Schauer. Man sieht deutliche Unterschiede in der Kompaktheit der Bilder.

γ-induzierte Schauer (Abbildung 3.14) haben kompakte Bilder, orientiert auf das Kamerazentrum. Protonen-induzierte Schauer (Abbildung 3.15) besitzen keine bevorzugte Schauer-Richtung, zeigen also nicht notwendigerweise auf das Kamerazentrum. Außerdem ist das Bild nicht so klar definiert wie bei γ's, sondern aufgrund der Schauerentwicklung wesentlich diffuser. Extrem unscharf erscheint das Bild eines Eisen-Schauers in dieser Darstellung (Abbildung 3.16). Die Konturen der Bilder in den Einzelteleskopen sind nicht mehr erkennbar.

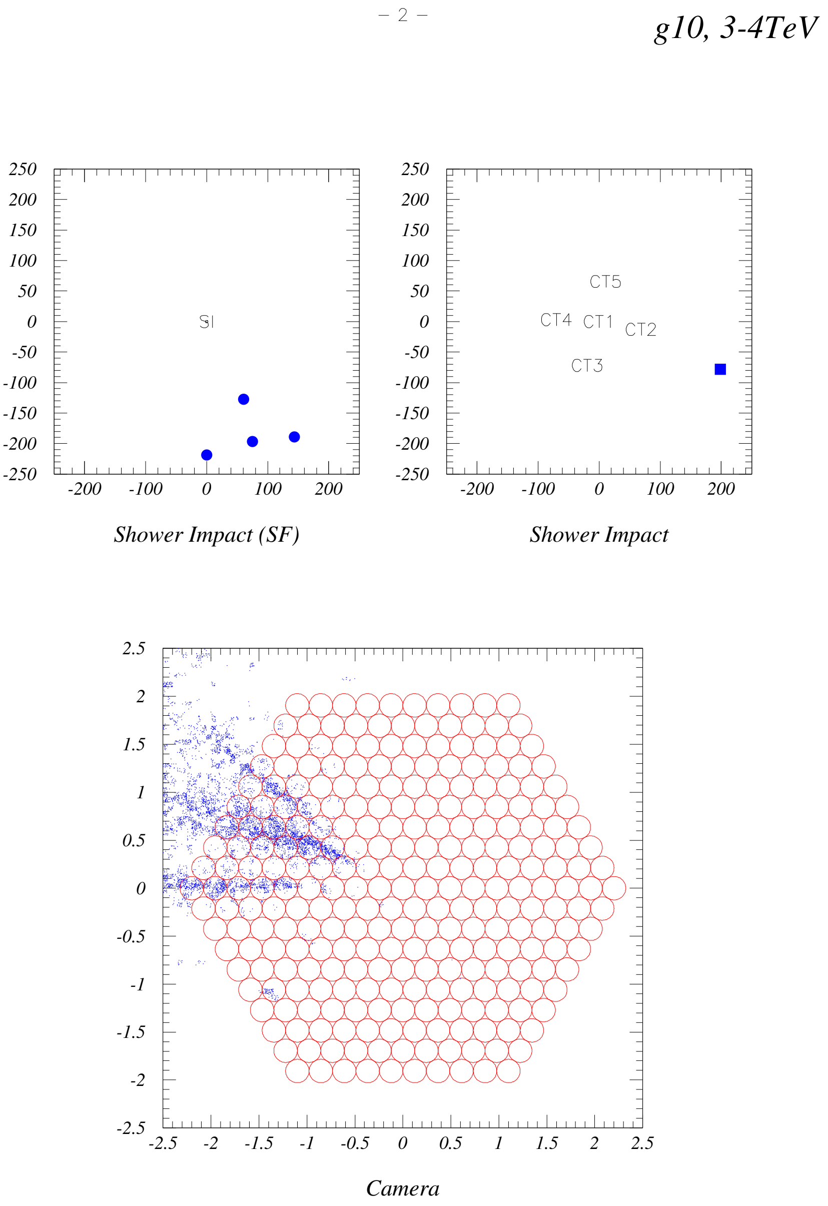

Abbildung 3.14: Beispiel für die Abbildung eines 3.5 TeV γ-Schauers in die Kamera-Ebene. Oben links ist das Čerenkov-Teleskopsystem im Bezugssystem des Schauers dargestellt mit dem Schauerauftreffpunkt im Zentrum des Koordinatensystems. Oben rechts erkennt man das CT-System und den Schauerauftreffpunkt im Teleskop-Koordinatensystem. Unten ist die Überlagerung der Bilder des Schauers in den einzelnen Teleskopen zu sehen. Daraus kann man erkennen, wie durch Überlagerung der Einzelbilder Schauerrichtung und -auftreffpunkt berechnet werden können. Dargestellt sind einzelne Photonen.

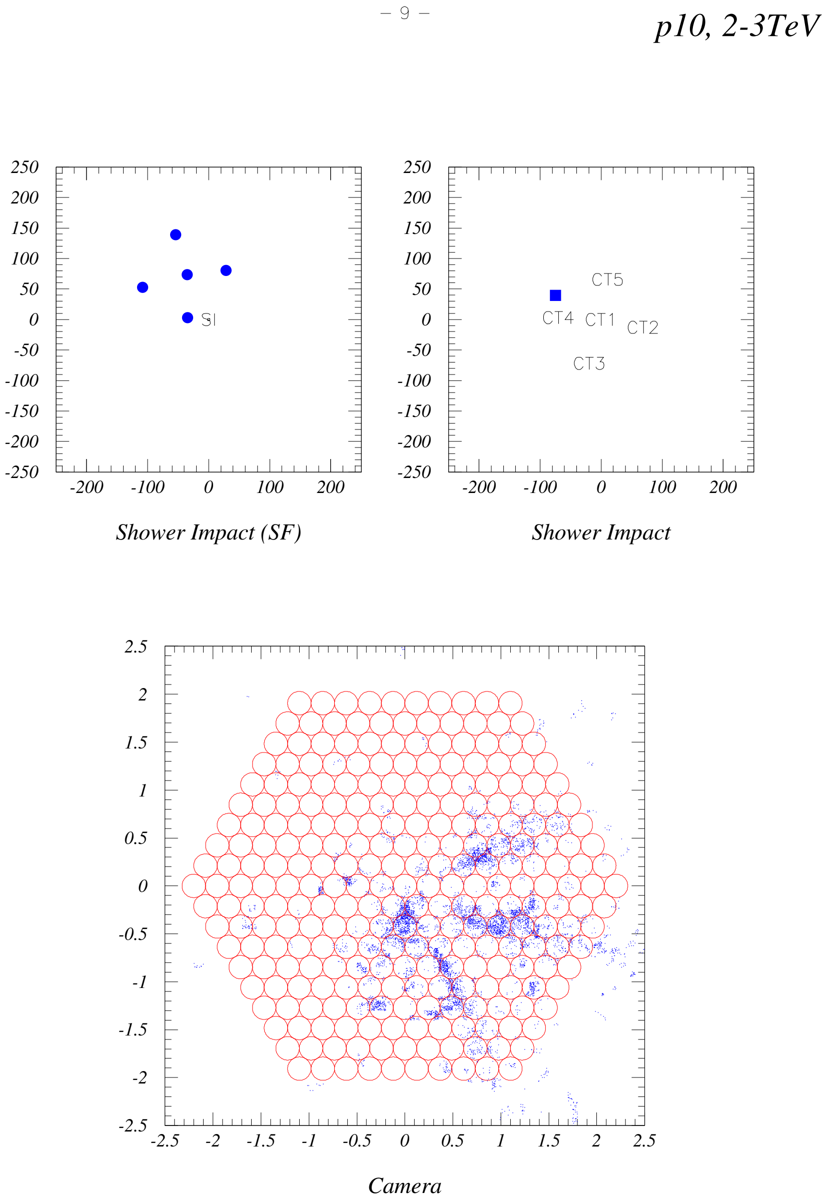

Abbildung 3.15: Beispiel für die Abbildung eines 2.5 TeV Protonen-Schauers in die Kamera-Ebene.

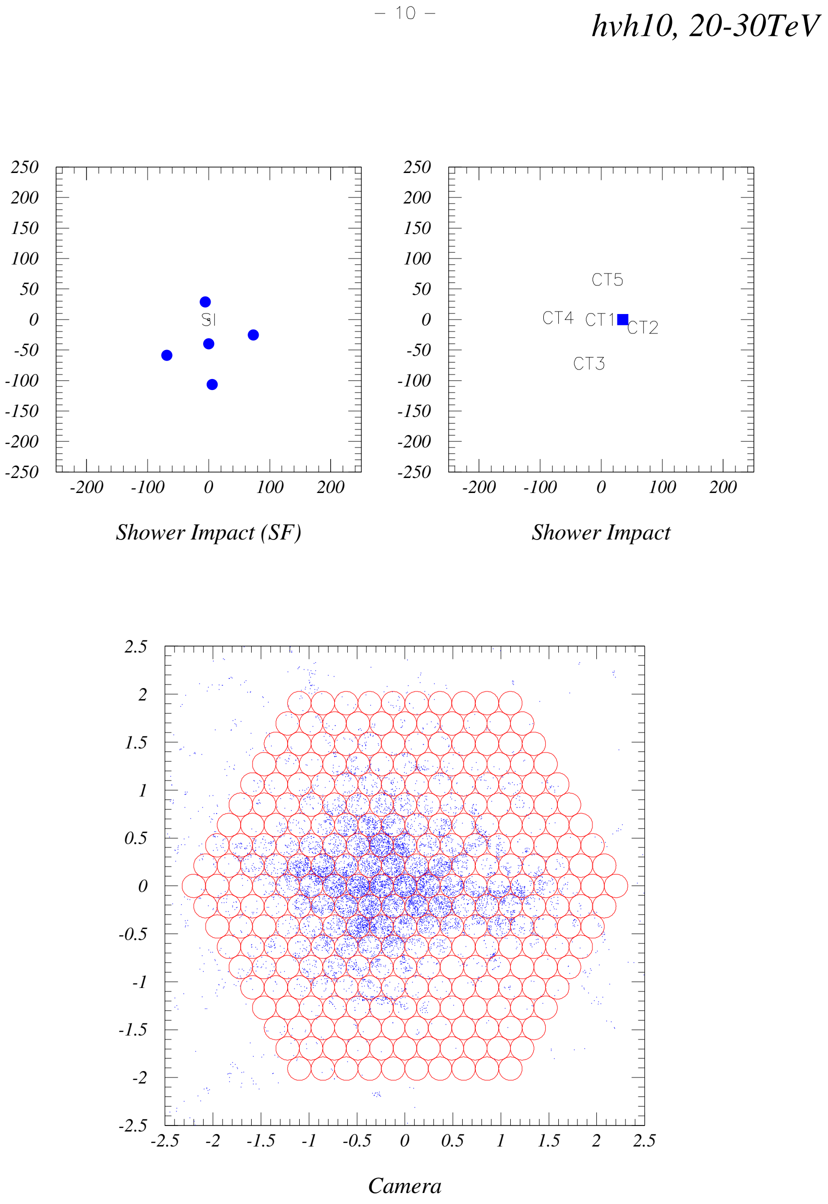

Abbildung 3.16: Beispiel für die Abbildung eines 25 TeV Eisen-Schauers in die Kamera-Ebene.

Kapitel 4

Das HEGRA-Experiment

HEGRA steht für '**H**igh **E**nergy **G**amma **R**ay **A**stronomy'. Das 'La Palma Cosmic Ray Observatory HEGRA' befindet sich auf dem Gelände des Observatorio del Roque de los Muchachos (ORM) auf der kanarischen Insel La Palma (28.8° N, 17.9° W), auf einer Höhe von 2200 m über N.N.

Das Observatorium wird vom Instituto del Astrofisica de Canarias (IAC) betrieben. Es zeichnet sich geographisch durch hervorragende Bedingungen für optische Astronomie aus. Die Atmosphäre besitzt eine gute bis sehr gute Transparenz und generell ein sehr gutes 'Seeing' (definiert durch die maximal erreichbare Winkelauflösung). Die Wetterverhältnisse auf der Insel sind recht stabil, was eine wesentliche Bedingung für einen geregelten Meßbetrieb darstellt.

Die HEGRA-Kollaboration besteht aus mehreren deutschen und ausländischen Instituten folgender Einrichtungen:

Universität Hamburg	MPI für Kernphysik, Heidelberg
Universität Kiel	MPI für Physik, München
Universität Madrid	Physikalisches Institut, Yerevan
Universität Wuppertal	

Das Experiment integriert 4 Detektortypen, um verschiedene Bestandteile der durch kosmische Strahlung ausgelösten Luftschauer zu messen. In Abbildung 4.1 ist das Layout des Experimentes dargestellt.

Mit Szintillations-Zählern, offenen Čerenkov-Zählern und Geiger-Türmen sind Detektoren mit einem ausgedehnten Gesichtsfeld zu einer Detektor-Matrix (einem sogenannten *Array*) angeordnet, um eine gleichzeitige Beobachtung des Gesamthimmels durchzuführen. Die Energieschwelle liegt bei einigen 10 TeV.

Desweiteren befindet sich dort ein System von abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Teleskopen (*Imaging Atmospheric Cherenkov Telescopes:* sogenannte IACT's) mit kleinerem Blickfeld zur Beobachtung von Quellen hochenergetischer γ-Strahlung. Diese Teleskope zeichnen sich durch eine hohe Sensitivität und eine niedrige Energie-Schwelle oberhalb von 0.5 TeV aus.

In den beiden folgenden Abschnitten werden die Arrays und das Teleskop-System kurz in ihren technischen Details beschrieben.

Ein vollständiger Überblick über die HEGRA-Arrays wird in [61] und [62] gegeben.

4.1 Die HEGRA-Arrays

Der hier beschriebene Zustand galt bis Ende 1997. Danach wurden durch ein Feuer etwa 20% der Arrays vernichtet. Aber innerhalb kürzester Zeit wurde der ordentliche Meßbetrieb mit teilweise wiederaufgebauten Komponenten erneut aufgenommen.

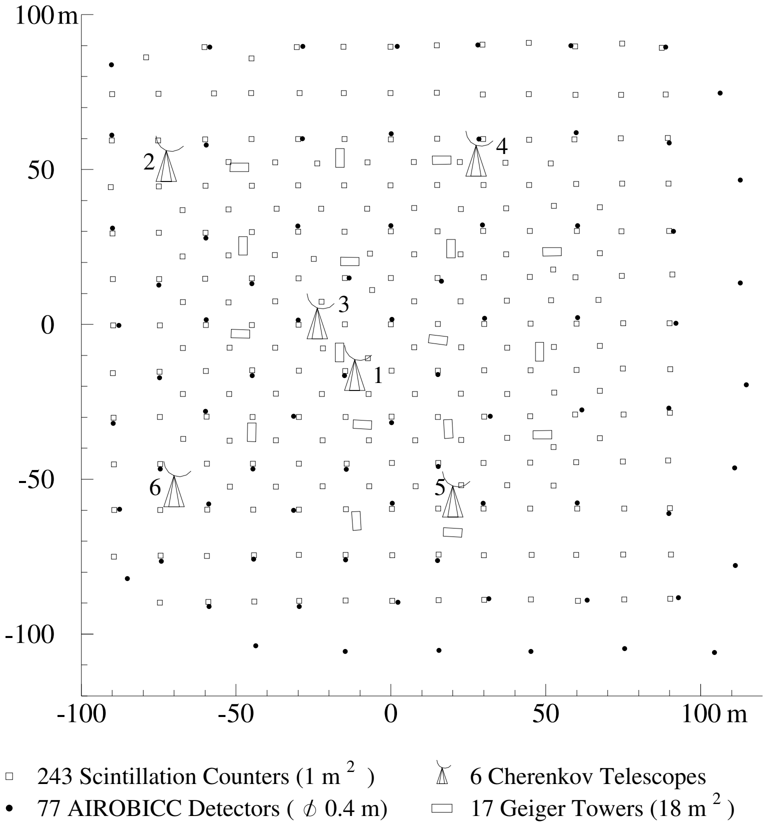

Abbildung 4.1: Das HEGRA-Experiment.

4.1.1 Szintillationszähler

Das Szintillator-Array besteht aus einer Matrix aus 243 Detektoren mit jeweils 1 m² Fläche. Sie sind über eine Gesamtfläche von 200x200 m² verteilt.

Teleskop	Montierung	Spiegelfläche [m^2]	Blickfeld [°]	Pixel	Pixel-Größe
CT1	Äquatorial	5.0 → 10.0	3.2	127	0.25
CT2	Alt-Az	8.5	3.6	61	0.43
CT3-6 (jeweils)	Alt-Az	8.5	4.3	271	0.25

Tabelle 4.1: Zusammenstellung der Charakteristiken der HEGRA-Čerenkov-Teleskope.

Diese Detektoren messen den elektromagnetischen Anteil des Schauers. Geladene Teilchen werden mittels im Detektor ausgelöstem Szintillationslicht nachgewiesen. Die Teilchenmenge und Ankunftszeit der Schauerfront am Detektor werden bestimmt.

Detailierte Informationen über die Szintillatorhütten werden in [63] gegeben.

4.1.2 AIROBICC

AIROBICC steht für 'AIR shower Observation with angle Integrating Cherenkov Counters'. Diese Detektoren messen das Čerenkov-Licht eines Luftschauers über einen weiten Himmelsbereich.

Die Matrix besteht aus 77 Stationen, die Čerenkov-Licht des Luftschauers innerhalb eines Raumwinkels von 1 Steradian aufsammeln. Die Lichtmenge und die Ankunftszeit des Čerenkov-Lichts werden bestimmt.

Details über das AIROBICC-Array können in [64] gefunden werden.

4.1.3 Geiger-Türme

Es stehen 17 Türme, die mit mehreren Lagen Geiger-Zählrohren bestückt sind.

Die oberen beiden Lagen messen die elektromagnetische Komponente des Schauers. Die unteren Lagen sind durch 9 Strahlungslängen Blei abgeschirmt, so daß hier im wesentlichen nur die Myonen-Komponente des Schauers nachgewiesen wird.

Durch Detektoren diesen Typs kann die Energie der elektromagnetischen Komponente ermittelt werden. Die Koordinaten der getroffenen Geigerrohre geben zusätzlich Aufschluß über die Art des Luftschauers.

Technische Details über die Geiger-Türme werden in [65] gegeben.

4.2 Das HEGRA-CT-System

Das Čerenkov-Teleskop-System auf La Palma besteht zur Zeit aus 6 Teleskopen, von denen 2 Prototypen im Einzelbetrieb und 4 im System-Betrieb laufen. Ziel ist es, ein System von 5 identischen Teleskopen zu betreiben, um eine möglichst hohe Sensitivität für die Suche nach Quellen hochenergetischer γ-Strahlung zu erlangen.

Eine ausführliche Beschreibung der Prototyp-Teleskope findet sich in [66], [67] und [61]. Tabelle 4.1 gibt die wesentlichen Eigenschaften der Teleskope wieder.

Ende 1997 erfuhr das erste Prototyp-Teleskop CT1 eine Vergrößerung der Spiegelfläche auf 10 m^2. Dadurch wurde die Sensitivität dieses Vorläuferteleskops gesteigert. Das CT2 genannte Teleskop soll nach Ersatz der Kamera als 5. Teleskop in das System integriert werden.

Die stereoskopische Beobachtung von Luftschauern unter verschiedenen Blickwinkeln erlaubt eine vollständige 3-dimensionale Rekonstruktion der Schauerachse [57].

Damit ist es möglich, eine präzise und zweifelsfreie Bestimmung der Schauerparameter durchzuführen. Durch die genaue Kenntnis der Schauer-Richtung und des Schauerauftreffpunktes ist es dann möglich, präzise den Ursprung und die Energie des einzelnen Schauers zu messen. Ebenso wird dadurch im Prinzip eine räumliche Auflösung der Quellen möglich. Schließlich kann man sehr effektiv zwischen γ-Schauern und hadronischen Schauern diskriminieren [68]. Die resultierende Energieauflösung von $\leq 25\%$, die gute Winkelauflösung von besser als 0.1° und die Genauigkeit der Rekonstruktion des Schauerauftreffpunktes von besser als 15 m erlauben weiterhin eine präzise Vermessung des Spektrums der mit hoher Sensitivität detektierbaren γ-Quellen (siehe zum Beispiel [69], aber auch [70] und [71]).

Der Abstand zwischen den Teleskopen wurde mit 70-80 m ähnlich dem Radius des Čerenkov-Lichtkegels gewählt, wodurch sichergestellt wird, daß immer ausreichend Teleskope getriggert haben, um Stereoskopie betreiben zu können.

Die System-Teleskope besitzen eine Spiegelfläche von je 8.5 m^2. Abbildung 4.2 zeigt das erste System-Teleskop CT3, fertiggestellt Ende 1995. Die Spiegel haben eine Brennweite von 5 m, was bei einer Pixel-Größe von 21 mm zu einem Blickfeld der Einzelpixel von 0.25° führt. Das gesamte Blickfeld der Kamera beträgt somit 4.3° (die Kamera ist hexagonal, daher ist hier der Durchmesser eines flächengleichen Kreises angegeben). Das relativ große Blickfeld ermöglicht auch die Beobachtung von ausgedehnten Quellen.

Abbildung 4.2: Das zentrale Teleskop CT3 des HEGRA-Čerenkov-Teleskop-Systems.

Jedes Teleskop ist mit einer eigenständigen Elektronik auf Basis des VME-Standards ausgerüstet. Die Teleskope werden im System-Betrieb von einer zentralen Station gesteuert.

Die Kamera eines Teleskops besteht aus 271 hexagonalen Pixeln aus Photomultipliern (PM's; Photokathode kombiniert mit einem Sekundärelektronenvervielfacher zum Nachweis einzelner Photonen) des Typs 9083*KAFL* der Firma Thorn EMI. Um eine optimale Lichtsammlung zu gewährleisten, befinden sich offene Lichtleiter (Funnels) am Eingang der PM's (vergleiche Abbildung 4.4). Die Lichtleiter erlauben eine hohe Sammlungseffizienz von Photonen aus Richtung des Spiegelträgers, während Streulicht unterdrückt wird. Die Funnels sind gegen Verschmutzung mit einer 1 mm dicken Plexiglasplatte geschützt. Eine Beschreibung der Kamera findet sich in [72] und [73]. Abbildung 4.3 zeigt einen Blick auf die PM-Matrix ohne Funnels.

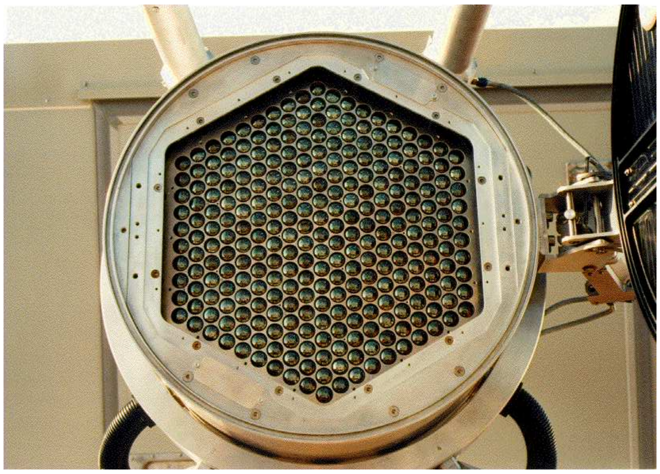

Abbildung 4.3: Blick auf die Photomultiplier-Matrix des zentralen Teleskops CT3.

Die Digitalisierung der Kamera-Signale erfolgt durch ein 8-bit 120-MHz-Flash-ADC System (FADC; Datennahmesystem mit ultraschnellen Analog-Digital-Umsetzern). Die Verwendung eines FADC-Systems zur Auslese der elektronischen Signale der PM's birgt verschiedene Vorteile.

Die kurze Integrationszeit (in der Größenordnung zweier FADC-Takte, 16 ns) unterdrückt den Einfluß des Nachthimmelslichtes erheblich. Die Speicherung des PM-Signals in einem Ring-Puffer ermöglicht weiterhin das Zwischenspeichern der Signale, bis es zu einem System-Trigger kommt. Der Puffer hat eine Speichertiefe von 4 kB, entsprechend etwa einer maximal möglichen Verzögerung des System-Triggers von 34 μs. Der dynamische Bereich der FADC's umfaßt 8 Bit. Durch eine Analyse der Pulsform ist es aber möglich, diesen Bereich zu erweitern. Weiterhin ermöglicht eine spätere Pulsformanalyse die Bestimmung der relativen Ankunftszeiten der Čerenkov-Photonen an den Teleskopen mit einer Genauigkeit von 1 ns.

Der System-Trigger gliedert sich in zwei Stufen. In der ersten Stufe, individuell für jedes Teleskop, wird überprüft, ob ein sogenannter lokaler Trigger ausgelöst wurde. Dazu sind 2 benachbarte Pixel oberhalb einer über Diskriminatoren eingestellten Schwelle nötig, die innerhalb von 12 ns gefeuert haben. Der topologische Trigger reduziert die Zufallskoinzidenzrate [74], indem diese in Hardware implementierte Einheit benachbarte getriggerte Pixel fordert.

Dieser lokale Trigger wird dann an die Zentralstation verschickt, die in der zweiten Stufe des Triggers prüft, ob ein weiteres Teleskop innerhalb von 70 ns ebenfalls getriggert hat. Dazu werden die einzelnen Teleskop-Trigger verzögert, um die durch die Orientierung der Teleskope unterschiedlichen Signallaufzeiten auszugleichen.

Wurde ein zentraler Trigger ausgelöst, so wird das Triggersignal an alle Teleskope verschickt, die FADCs aller Teleskope werden angehalten und die Auslese der elektronischen Signale wird gestartet.

Ein System-Trigger zeichnet sich besonders durch seine starke Unterdrückung von Untergrundereignissen aus, hervorgerufen vor allem durch Nachthimmelslicht und elektronisches Rauschen. Zufallskoinzidenzen werden stark unterdrückt. Dadurch kann die Triggerschwelle der Einzelteleskope und damit die Energieschwelle stark reduziert werden. Ein Nachteil ist die etwas reduzierte effektive Nachweisfläche.

Die hohe Sensitivität des CT-Systems wurde 1997 eindrucksvoll unter Beweis gestellt. Messungen des Krebs-Nebels zeigten deutlich die Stärke des Systems [75]. Die Nachweisrate betrug 23 γ/h aus Richtung des Krebs-Nebels bei einer Untergrundrate von 1.2/h. Das System erlaubt somit annähernd untergrundfreie Messungen von starken γ-Quellen.

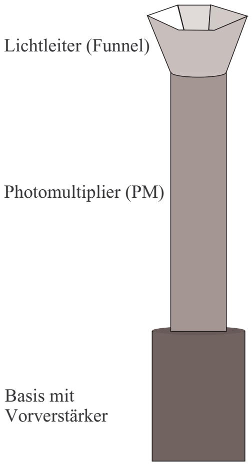

Abbildung 4.4: Schematischer Aufbau eines Pixels.

1997 zeigte die Aktive Galaxie Mkn501 eine starke Variabilität in TeV-γ-Strahlung und wurde erfolgreich detektiert [76] [77]. Bisherige Analysen bestätigen voll und ganz die an ein stereoskopisches System gesetzten Erwartungen [78].

Kapitel 5

Neue Monte-Carlo-Simulation für das CT-System

Dieses Kapitel beschreibt die Umsetzung der Erfordernisse an eine neue, verbesserte und detailliertere Detektor-Simulation für das bestehende System von Čerenkov-Teleskopen der HEGRA-Kollaboration auf La Palma.

5.1 Allgemeine Idee und Einstellungen

Der grundsätzliche Ansatz für eine Verbesserung der bereits bestehenden Monte-Carlo-Simulation bestand darin, den Vorgang von der Emission eines Čerenkov-Photons in der Atmosphäre bis zur Aufzeichnng eines digitalen Signals detailliert nachzubilden.

Dazu wurde zunächst für jedes Čerenkov-Photon die Emissionshöhe X_{gen}, der Winkel $\vec{\theta} = (\theta_x, \theta_y)$ zur Schauerachse, die Ankunftszeit τ (definiert als die Zeit, die das Čerenkov-Photon hinter dem Primärteilchen zurückbleibt) und sein Auftreffpunkt $\vec{x}_{\mathrm{ph}} = (x_{\mathrm{ph}}, y_{\mathrm{ph}})$ auf dem Spiegel eines am Ort $\vec{x}_{\mathrm{CT}} = (x, y, z)$ positionierten Teleskopes gespeichert (vergleiche hierzu Abbildung 5.1).

Dieser erste Schritt der Simulation macht die vollständige Orts-, Winkel- und Zeitinformation für jedes Čerenkov-Photon für die nachfolgende Detektor-Simulation zugänglich.

Allgemein läßt sich die Vorgehensweise der Simulation in zwei Schritte einteilen. Der erste Schritt (in Form des Schauer-Generators) bestimmt die Anzahl der Čerenkov-Photonen im Schauer. Der zweite Schritt (in Form der Detektor-Simulation) bestimmt die aus den elektronischen Signalen der FADC's rekonstruierten Photoelektronen-Anzahlen, die durch die Photonen hervorgerufen werden.

Die Anzahl an Photoelektronen läßt sich ausgehend von der Formel 3.23 wie folgt berechnen:

$$
\begin{aligned}
N_{\mathrm{ph.e.}} &= 2\pi\alpha \sin^2\theta_c \int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} QE(\lambda) R(\lambda) T(\lambda) \exp(-D(\lambda)) \frac{\mathrm{d}\lambda}{\lambda^2} \cdot l\,, \qquad (5.1)\\
\text{wobei} : QE(\lambda) &= \text{Quanten-Effizienz der PM's}\\
R(\lambda) &= \text{Spiegelreflektivität}
\end{aligned}
$$

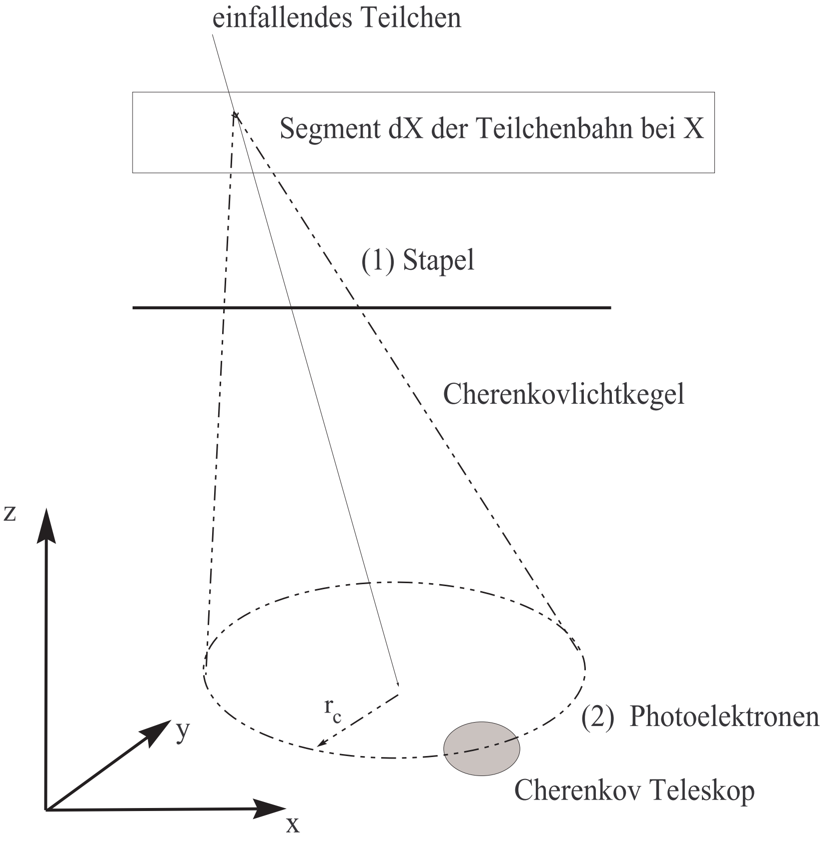

Abbildung 5.1: Zur Veranschaulichung der Vorgehensweise der neuen Simulation. Es werden Informationen über Entstehungsort und Bewegungsrichtung jedes im Luftschauer emittierten Čerenkov-Photons in sogenannten Stapeln gespeichert. In der Detektor-Simulation werden daran anschließend die Schritte zur Erzeugung von Photoelektronen in den Pixeln der Kamera durchgeführt.

$T(\lambda)$ = Funnel-Transparenz
$\exp(-D(\lambda))$ = atmosphärische Transmission
l = Abstand zum Teleskop

Die einzelnen Parameter, die die Photoelektronen-Ausbeute beeinflussen, werden in diesem Kapitel beschrieben.

Die Detektor-Simulation umfaßt alle detektorabhängigen Schritte. Die Absorption von Čerenkov-Photonen in der Atmosphäre, Abbildungseigenschaften der Spiegel und die Verstärkung der Photonen im Photomultiplier werden simuliert.

Eine detaillierte Simulation der FADC's und des Triggers berücksichtigt die simulierten Ankunftszeiten der Čerenkov-Photonen und damit den zeitlichen Verlauf des Schauers. Die Simulation der FADC's ermöglicht die Anwendung der auch im Experiment angewendeten Datenanalyse-Methoden.

Das Ausgabeformat der Detektor-Simulation ist weitgehend identisch mit dem Datenformat und ist nur um notwendige zusätzliche Informationen über den Monte-Carlo-Schauer erweitert worden.

5.1.1 Systemparameter

Es werden nur die Čerenkov-Photonen eines Schauers abgespeichert, die auch wirklich den Spiegel eines Teleskops getroffen haben. Schon bei der Simulation der Stapel geht daher die Position der Teleskope am Boden ein. In Tabelle 5.1 werden die in der Simulation verwendeten Positionen wiedergegeben. Die Genauigkeit der gemessenen Positionen liegt etwa bei ±2 m, wie aus Referenzmessungen zu den Positionen der umliegenden Hütten der Arrays hervorgeht.

CT #	MC #	x [m]	y [m]	z [m]	r_{MC} [m]	r_{CT} [m]
1	-	-11.73	-21.43	2.87	2.0	1.2
2	5	10.73	65.68	-2.5	2.0	1.6
3	1	0.0	0.0	0.0	2.0	1.6
4	2	68.69	-12.97	-5.31	2.0	1.6
5	3	-19.58	-71.75	4.02	2.0	1.6
6	4	-70.09	3.2	7.19	2.0	1.6

Tabelle 5.1: Teleskopkoordinaten (x, y, z) des Teleskop-Systems. Angegeben sind ebenso die Spiegelradien der Teleskope der Simulation r_{MC} und des Experimentes r_{CT}. Die Numerierung der Teleskope ist für Simulation und Experiment unterschiedlich.

Die Simulationen wurden für ein 5-Teleskop-System durchgeführt. Der Spiegelradius wurde größer gewählt, als es dem realen Radius entspricht. In der Detektorsimulation wird die Spiegelfläche an die tatsächliche Spiegelfläche angepaßt.

Weitere, bereits vor der Simulation des ersten Schauers zu setzende Parameter, werden in der folgenden Liste geschildert:

- Der Bruchteil an gespeicherten Photonen:

  Um den Speicher- und Zeitbedarf bei der Simulation gering zu halten, gibt es die Möglichkeit, einen Ausdünnungsfaktor für die Photonen im voraus zu wählen.

Dieser Faktor muß auch in der Detektorsimulation berücksichtigt werden, weil dort jedes einzelne Photon behandelt wird. Werden in der Schauersimulation z. B. nur 20% aller Photonen gespeichert, muß jedes Photon die Detektorsimulation 5 mal durchlaufen.

- Die atmosphärische Tiefe des Beobachtungsortes:

  Die Beobachtungshöhe von La Palma entspricht etwa 800 g/cm^2 , oder etwa 2200 m über Meereshöhe.

- Der Radius um das zentrale Teleskop, innerhalb dessen der Schauerauftreffpunkt simuliert wurde:

  Als zunächst sinnvoller Wert wurden für vertikale Schauer 250 m eingestellt. Dieser Wert wurde für energiereiche und geneigte Schauer leicht anwachsend gewählt.

- Die Schauerneigung:

  Es wurden Simulationen für folgende Zenitwinkelbereiche durchgeführt: 0° , 20° , 30° , 45° , 60° .

- der Energiebereich:

  Der gesamte Energiebereich von 70 GeV bis 100 TeV wurde logarithmisch in 14 Energie-Intervalle eingeteilt. Die Schauer werden innerhalb der Intervalle gleichverteilt erzeugt.

Die Detektor-Simulation trägt dem isotropen Einfall hadronischer Schauer Rechnung.

Hadronische Schauer werden isotrop innerhalb eines vorgegebenen Raumwinkelbereiches simuliert, um das Blickfeld der Teleskope von 4.6° voll abzudecken. Auch Schauer außerhalb des Blickfeldes eines Teleskops können einen Trigger auslösen. Daher wird der Raumwinkelbereich, in dem die hadronischen Schauer simuliert werden mit einem Durchmesser von 7° ausreichend groß gewählt, um den Einfluß dieser willkürlichen Begrenzung gering zu halten. In Abbildung 5.2 wird die Methode skizziert.

Jeder Schauer wird dabei mehrfach, bis zu 10 mal mit der Schauerachse relativ zur optischen Achse zufällig verschoben, verwendet. Durch dieses Vorgehen erreicht man eine Erhöhung der Statistik und die Isotropisierung der hadronischen Schauer. Nicht jede Verschiebung triggert dabei das Teleskop, aber jede Verschiebung ändert das Erscheinungsbild des Schauers in der Kamera, wodurch die Mehrfachverwendung eines Schauers nicht wesentlich die Genauigkeit der Simulationen in Bezug auf Fluktuationen beeinflußt.

Für Simulationen der γ-Schauer kann zwischen zwei Modi gewählt werden. Der sogenannte 'ON'-Modus, in dem die Quelle im Zentrum des Blickfeldes sitzt. Die optische Achse ist dabei parallel zur Schauerachse orientiert. Oder der 'Wobble'-Modus, in dem sich die Quelle um 0.5° aus dem Kamerazentrum versetzt befindet. Dieser Modus wurde aus Kompatibilitätsgründen zum Experiment in die Simulationen eingeführt.

5.2 Die Simulationsprozeduren

Das Vorgehen bei der Simulation gliedert sich in drei Schritte. Zunächst werden mit dem Schauer-Generator die Luftschauer simuliert. Die Detektor-Simulation liest die

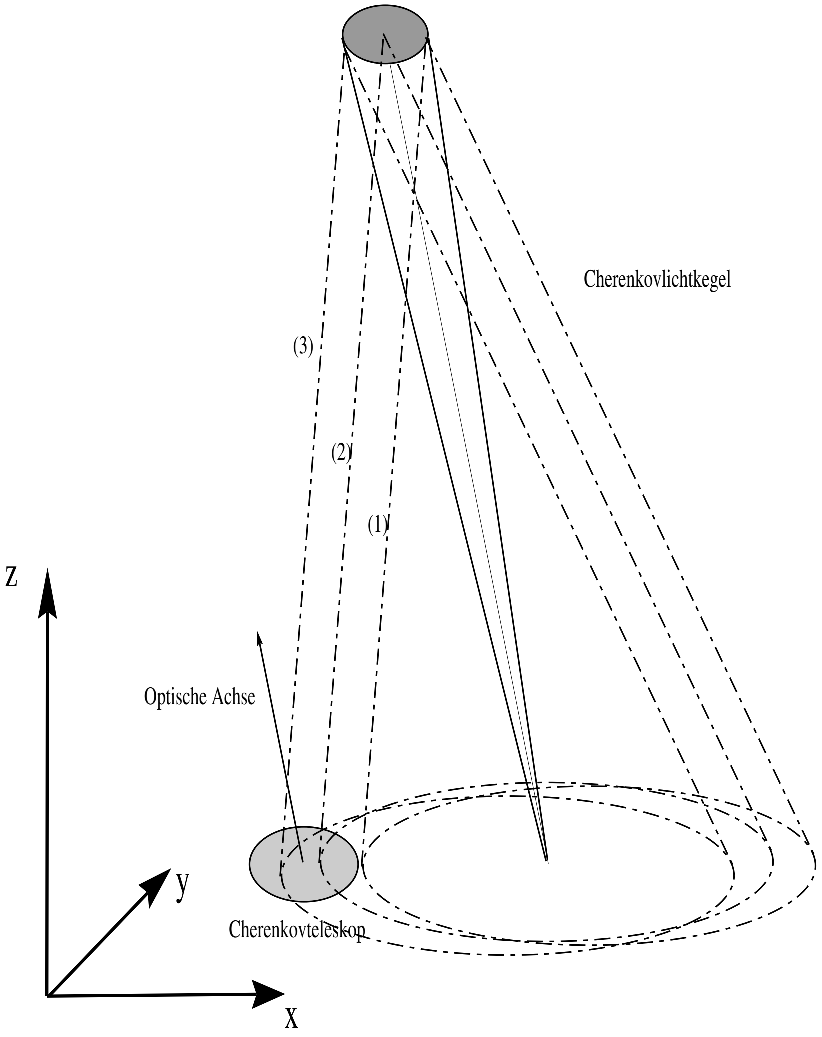

Abbildung 5.2: Darstellung der sogenannten 'hadronischen Verschiebung'. Jeder hadronische Schauer wird mehrfach innerhalb eines vorgegebenen Raumwinkels verschoben. Dadurch wird eine Isotropisierung der Einfallsrichtungen hadronischer Schauer erreicht. In den Fällen (2) und (3) liegt das Teleskop dabei noch im Čerenkov-Lichtkegel, im Fall (1) gerade nicht mehr, wird also nicht triggern.

‘Photonen-Monte-Carlos’ ein und führt den in Formel 5.1 beschriebenen Schritt hin zu Photoelektronen aus. Das Ausgabeformat der Detektor-Simulation ist identisch zum Datenformat (FPACK [79]). Dadurch wird der dritte Schritt der Analyse der Monte-Carlo-Ereignisse wesentlich vereinfacht, da dieselben Analyseprogramme wie für Daten verwendet werden können.

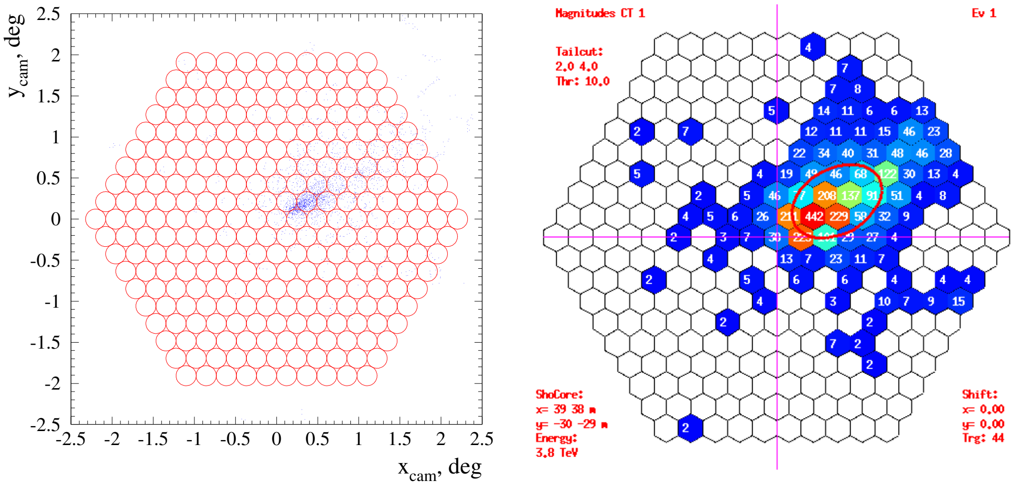

Abbildung 5.3: Die Abbildung eines Luftschauers in die Kameraebene eines Čerenkov-Teleskops. Links sind die Čerenkov-Photonen (ohne Absorption) bereits in das Kamera-Bezugssystem transformiert. Rechts ist derselbe Schauer nach erfolgter Detektor-Simulation im Kamera-System dargestellt.

Abbildung 5.3 veranschaulicht die Umsetzung der Photonen eines Luftschauers in Photoelektronen innerhalb einer Kamera-Matrix eines Čerenkov-Teleskopes durch die Detektor-Simulation.

5.3 Die Detektor-Simulation

In diesem Abschnitt wird die Umsetzung der neuen Detektor-Simulation beschrieben. Dabei wird besonders auf die Erfordernisse einer an das Datennahmesystem (DAQ; *data acquisition system*) des Experiments angepaßten Simulation eingegangen.

5.3.1 Atmosphäre

Eine genaue Kenntnis der Atmosphäre ist für die abbildende atmosphärische Čerenkov-Technik besonders wichtig. Die Änderung des Brechungsindexes mit der Höhe hängt von der Änderung der atmosphärischen Dichte als Funktion der Höhe in der Atmosphäre ab. Damit ändert sich mit einer Änderung des Dichteprofils die Čerenkov-Lichtausbeute.

Die in der Monte-Carlo-Simulation tabellierten Werte für Druck, Dichte, Rayleigh- und Mie-Streuung entstammen ursprünglich den Veröffentlichungen von [80] bzw. [81].

Ein grundlegendes Problem für eine Monte-Carlo-Simulation, die die Atmosphäre berücksichtigen muß, ist, daß die Luftschichten über dem Experiment hochveränderlich sind. Diese Änderungen treten nicht nur von Jahr zu Jahr, sondern auch mit den Jahreszeiten auf. In manchen Aspekten der Atmosphäre finden sich sogar dramatische Änderungen auf Tagesbasis, z. B. können sich die Ozon- und Wasserdampfkonzentration stündlich ändern (vgl. hierzu [82]).

Das 'Izana Global Atmospheric Watch Observatory' (GAW) in Santa Cruz, Teneriffa führt seit November 1992 fast täglich Messungen der Ozonkonzentration und anderer für unsere Simulation relevanten Größen durch. Diese Meßdaten, nach Jahreszeiten aufgegliedert, wurden uns freundlicherweise zur Verfügung gestellt [83].

Desweiteren führt das 'Carlsberg Automatic Meridian Circle' (CAMC) Observatorium auf La Palma Messungen der atmosphärischen Extinktion mit Meßpunkten aus mehr als 30 Sternen pro Nacht durch.

Damit besitzen wir wertvolle Messungen der für die Simulation der atmosphärischen Transmission relevanten Größen. Die in der Simulation verwendeten Werte werden im folgenden mit diesen Messungen verglichen.

Wo uns keine verläßlichen Meßgrößen vorlagen, haben wir auf andere Modelle zurückgegriffen. Besonders wurde das MODTRAN-Programm, eine Standard-Software zur Berechnung der atmosphärischen Transmission, patentiert für die US-Air-Force Phillips Laboratories, verwendet. MODTRAN enthält neben der US-Standard-Atmosphäre von 1976 [84] noch 5 weitere Atmosphärenmodelle, unter anderem für tropische Breiten. Für Details der in MODTRAN implementierten Atmosphären siehe [85]. Es berücksichtigt zahlreiche Spurengase (O_3, CO_2, NO_x etc.) sowie Einflüsse durch Vulkanstaub und Regenwolken.

Zusammensetzung

Die Atmosphäre setzt sich in der Simulation aus 1/5 O_2 und 4/5 N_2 zusammen. Dies führt zu einer mittleren Massenzahl $A = 14.6$ sowie der Kernladungszahl $Z = 7.3$ für Luft.

Druck- und Dichteprofil

Besonders großen Einfluß auf die Čerenkov-Lichtausbeute eines Luftschauers hat das Dichteprofil der Atmosphäre, da dieses direkt in den Brechungsindex $n(h) \propto \rho(h)$ eingeht.

Die Abbildung 5.4 vergleicht Druck-Messungen des GAW-Programms mit den Modellannahmen der US-Standard-Atmosphäre 1976, dem MODTRAN-Modell für eine tropische Atmosphäre und dem im Monte Carlo implementierten Modell.

Aus den GAW-Meßwerten erkennt man deutliche jahreszeitliche Schwankungen. Im Sommer ist der Druck am größten, im Winter am geringsten. Dieser Unterschied wird wesentlich durch die veränderliche Lage der Tropopause bestimmt. Zwischen den Extremen Sommer und Winter beträgt der Unterschied in der Dichte weniger als 5% bei gleicher Höhe.

Die US-Standard-Atmosphäre von 1976 liegt deutlich unter dem gemessenen Druckverlauf. Der relative Unterschied zwischen der Sommer-Atmosphäre und der US-Standard-Atmosphäre beträgt maximal 10% bei gleicher Höhe.

Die in MODTRAN implementierte tropische Atmosphäre beschreibt dagegen den Druckverlauf der Sommer-Atmosphäre sehr gut.

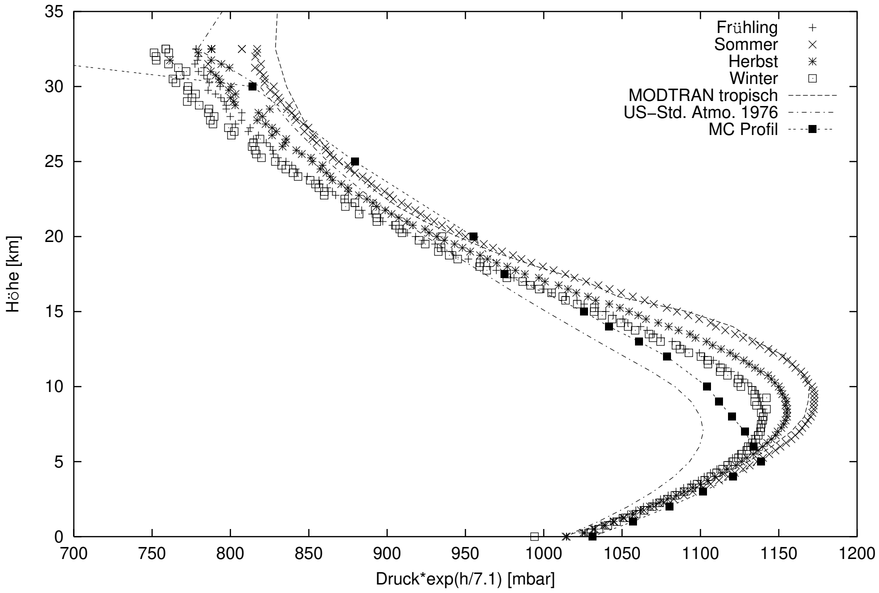

Abbildung 5.4: Dargestellt ist die Abhängigkeit des Druckes in der Atmosphäre von der Höhe für verschiedene Modelle und die Messungen des GAW. Der Druck wurde dabei mit einem höhenabhängigen Faktor multipliziert. Unser Modell ist mit MC-Profil gekennzeichnet. Ebenfalls verglichen werden das MODTRAN-Modell für tropische Breiten und die US-Standard-Atmosphäre.

Wichtiger noch als der Druckverlauf in der Atmosphäre ist das Dichteprofil. Aus gegebenem Druck und Temperatur läßt sich für ein ideales Gas leicht die Dichte berechnen. In Abbildung 5.5 werden die Meßwerte des GAW-Programmes mit den Werten aus unserer Simulation verglichen.

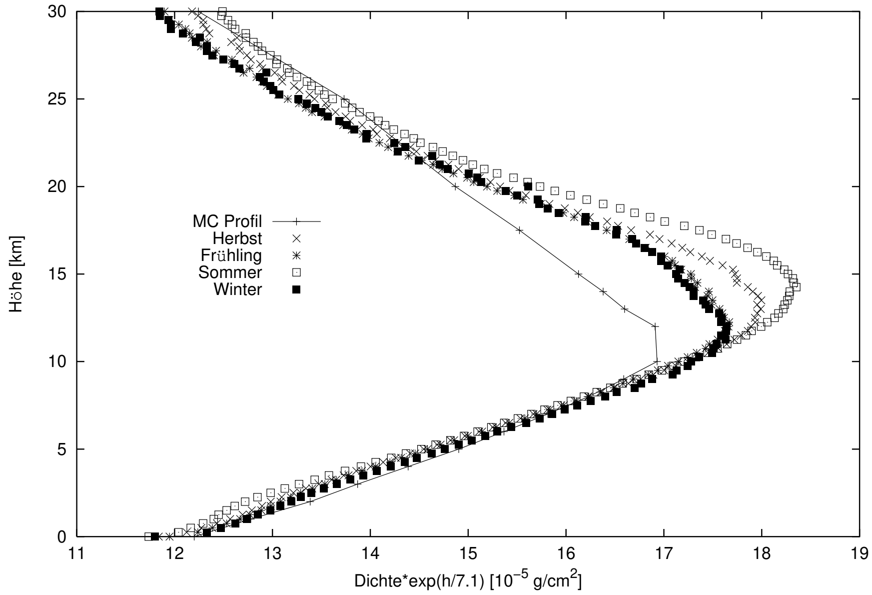

Abbildung 5.5: Dargestellt ist die Abhängigkeit der Dichte in der Atmosphäre von der Höhe für unser Simulationsmodell und die Messungen des GAW. Die Dichte wurde dabei zur Verdeutlichung mit einem höhenabhängigen Faktor multipliziert.

Oberhalb von 10 km treten große Abweichungen des Modells von den gemessenen Werten auf. Ebenfalls sind die Schwankungen zwischen den Jahreszeiten deutlich sichtbar.

In dem für die Čerenkov-Technik interessanten Bereich unterhalb von 10 km ergeben sich sehr kleine Abweichungen zwischen den gemessenen Werten und den in der Simulation verwendeten Dichtewerten. Die Abweichungen liegen in der maximalen Größenordnung von 3%.

Ozon

Die Hartley-Absorptionsbande des Ozons in der Atmosphäre bei etwa 260 nm schneidet das Spektrum der Čerenkov-Strahlung unterhalb 300 nm praktisch ab. Diese Absorption hat von allen Absorptionsprozessen den stärksten Einfluß auf das Čerenkov-Licht.

Die Ozonschicht über La Palma hat eine Höhe von etwa 10 bis 35 km, und variiert stark mit den Jahreszeiten.

Die hohe Variabilität der Ozonkonzentration (auch auf Stundenskalen) limitiert grundsätzlich die erreichbare Genauigkeit einer Monte-Carlo-Simulation. Nicht nur die Verteilung des Ozons variiert stark mit den Jahreszeiten, auch die Gesamtmenge an Ozon ist jahreszeitlichen Schwankungen unterworfen. Tabelle 5.2 zeigt die jahreszeitlichen Mittelwerte des GAW-Meß-Programms.

US-Standard	Frühling	Herbst/Winter	Winter 92-93/94-95
350 DU	320 DU	260-270 DU	240 DU

Tabelle 5.2: Vergleich zwischen der Säulenhöhe des Ozons der US-Standard-Atmosphäre und der Messungen aus [83] für Teneriffa. 1 DU bedeutet 1 Dobson Unit (vgl. Anhang B).

In Abbildung 5.6 werden die seit 1992 gemessenen Säulenhöhen dargestellt. Man erkennt deutlich die jahreszeitlichen Schwankungen der Gesamtmenge an Ozon.

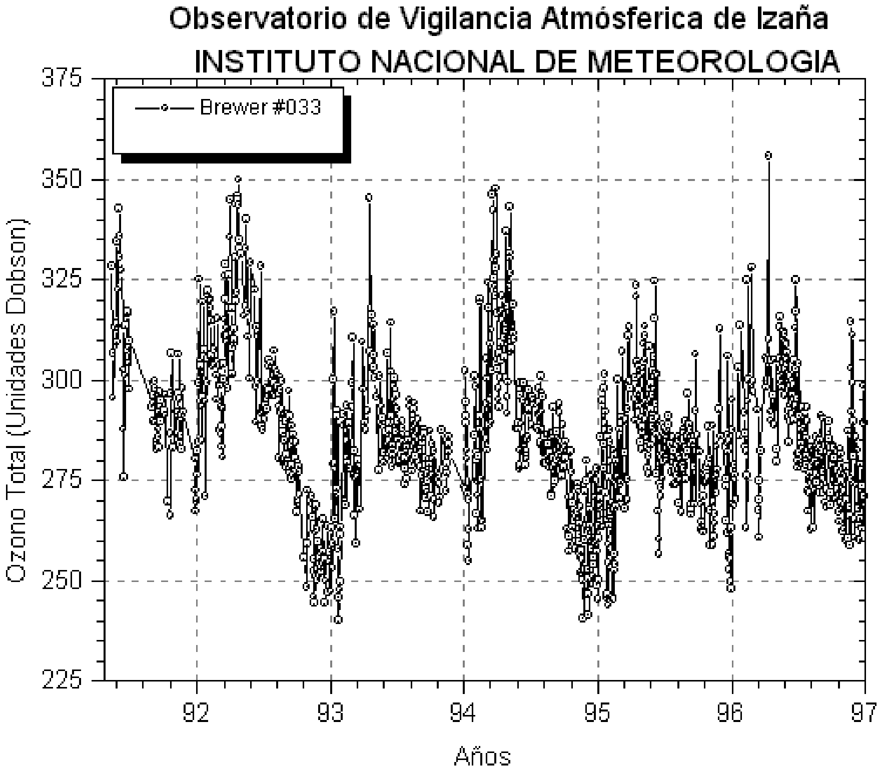

Abbildung 5.6: Variation der Säulenhöhe des Ozons über den kanarischen Inseln seit 1992.

Die Verteilung des Ozons in der Atmosphäre wird in Abbildung 5.7 dargestellt. Keines der beiden Modelle MODTRAN-Tropisch und US-Standard-Atmosphäre beschreiben den gemessenen Verlauf der Ozonkonzentration in der unteren Troposphäre gut.

Bemerkenswerterweise stimmt das in unserer Simulation verwendete Modell bis auf weniger als 5% mit den Sommer-Meßpunkten überein. In jedem Fall sind die Abweichungen von den Meßwerten verglichen mit der hohen Variabilität der Ozonkonzentration gering.

Die prinzipielle Genauigkeitsgrenze ist durch die hohe Variabilität der Ozonschicht

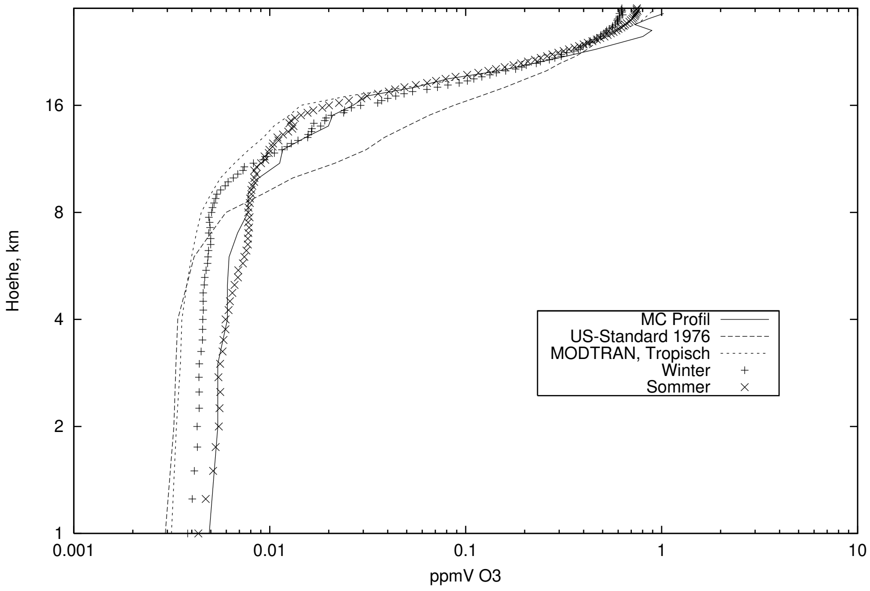

Abbildung 5.7: Verteilung des Ozons in der Atmosphäre für unser Modell (MC-Profil) und Meßdaten für Sommer und Winter in Einheiten des Mischungsverhältnisses von O_3 in ppmV, (Teile pro Million bezogen auf das Luft-Volumen). Ebenfalls eingezeichnet ist das MODTRAN-Modell und die US-Standard-Atmosphäre von 1976.

gegeben. Die damit zusammenhängende Ungenauigkeit der Photonenausbeute liegt für jeden Schauer in der Größenordnung von 5%.

Rayleigh- und Mie-Streuung

Die Streuung an Molekülen (Rayleigh) oder an Staub- und Aerosolteilchen (Mie) übt einen starken Einfluß auf die Transmission der Atmosphäre für Čerenkov-Licht aus.

In Abbildung 5.8 werden gemessene Werte der Transmission (Staubfreie Nächte: [86], [82] und CAMC-Messungen: [87]) mit der sich aus unserer Simulation durch Rayleigh- und Mie-Streuung sowie Ozon-Absorption ergebenden Transmission verglichen.

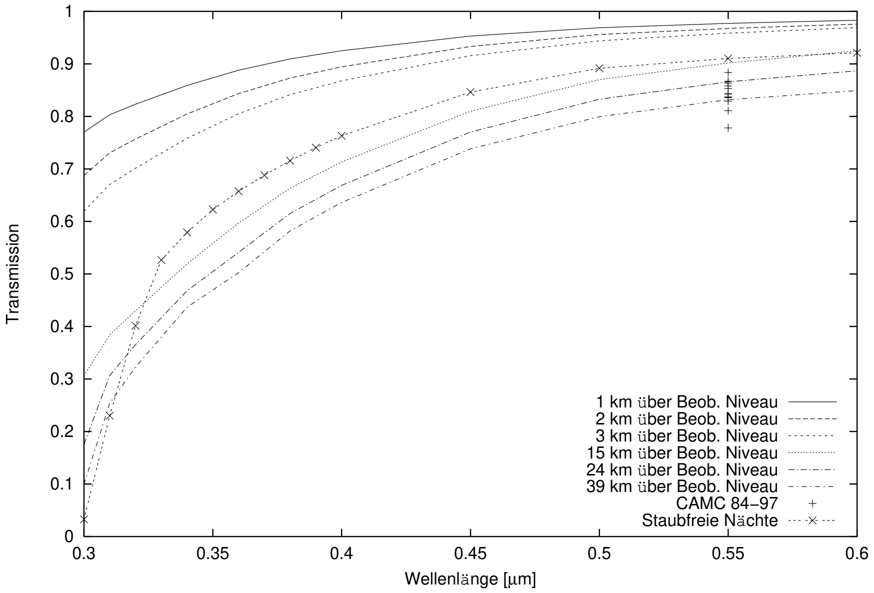

Abbildung 5.8: Berechnete Transmissionen aus unserem Modell in Abhängigkeit von der Wellenlänge für verschiedene Emissionshöhen über Beobachtungsniveau. Ebenfalls angegeben sind die CAMC-Messungen bei 550 nm für die Jahre 1984 bis 1997 sowie das CAMC-Modell für Aerosol-freie Nächte.

Das CAMC mißt die Transmission von Sternenlicht durch die Atmosphäre im sogenannten Johnson-V-Band, entsprechend 550±68 nm. Der Einfluß der gesamten Atmosphäre über dem Observatorium kommt dabei zur Geltung.

Die gemessene Transmission im Johnson-V-Band stimmt im Rahmen der jährlichen Variabilität gut mit der Transmission überein, die sich aus unserem Modell ergibt.

Das Modell für Aerosol-freie Nächte paßt allerdings nur schlecht an unser Modell. Wir verwenden aber typische Werte für Rayleigh- und Mie-Streuung, die der Aerosol-Verteilung über La Palma in staubfreien Nächten nicht entsprechen. Das erklärt die große Diskrepanz, die aber nicht wesentlich für die Simulation ist, da sich im allgemeinen immer Staub in der Atmosphäre befindet. Der einzige wirklich verläßliche Meßpunkt ist die CAMC-Messung bei 550 nm. Da stimmen Modell und Messung sehr gut überein.

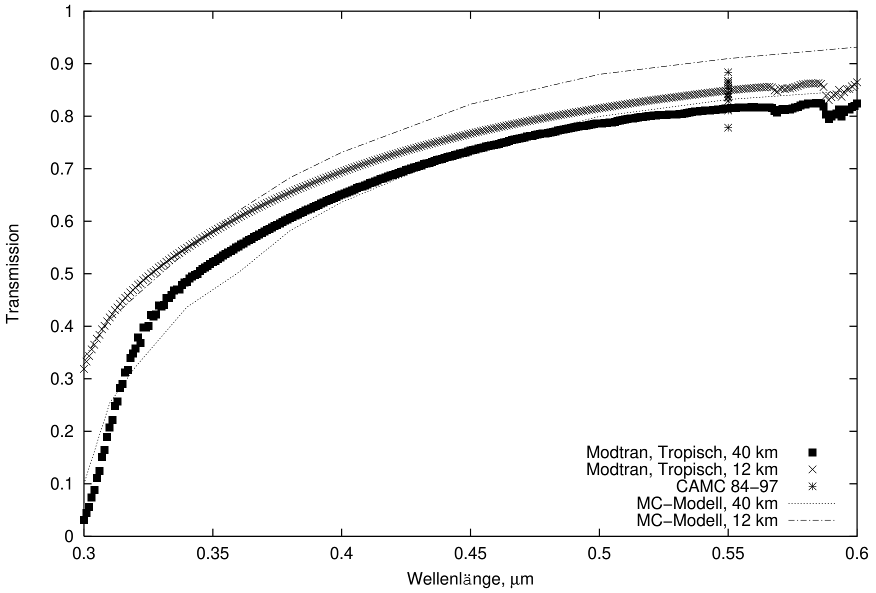

Abbildung 5.9: Vergleich der Transmission für verschiedene Modelle. Das von uns verwendete Modell ist als MC-Modell gekennzeichnet. Eingezeichnet sind Modellrechnungen für MODTRAN sowie unserer Simulation für verschiedene Emissionshöhen (12 und 40 km). Ebenfalls eingezeichnet sind wieder die CAMC-Messungen im V-Band.

In [88] wird darauf hingewiesen, daß die Wellenlängenabhängigkeit der atmosphärischen Transmission für die Wellenlängenbereiche U (365±68 nm), B (440±98 nm) und V nicht der naiven Erwartung für Mie-Streuung entspricht.

Das CAMC-Modell [82] der atmosphärischen Extinktion, angepaßt an die Bedingungen am Ort des Experimentes für den Spektralbereich von 3000 bis 11000 Å zeigt eine gute Übereinstimmung zu den Messungen am Roque de Los Muchachos.

Das CAMC-Modell berücksichtigt drei Hauptbeiträge zur Extinktion:

1. Die Wellenlängen- und Höhenabhängigkeit der Extinktion durch Rayleigh-Streuung (h=2.369 km für das ORM): $A_{\mathrm{Ray}}(\lambda, h)$.
2. Die Extinktion hervorgerufen durch Molekül-Absorption (im besonderen Ozon-Absorption, Wasserdampf wird vernachlässigt): $A_{\mathrm{Oz}}(\lambda)$.

Damit ergibt sich der Gesamt-Extinktionskoeffizient zu

$$A(\lambda) = A_{\mathrm{Ray}}(\lambda, h) + A_{\mathrm{Oz}}(\lambda) \tag{5.2}$$

für Aerosol-freie Nächte. Diese Näherung wurde mit Messungen verglichen und bestätigt [88].

Um auf die Gesamt-Extinktion zu korrigieren, muß aber der Einfluß von Aerosol-Streuung berücksichtigt werden. In einer technischen Notiz [88] des ‘Royal Greenwich Observatory’ für La Palma wurde festgestellt, daß die Streuung an Staubteilchen in erster Näherung nur schwach von der Wellenlänge abhängt:

$$A_{\mathrm{Aer}}(\lambda) \propto \lambda^{-\alpha} \,\mathrm{mit}\, |\alpha| < 0.02. \tag{5.3}$$

Damit läßt sich der Einfluß der Streuung an Staubteilchen auf die Extinktion leicht berücksichtigen. Der CAMC-Meßwert $A_{\mathrm{CAMC}}(V)$ im V-Band ermöglicht die Berechnung der Extinktion durch Staub im V-Band. Wegen der schwachen Wellenlängenabhängigkeit bei der Wellenlänge λ ergibt sich einfach:

$$\begin{aligned} A_{\mathrm{Aer}} &= A_{\mathrm{CAMC}}(V) - A(V)\ , && (5.4) \\ A_{\mathrm{Gesamt}}(\lambda) &= A(\lambda) + A_{\mathrm{Aer}} && (5.5) \end{aligned}$$

Aus der schwachen Wellenlängenabhängigkeit der Staub-Extinktion läßt sich auch schließen, daß die Teilchen, die die Extinktion im ‘farbigen’ (B-V) Spektralbereich verursachen, wesentlich größer als 550 nm sein müssen. Eine Messung an einer Sahara-Staub-Probe, die auf La Palma genommen wurde, ergab folgenden Befund [89]: der Staub besteht aus ‘orangen oder gelben, quartz-ähnlichen, abgerundeten Teilchen der Größe 20 bis 60 μm’. Es konnten sogar Pflanzenreste nachgewiesen werden.

Die Aerosole zeigen eine wesentlich andere Größenstruktur, in [82] als ‘desert-dust-like’ bezeichnet, als in den verfügbaren Modellen für Aerosole angenommen wird. Das MODTRAN-Programm verwendet eine höhenabhängige Größenverteilung und chemische Zusammensetzung der Aerosolpartikel. Das Aerosol-Modell unserer Simulation skaliert die Extinktionskoeffizienten einfach mit der Dichte der Atmosphäre.

Abbildung 5.9 zeigt in einem Vergleich zwischen MODTRAN und unserem MC-Modell die Wellenlängenabhängigkeit der Transmission für verschiedene Höhen. Man erkennt deutliche Unterschiede zwischen den Modellen, aber im V-Band eine gute Übereinstimmung mit den Messungen für jedes Modell.

MODTRAN berücksichtigt noch die Wasser-Absorptionslinien. In unserem Modell wird die Absorption durch die Wasserbanden vernachlässigt, da die Wasserdampfkonzentration so stark variabel ist, wodurch keine verläßlichen Aussagen getroffen werden können (vergleiche [82]). Der größte Einfluß durch Wasserabsorption tritt jenseits von 700 nm auf.

In Abbildung 5.10 werden noch die gemessenen Transmissionen im Jahreslauf dargestellt. Man erkennt deutlich den Einfluß des Sahara-Staubes in den Sommermonaten [89] und den Einfluß der Explosion des Vulkans Pinatubo (Philippinen) im Jahre 1991.

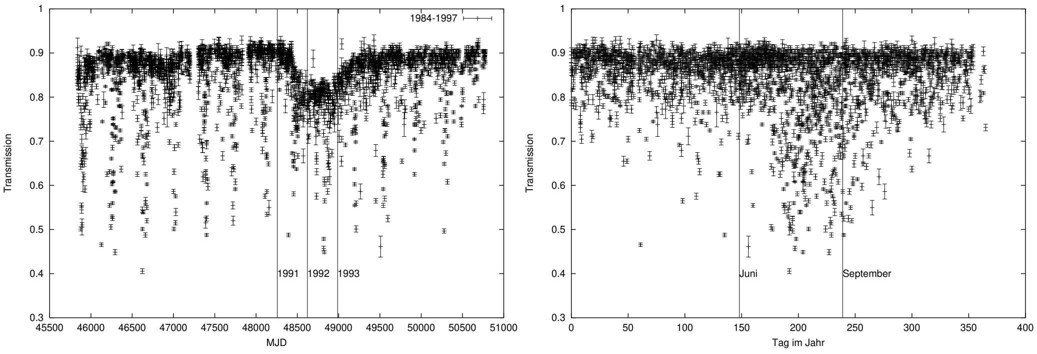

Abbildung 5.10: CAMC-Transmissionsmessungen seit 1984, links aufgetragen gegen das modifizierte julianische Datum (MJD) und rechts gegen den Tag im Jahr (für die Jahre 1984 bis 1997 übereinandergelegt). Links erkennt man den langanhaltenden Einfluß der Pinatubo-Eruption. Rechts erkennt man das deutliche Absinken der Transmission bis unter 50% zwischen den Tagen 150 bis 260, beginnend etwa Juni bis über den September jeden Jahres hinaus, verursacht durch Sahara-Staub.

In [88] wird festgestellt, daß sich die Extinktion im U-Band in staubreichen Nächten nur geringfügig von der Extinktion in staubfreien Nächten unterscheidet. Im V-Band dagegen sind drastische Variationen festzustellen.

Es war nicht möglich, aus den Datenraten des Teleskop-Systems eventuelle Abhängigkeiten von der Extinktion abzuleiten. Dabei spielen vor allem Auswahleffekte eine Rolle. In schlechten Nächten wird nicht beobachtet. Oder es wird trotzdem mit den Teleskopen beobachtet, dann liefern die CAMC-Beobachter aber keine Werte, weil es für optische Astronomie zu schlechte Bedingungen sind.

5.3.2 Abbildungsqualität der Spiegel

Die Abbildungsqualität der Spiegel beeinflußt unmittelbar die Bildqualität in der Kameraebene.

Zur Simulation der durch die Abbildungseigenschaften der Spiegel verursachte Veränderungen der Bildqualität wurden zwei Möglichkeiten implementiert.

Die erste Möglichkeit verwendet eine empirisch ermittelte, über alle Teleskope gemittelte Funktion, die die Abhängigkeit der Breite der Punktaufweitungsfunktion (PSF; *Point Spread Function*) vom Winkel des Čerenkov-Photons zur optischen Achse beschreibt. Die Punktaufweitungsfunktion beschreibt die mittlere Aufweitung des Bildes eines punktförmigen Objektes, im allgemeinen eines Sterns, durch ein optisches System. Das Bild eines Sterns wird durch das optische Abbildungssystem, in unserem Fall die Spiegel, auf einen Lichtfleck abgebildet. Dieser Lichtfleck kann durch eine sphärisch-symmetrische Gauß-Verteilung angenähert werden. Dadurch werden in erster Näherung die optischen Eigenschaften der Spiegel gut wiedergegeben. Auftretende Verzerrungen oder Asymmetrien (Fehl- bzw. Dejustierungen einzelner Spiegel, aber auch intrinsische Eigenschaften des Spiegel-Designs) werden dadurch vernachlässigt. Details der Abbildungsqualitäten von Čerenkov-Teleskopen können in [90] und [91] nachgelesen werden.

Die Breite der PSF in Abhängigkeit vom Winkel (in °) des Photons zur optischen Achse ist experimentell zugänglich. Der in der Simulation verwendete Zusammenhang lautet:

$$\sigma_{\mathrm{psf}} = 0.045 + 0.003 \cdot \theta^2. \tag{5.6}$$

Eine zweite Möglichkeit, die realen Abbildungseigenschaften der Spiegel in der Simulation zu berücksichtigen, liefert eine Strahlverfolgungsroutine (*Raytracing Routine*). Das Raytracing hat die Möglichkeit, mit einer realen individuellen Spiegelkonfiguration (Position, Fokallänge, Verkippung, PSF einzelner Spiegel) die gesamte Abbildung zu modellieren. Nachteil dieser Methode ist allerdings ein erheblich gesteigerter rechnerischer Mehraufwand, weil jedes einzelne Photon auf seinem gesamten Weg durch das Teleskop verfolgt wird. Dazu sind eine Reihe von Koordinatentransformationen notwendig. Außerdem kann nicht für jede mögliche Konfiguration eine neue Simulationssequenz gestartet werden, da die Konfiguration der Spiegel regelmäßigen Änderungen durch De- und Neujustierungen unterworfen (vergleiche [92]) ist.

Solange sich aber kein signifikanter Unterschied zwischen der geometrischen Raytracing und der gröberen PSF-Methode zeigt, rechtfertigt sich die Benutzung der schnelleren Methode von selbst.

Abbildung 5.11 zeigt einen Vergleich des *Width*-Parameters für das PSF-Modell mit der σ_{psf} Abhängigkeit aus Gleichung 5.6 und dem geometrischen Raytracing-Verfahren für γ- und Protonen-induzierte Schauer. Beide Modelle zeigen eine gute Übereinstimmung.

Das Davies-Cotton-Design [93] der Spiegelmontierung bedingt, daß Photonen vom Rand des Spiegelträgers zeitlich verzögert gegenüber Photonen vom Zentrum des Spiegelträgers eintreffen. Diese Anisochronizität wurde nicht in der Simulation berücksichtigt. Die Größenordnung dieses Effektes liegt allerdings bei weniger als 3 ns und erweist sich letztlich als unkritisch für die Trigger- und FADC-Simulation.

Ein Faktor, der die Anzahl an Photonen beeinflußt, die letztlich die Kamera erreichen, ist die Reflektivität der Spiegel in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Für die Reflektivität der Spiegel wurden Meßwerte aus [66] verwendet. Die Reflektivität einzelner Spiegel zeigt Alterungserscheinungen, die in erster Näherung ebenfalls nicht berücksichtigt wurden.

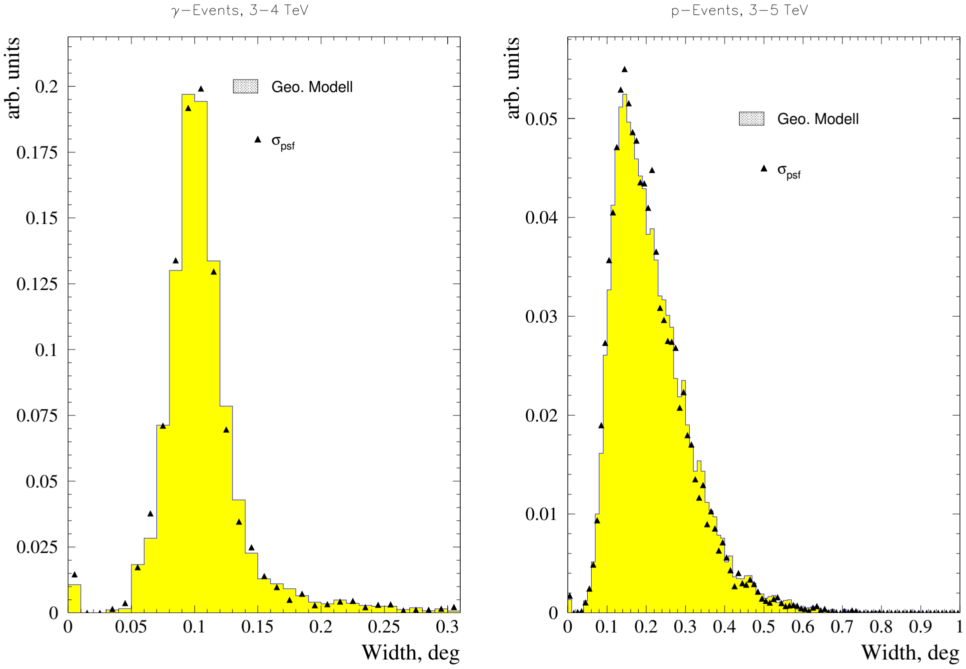

Abbildung 5.11: Vergleich des *Width*-Parameters für das einfache PSF-Modell mit dem aufwendigeren Raytracing-Verfahren. Sowohl bei γ-Schauern als auch bei Protonen-Schauer erkennt eine exzellente Übereinstimmung.

Funnel Transparenz

Hat ein Photon den Spiegel passiert, trifft es auf eine Plexiglasplatte, die der Abdeckung der offenen Lichtleiter, der Funnels, dient. Die Transmission der Kombination aus Plexiglasabdeckung und Funnels wurde aus [73] entnommen und beträgt 81%.

Die Transparenz der Lichtleiter hängt auch vom Einfallswinkel der Photonen in den Lichtleiter ab. Photonen, die unter Winkeln größer als 20° einfallen, werden reflektiert. Der maximal mögliche Einfallswinkel für Photonen vom Rand des Spiegelträgers liegt aber aus geometrischen Gründen (gegeben durch die Größe des Spiegelträgers und der Fokallänge des Teleskops) in dem Bereich, in dem die Transparenz der Funnels konstant ist.

5.3.3 Photomultiplier-Simulation

Die im Experiment verwendeten Photomultiplier sind in einem Wellenlängenbereich von 300 bis 600 nm empfindlich. Die Quanteneffizienz beträgt im Mittel etwa 14%, durch die Form der Wellenlängenabhängigkeit des Čerenkov-Lichts ergibt sich bei Mittelung über ein Čerenkov-Spektrum ($\approx \lambda^{-2}$) eine Gesamteffizienz von etwa 18%.

Die Werte für die Quanteneffizienz der Photomultiplier wurden aus dem Katalog der Herstellerfirma abgelesen.

In Abbildung 5.12 sind die tabellierten Werte der Spiegel-Reflektivität, der Funnel- und Plexiglas-Transparenz und der Quanteneffizienz zusammengefaßt.

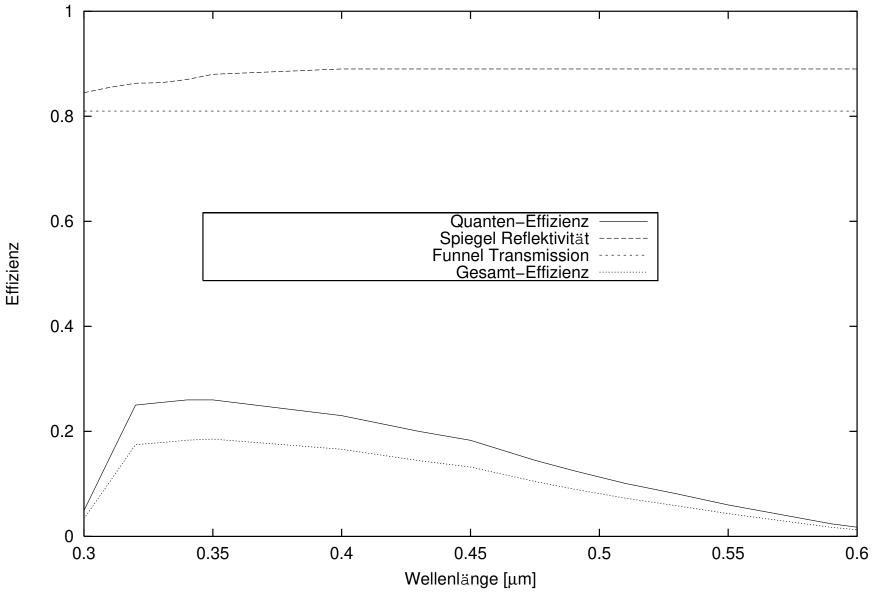

Abbildung 5.12: Darstellung der relevanten Detektor-Effizienzen und der sich daraus ergebenden Gesamt-Effizienz. Die Gesamt-Detektor-Effizienz beträgt im Mittel (für ein Čerenkov-Spektrum) etwa 12%.

Wesentliche Quelle für Einzel-Pixel-Trigger sind nicht Ereignisse mit vielen Photoelektronen, sondern vielmehr durch Nachthimmelslicht erzeugte Signale, deren Nachpulse hohe Photoelektronenzahlen erzeugen. Dadurch wird die Teleskop-Trigger-Rate wesentlich bestimmt.

Wie in [72] beschrieben, führen durch ionisierte Atome des Restgases erzeugte Nachpulse zu zeitlich gegenüber dem prompten Signal deutlich getrennten Einzel-Pixel-Triggern.

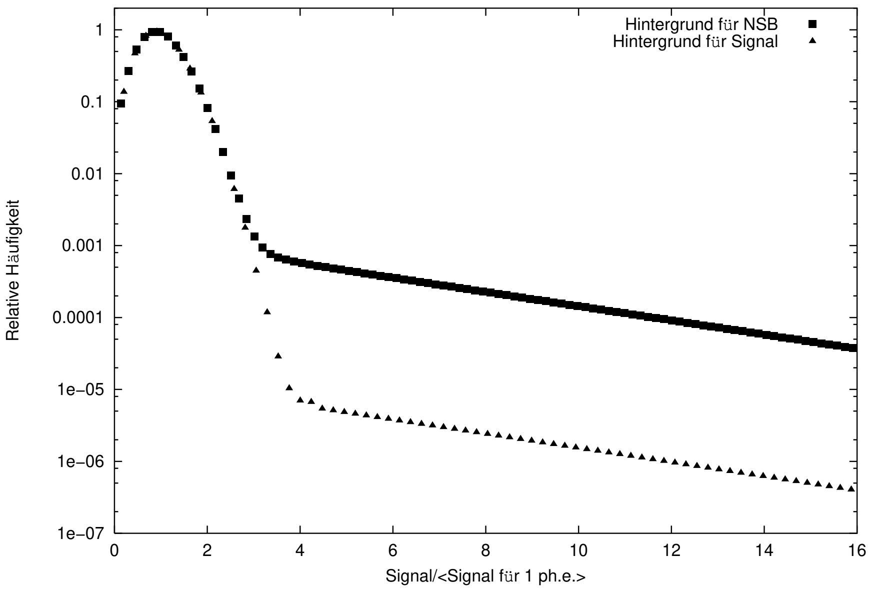

Abbildung 5.13: Darstellung der Einzel-Photoelektronen-Antwort in der Normierung auf die mittlere Anzahl an Photoelektronen. Ein Photoelektron löst im Mittel eine der Verstärkung an der Dynode proportionale Anzahl an Sekundär-Elektronen aus. Durch die statistische Natur des Verstärkungsprozesses ergibt sich eine Verteilung um den Mittelwert der Verstärkungskette. Die Nachpulse mit einer hohen Anzahl an Photoelektronen werden für Photonen des Nachthimmelslichts 100 mal häufiger simuliert.

In der Simulation wurden die Photonen des Nachthimmelslichts (NSB-Photonen) mit einer anderen Einzel-Photoelektronen-Antwort simuliert als die Photonen des Schauers. Die Nachpulse treten zeitlich deutlich getrennt vom prompten Signal auf, können daher in ihrer Bedeutung dafür vernachlässigt werden.

Die Simulation ermittelt für jedes ankommende Photon eine der Verteilung aus Abbildung 5.13 entsprechende Einzel-Photoelektronen-Antwort. Dabei wird unterschieden, ob es sich um Photonen des Nachthimmelslichts handelt oder um ‘Signal’-Photonen. Für ‘Signal’-Photonen spielen die Nachpulse mit hoher Amplitude durch die kurze Integrationszeit des FADC-Systems nur eine geringe Rolle.

Diese Kurven wurden aus Messungen abgeleitet. Alle verfügbaren Messungen verwendeten jedoch eine etwas andere Spannungsteilerkette am Photomultiplier und damit eine andere Verstärkungkette und wesentlich höhere Betriebsspannungen des PMs als im tatsächlichen Betrieb am Experiment.

Daher kann dieser Schritt in der Simulation nur als erste grobe Näherung betrachtet werden. Durch weitere Verbesserungen in dieser Richtung erwartet man aber keine wesentlichen Änderungen im Ergebnis der Simulation.

5.3.4 Auslese- und Triggerelektronik

Die Auslese- und Triggerelektronik wurde in ihren wesentlichen Punkten in der Simulation modelliert.

In Abbildung 5.14 wird ein Überblick über das in der Simulation verwendete Schema für den Trigger und die Ausleseelektronik gegeben.

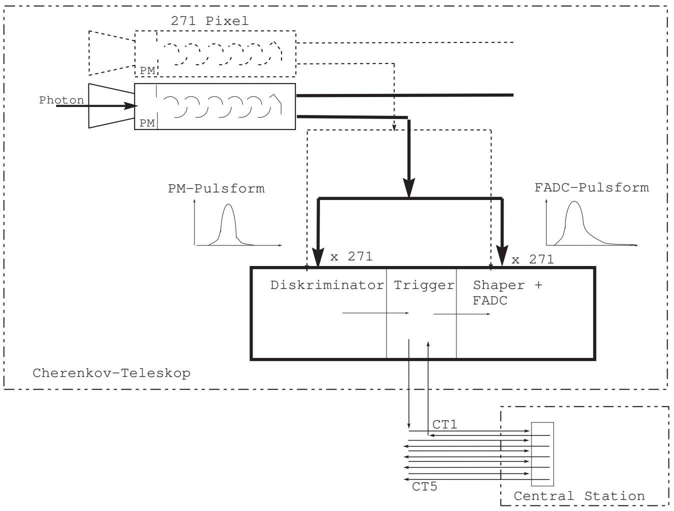

Abbildung 5.14: Skizze der in der Simulation implementierten Ausleseelektronik.

Das im Monte Carlo verwendete Schema ist im Vergleich zur realen Datennahme erheblich vereinfacht, versucht aber trotzdem die wesentlichen Eigenheiten des Multi-Teleskop-Triggers [94] zu erfassen und korrekt zu simulieren.

Ausgehend vom Photomultiplier wird das durch die in ihrer zeitlichen Folge ankommenden Photoelektronen erzeugte Signal des Schauers verwendet um a) den Trigger auszulösen und b) den Puls für die schnellen FADC's zu bilden.

Für den Trigger wird aus den Photoelektronen durch Überlagerung der als PM-Puls gemessenen Impulsantwort des Photomultipliers, unter Verwendung der Zeitinformation jedes Photoelektrons, ein Diskriminatorpuls erzeugt. Daraus leitet sich der Einzel-Teleskop-Trigger ab.

Gleichzeitig wird aus den zeitlich unterschiedlich ankommenden Photoelektronen ein FADC-Puls gebildet, der vom FADC abgetastet und digitalisiert wird.

Wesentlich neu in dieser Simulation ist hierbei die Ausnutzung der zeitlichen Information der Photonen, die bis zu den den Photomultiplier verlassenden Photoelektronen durchgetragen wird, um den Trigger und den FADC-Puls zu erzeugen.

Photonen des Nachthimmelslichtes erhalten ebenfalls eine Zeitinformation, die gleichverteilt innerhalb von 400 ns (beginnend etwa 150 ns vor dem Auslesefenster der FADC's) simuliert wird.

Da die Photomultiplier im Vergleich zur Digitalisierungszeit des FADC-Systems sehr schmale Pulse erzeugen, werden die PM-Pulse vor dem FADC durch sogenannte Pulsformer gestreckt. Das ist der Grund für die in Abbildung 5.14 dargestellten unterschiedlichen Pulsformen für das Trigger-Signal und das FADC-Signal.

FADC-Simulation

Die Verwendung eines FADC-Systems zur Digitalisierung der PM-Signale hat zwei wesentliche Aspekte für eine realistische Simulation. Zum einen muß die Simulation die experimentell bestimmte Pulsform des FADC's korrekt wiedergeben. Dies wird durch Verwendung der experimentell ermittelten Pulsform [95] aus Abbildung 5.15 als Modell-Puls für die Simulation sichergestellt.

Zum anderen erzeugen das Nachthimmelslicht und die Elektronik Schwankungen der Nullinie der FADCs, dem sogenannten Rauschen des *Pedestals*. Dieses Rauschen muß ebenfalls korrekt wiedergegeben werden.

Die Simulation gliedert sich daher natürlicherweise in zwei Bereiche. Zunächst wird für jeden FADC-Kanal die Schwankung der Nullinie ermittelt. Diese Schwankung setzt sich zum einen zusammen aus dem Rauschen, verursacht durch die Photonen des Nachthimmelslichts.

Diese Photonen erzeugen Photoelektronen, die wiederum einen FADC-Puls erzeugen, der nach dessen Digitalisierung ein korreliertes Rauschen über mehrere FADC-Zeitintervalle ergibt.

Der weitere Beitrag zu den Schwankungen ist das elektronische Rauschen, welches für jeden FADC-Zeittakt unabhängig simuliert wird.

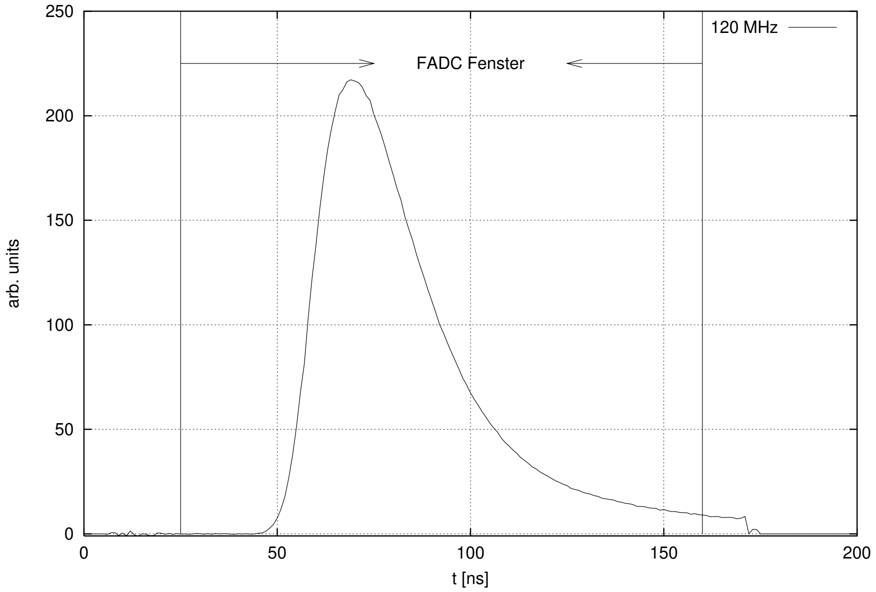

Abbildung 5.15: Modell-Puls für die Simulation des 120 MHz-FADC-Systems nach Pulsformern.

Der Modell-Puls wurde aus den experimentellen Daten ermittelt [95]. Zudem wurde auf die relative zeitliche Phase zwischen dem Trigger-Signal, das den FADC stoppt, und dem FADC-Takt korrigiert. Diese Phase wird in der Simulation wieder erzeugt.

Die Ankunftszeitverteilung von Photonen innerhalb eines Pixels ist sehr schmal. Mit einer Breite von ≈ 1 ns ist sie deutlich geringer als die Intervallbreite des 120 MHz FADC-Systems. Damit kann die Näherung, daß die Photoelektronen, die zur Gewinnung des Modell-Pulses aufsummiert wurden, gleichzeitig ankommen und nur eine vernachlässigbare Zeitverteilung besitzen, gerechtfertigt werden.

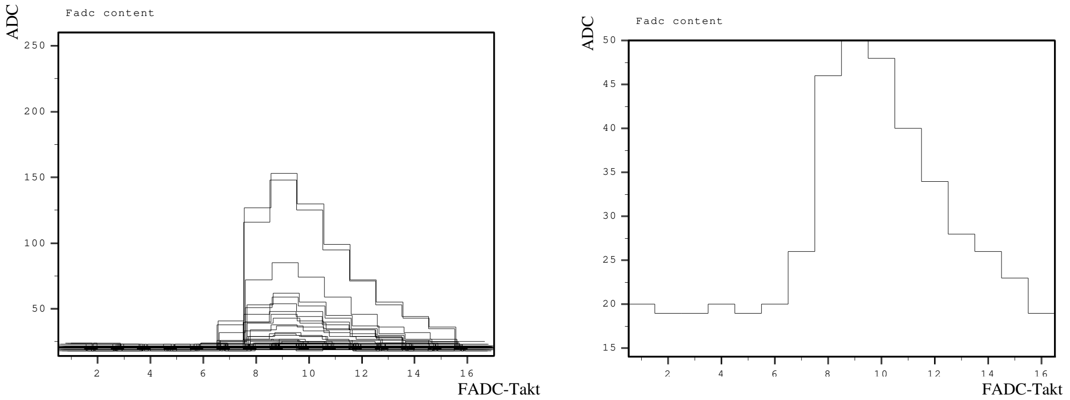

Abbildung 5.16: Simulierte FADC Pulse. Die Speichertiefe beträgt 16 Zeitintervalle, entsprechend für ein 120 MHz-System 133 ns. Für jedes Photoelektron wurde die Modell-Pulsform angenommen. Der Gesamtpuls ergibt sich dann aus der Überlagerung sämtlicher Photoelektronenpulse, verschoben jeweils um die Zeitdifferenz zum zeitlich ersten Photoelektron. Links wurde ein Kanal explizit ausgewählt.

Die Photonen des Luftschauers bilden wieder unter Benutzung ihrer Ankunftszeitverteilung den eigentlichen FADC-Puls.

Der simulierte, vom FADC mit einem dynamischen Bereich von 8 Bit digitalisierte und und mit 120 MHz abgetastete Signal-Puls und das Pedestal werden abschließend zusammengesetzt und als FADC-Puls abgespeichert. Abbildung 5.16 zeigt den überlagerten Inhalt mehrerer FADC-Kanäle für ein typisches simuliertes Ereignis.

Die Konvertierung von Photoelektronen in FADC-Kanäle liegt als weiterer Faktor vor. Gemessen wurde ein Verhältnis von 0.95 ph.e./FADC-Amplituden. In der Simulation wurde in guter Näherung mit 1 ph.e./FADC-Amplituden angenommen.

Nachthimmelslicht und elektronisches Rauschen

Die Helligkeit des Nachthimmels an einem bestimmten Ort setzt sich aus vielen natürlichen Beiträgen zusammen. Diese Beiträge stammen sowohl aus der Atmosphäre selbst als auch aus extraterrestrischen Quellen.

Folgende Beiträge zum Nachthimmelslicht lassen sich unterscheiden (vergleiche z. B. [96] oder [97]):

- Extragalaktisches Hintergrundlicht (EBL)

  entsteht durch Streuung von Sternenlicht an intergalaktischen Staubwolken.

- Integriertes Sternenlicht (ISL)

  entsteht durch die Vielzahl an Sternen.
- Diffuses galaktisches Licht (DGL)

  entsteht durch Streuung von Sternenlicht an galaktischen Staubwolken.
- Zodiakallicht (ZL)

  entsteht durch Streuung von Sonnenlicht an interplanetaren Staubwolken, die sich hauptsächlich in der Ekliptik befinden.
- Rekombinationsleuchten (‘Airglow’: AGL) und Aurora

  entsteht durch photochemische und physikalische Prozesse in der oberen Atmosphäre.
- Streulicht aus der Troposphäre der Erde

  wird durch oben genannte Prozesse durch Streuung an der Troposphäre verursacht.
- Durch Menschen verursachtes Streulicht liefert in den letzten Jahrzehnten einen deutlich ansteigenden Beitrag zum Nachthimmelslicht (LONS: *Light of the night sky*).

Die Helligkeit des Nachthimmels ist nicht nur interessant bezüglich seiner absoluten Größe, sondern besonders bezüglich seiner Lang- und Kurzzeit-Variabilität, die hauptsächlich durch “Airglow” und in geringerem Maße durch veränderliche Bedingungen in der Troposphäre erzeugt wird.

Der durch Nachthimmelslicht verursachte Fluß von Photonen wurde für einen Detektor mit begrenztem Gesichtsfeld am Ort des Experimentes auf La Palma gemessen [98]:

$$\mathrm{LONS} = (1.75 \pm 0.4) \cdot 10^{12} \mathrm{ph/m^2\,sr\,s}$$

Das entspricht ungefähr 1 ph.e./30 ns (oder 13 ± 3 ph.e./400 ns) unter den Annahmen von 89% Spiegel-Reflektivität, 81% Funnel Transmissivität (mit Plexiglas-Abdeckung), 20% Quanten-Effizienz und einem Bildfeld 0.25° (entsprechend einem überdeckten Raumwinkel von $1.5 \cdot 10^{-5}$ sr) und einer Spiegelfläche von 8.5 m^2 .

Die Helligkeit des Nachthimmels ist veränderlich von Nacht zu Nacht. Wie in [99] dargestellt, finden sich Variationen in der Stärke des Nachthimmelslichts zwischen einer klaren Nacht und einer bewölkten Nacht von bis zu 40%. Klare Nächte zeigen weniger LONS aufgrund der geringeren Einstreuungen durch Wolkenbedeckung des Himmels.

Die NSB-Photonen werden gemäß einer Poisson-Verteilung mit Mittelwert 15 für die vergangenen 400 ns vor dem Ende des FADC-Auslesefensters simuliert. Dadurch wird es möglich, die Schwankungen der Nullinie der FADC’s, die über das NSB korreliert sind, zu simulieren.

Bei der Simulation der Nullinien-Schwankungen wird berücksichtigt, daß nur die Fluktuationen, verursacht durch das NSB-Licht oder den Čerenkov-Lichtpuls, in das FADC-System eingekoppelt werden (AC-Kopplung). Die absolute Verschiebung der Nullinie, die durch die NSB-Photonen verursacht wird, gemittelt über einen langen

Zeitraum in der Größenordnung von Milli-Sekunden, liegt bei etwa 0.1 FADC-Amplituden pro FADC-Takt.

Bezogen auf diese Verschiebung werden die Fluktuationen des Pedestals aus den überlagerten Pulsen des Nachthimmelslichtes ermittelt (Abbildung 5.17).

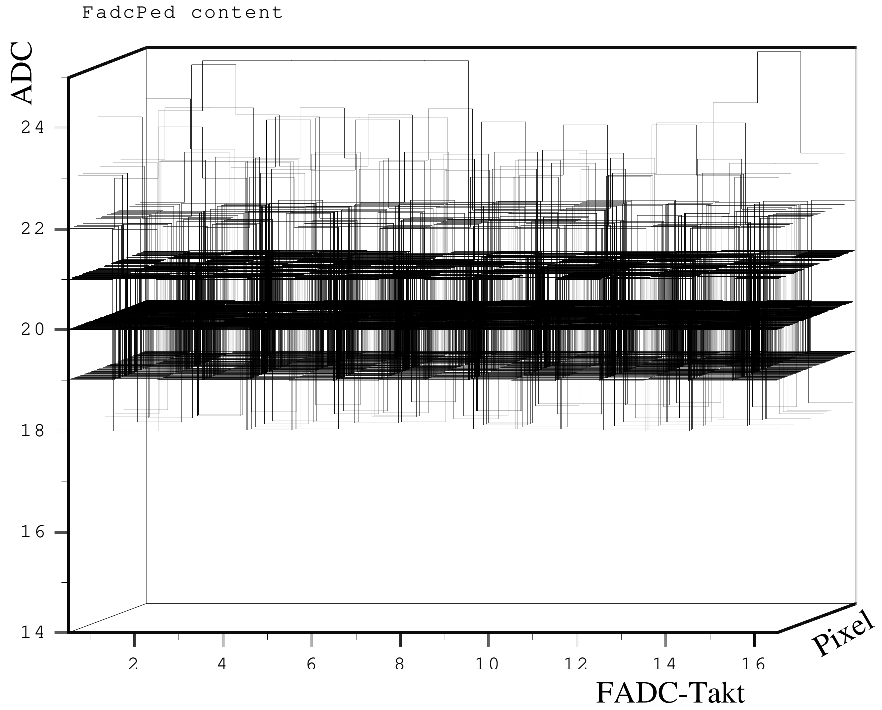

Abbildung 5.17: Darstellung des simulierten Rauschens der Nullinie des FADC-Systems für viele Pixel. Das Rauschen setzt sich zusammen aus NSB-Rauschen und elektronischem Rauschen. Die ungestörte Nullinie liegt bei 20 FADC-Kanälen.

Das elektronische Rauschen, d. h. die Schwankungen der Nullinie, die nicht durch äußere Einflüße erzeugt werden, sondern intrinsisch aus der Elektronik entstammen, wird ebenfalls simuliert.

Für jeden FADC-Zeittakt wird das elektronische Rauschen gemäß einer Gauß-Verteilung der experimentell ermittelten Breite [100] $\sigma_{\mathrm{EN}} = 0.5$ FADC-Amplituden gewürfelt.

In Abbildung 5.18 werden die experimentellen und simulierten Pedestal-Schwankungen verglichen. Man erkennt eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment.

Der Mittelwert und die Breite der experimentellen Verteilung werden gut reproduziert.

Wesentlich beeinflußt vom Nachthimmelslicht und elektronischen Rauschen ist die Anzahl der pro Ereignis ausgelesenen Pixel.

Sowohl in der Datennahme als auch in der Simulation wird eine identische Nullunterdrückung durchgeführt: es werden nur solche Pixel eines Teleskops ausgelesen, die innerhalb des Auslesefensters eine Amplitude über einer bestimmten Schwelle besit-

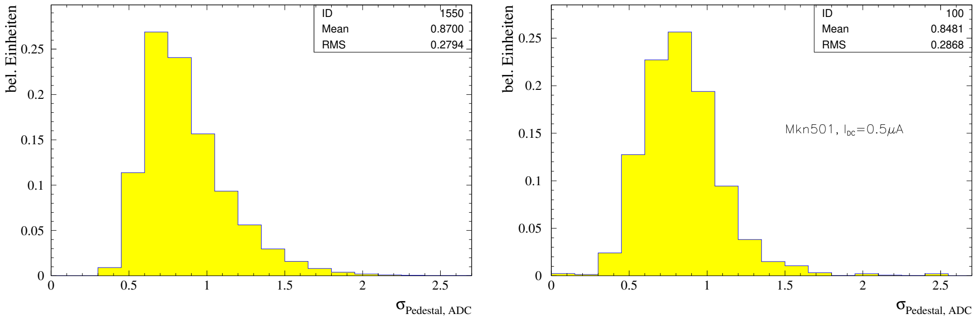

Abbildung 5.18: Vergleich der simulierten (links) und der experimentell (rechts) ermittelten Schwankungen des Pedestals. Es wurden Daten mit geringen Beiträgen durch integriertes Sternenlicht ausgewählt.

zen. Diese Schwelle wird üblicherweise hoch über das erwartete Rauschen des Pedestals gesetzt. In unserem Fall werden nur solche Pixel ausgelesen, die eine Amplitude im FADC von 1.5 ADC über dem Pedestal haben.

Vergleicht man in Abbildung 5.19 die Anzahl der ausgelesenen Pixel für getriggerte Teleskope (ungetriggerte Teleskope werden ebenfalls ausgelesen, aber von der Nullunterdrückung etwas anders behandelt), zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Daten.

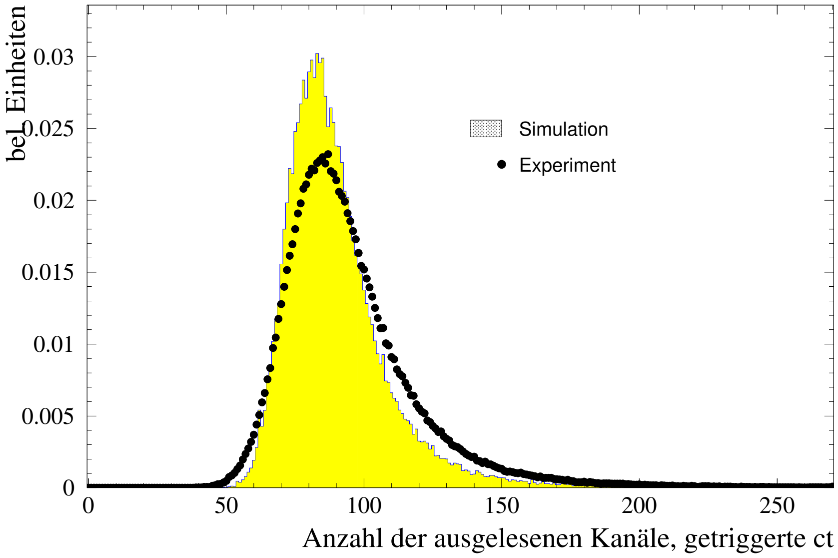

Abbildung 5.19: Anzahl der ausgelesenen Pixel in der Simulation und im Experiment.

Um vergleichen zu können, wie sensitiv die Anzahl der ausgelesenen Kanäle (und besonders die Breite der Verteilung) auf das Rauschen der Nullinie ist, wurden in Tabellen 5.3 und 5.4 die Mittelwerte und Breiten der Verteilung aus Abbildung 5.19 ermittelt. Ebenfalls berechnet wurden die Schwankungen des Pedestals.

NSB	Standard	+ 33%	+ 66%	+ 133%	- 14%
Mittelwert	82.7	104.5	120.2	144.7	71.7
Standardabweichung	12.1	11.7	11.2	10.4	12.9
$\sigma_{\mathrm{Ped.}}$	0.87	1.00	1.12	1.31	0.81
$\Delta\sigma_{\mathrm{Ped.}}$	0.28	0.32	0.35	0.41	0.26

Tabelle 5.3: Vergleich der Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilung der ausgelesenen Pixel und der Pedestal-Schwankungen für unterschiedlich eingestelltes Rauschen des NSB.

σ_{EN}	0.5	0.6	0.7	0.8	0.4
Mittelwert	82.7	97.0	110.1	124.8	79.9
Standardabweichung	12.1	12.3	11.9	11.8	12.4
$\sigma_{\mathrm{Ped.}}$	0.87	0.93	0.99	1.07	0.83
$\Delta\sigma_{\mathrm{Ped.}}$	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28

Tabelle 5.4: Vergleich der Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilung der ausgelesenen Pixel und der Pedestalschwankungen für unterschiedlich eingestelltes elektronisches Rauschen.

Man erkennt einen deutlichen proportionalen Zusammenhang zwischen den Mittelwerten und dem Rauschen, unabhängig ob NSB oder elektronisch verursachtes Rauschen. Die Breite der Verteilungen dagegen lassen sich durch das Rauschen kaum verändern.

Trigger-Simulation

Der Trigger gliedert sich in der Simulation wie im Experiment in zwei Teile. Zunächst wird ein Einzel-Teleskop-Trigger erzeugt, der dann zu einem System-Trigger führt.

Zur Erzeugung des Trigger-Signals in einem Einzel-Teleskop wird für jedes Pixel geprüft, ob die vom PM gelieferte Spannung eine bestimmte Schwelle überschritten hat. Im Experiment übernimmt ein sogenannter Diskriminator diese Aufgabe. In der Simulation wird dieser Vorgang wie folgt simuliert.

Aus den Photoelektronen wird unter Verwendung der Zeitinformation der einzelnen Photoelektronen ein Diskriminator-Puls geformt, der für die Triggerentscheidung verwendet wird. Überschreitet der Diskriminator-Puls eine Schwelle, wird ein Trigger ausgelöst. Diese Schwelle wurde nicht fest eingestellt, sondern mit einer gaußförmigen Verteilung der Breite 0.2 ph.e. um den Mittelwert von z. B. 8 ph.e. verschmiert (vergleiche Abbildung 5.20). Die Schwankung der Diskriminator-Schwellen in der realen Datennahme ist im allgemeinen größer und auch von Teleskop zu Teleskop unterschiedlich. Die simulierte Schwankungsbreite gibt aber im Mittel die Verhältnisse im Experiment gut wieder.

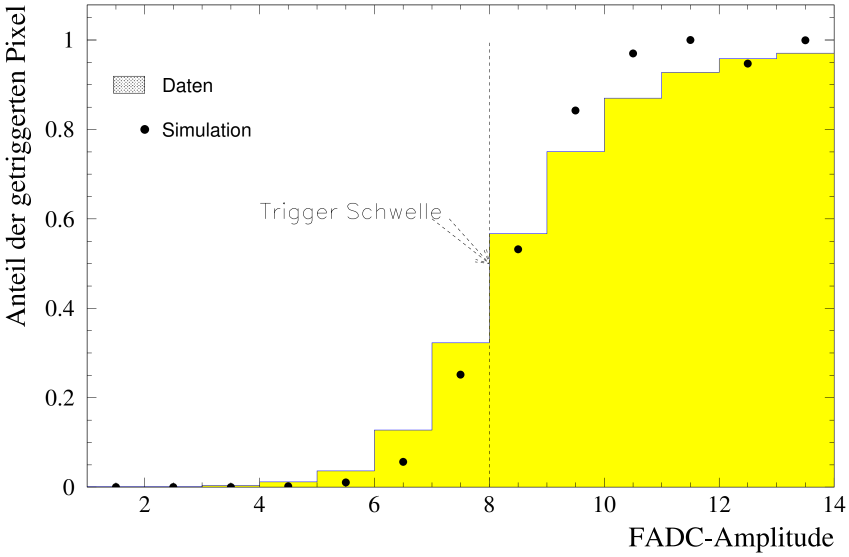

Abbildung 5.20: Bruchteil der getriggerten Pixel oberhalb einer angenommenen Schwelle von 8 ph.e.

Als Modell-Puls für den Diskriminator-Puls wurde der experimentell ermittelte Puls aus Abbildung 5.21 durch eine gaußförmige Verteilung identischer Halbwertsbreite von 6 ns angenähert.

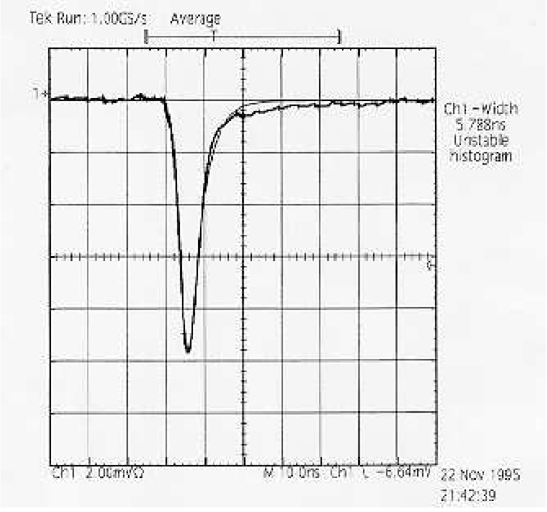

Abbildung 5.21: Mittlerer PM-Puls nach 22 m Kabel, gemessen am Eingang des Diskriminators.

Ein Photoelektron entspricht dabei sowohl im Experiment als auch in der Simulation einer mittleren Diskriminator-Pulshöhe von 1.2 mV [73].

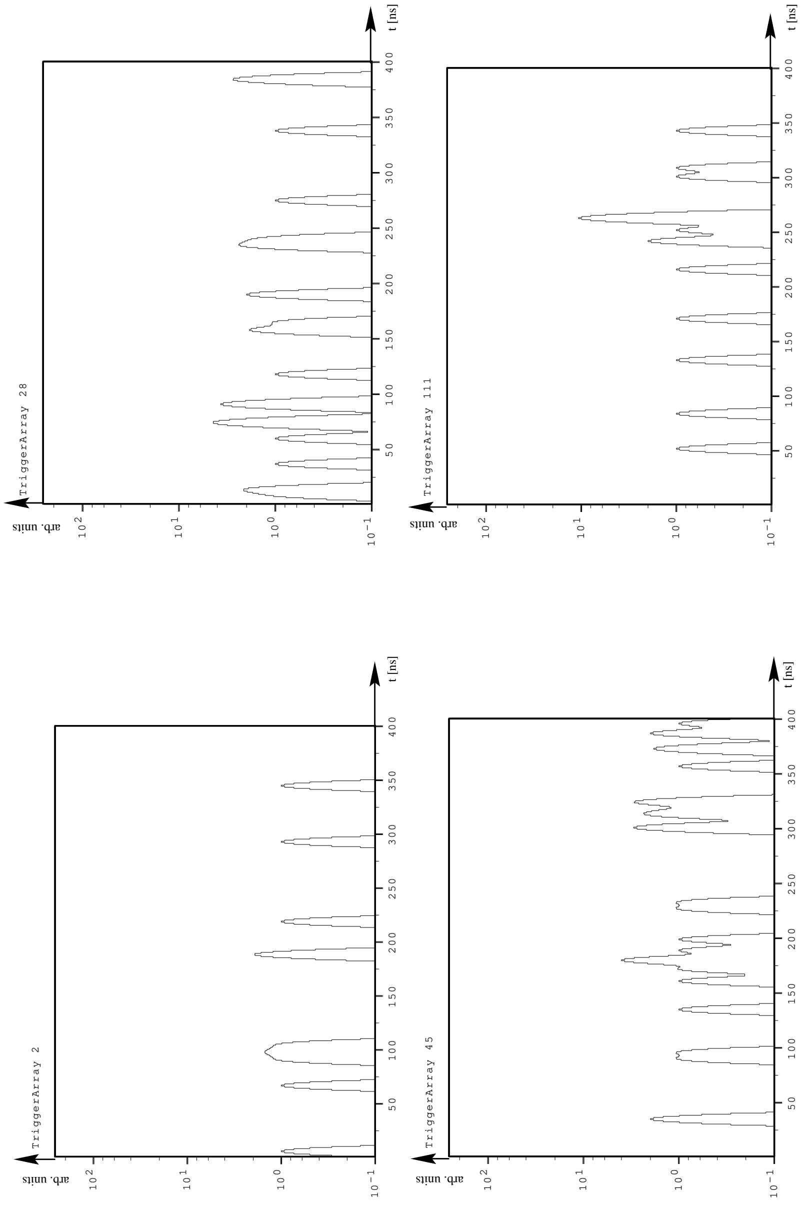

Abbildung 5.22: Veranschaulichung der Trigger-Pulse über die letzten 400 ns für die 4 Pixel 2, 28, 45 und 111. In Pixel 111 wird bei $t \approx 255$ ns ein Trigger ausgelöst, weil eine Schwelle von 8 ph.e. überschritten wurde. Die Photoelektronen in Pixel 45 kommen zeitlich zu sehr versetzt, um einen Trigger auslösen zu können.

In Abbildung 5.22 werden einige simulierte Verteilungen der am Diskriminator an-

	Effizienz
Atmosphäre	0.84
Spiegel	0.88
Funnels	0.81
PM's	0.18
Detektor	0.12
Trigger-, FADC-Simulation	≈ 1
Gesamteffizienz	0.10

Tabelle 5.5: Tabelle der Einzel-Effizienzen für 500 γ-Schauer im Energiebereich von 1-3 TeV.

kommenden Pulse gezeigt. Einzelne PM-Pulse überlagern sich und bilden dadurch den Diskriminator-Puls. Zeitlich versetzt ankommende Pulse, können noch einen Trigger auslösen. Durch die spezielle Form des entstehenden Pulses kann aber ein Trigger auch gerade nicht mehr ausgelöst werden.

Zu einem Einzel-Teleskop-Trigger kommt es, wenn zwei Pixel innerhalb einer Zeitspanne von 12 ns getriggert haben. Die in der Datennahme hardwaremäßig implementierte topologische Trigger-Bedingung kann in der Simulation ebenso durchgeführt werden.

Ein System-Trigger wird ausgelöst, wenn noch ein zweites Teleskop ebenfalls innerhalb eines (sehr groß) gewählten Zeitfensters von 70 ns getriggert hat. Alle Teleskope (auch die Teleskope, die nicht getriggert haben) werden dann für dieses Ereignis ausgelesen.

Damit stellt die Simulation eine mit der Datennahme im Experiment identische Information bereit, die dann von derselben Analyse weiterverarbeitet werden kann.

Pulsform-Analyse

Die Anzahl und die Ankunftszeit der Čerenkov-Photonen in einem Pixel kann durch Ausnutzung der Form des digitalisierten Pulses des FADCs bestimmt werden.

Eine detailierte Beschreibung der Methode und der einzelnen Parameter dieser Analyse wird in [101] gegeben.

Aufgabe der Pulsform-Analyse ist die Erweiterung des dynamischen Bereichs der FADC's und die Rückfaltung der Pulse zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses der Elektronik.

Die Parameter der Pulsform-Analyse der Simulation wurden identisch zur Datennahme gewählt.

5.3.5 Effizienzen

Tabelle 5.5 faßt einige Einzel-Transmissionen zusammen, wie sie sich aus der Detektorsimulation ergeben.

Unter Berücksichtigung der Absorption von Čerenkov-Licht in der Atmosphäre von ca. 85%, der Spiegel-Reflektivität, Funnel-Transparenz und Quanteneffizienz der Photomultiplier ergibt sich eine Gesamteffizienz des Detektors von etwa 10%.

Kapitel 6

Ergebnisse der neuen Simulation

In diesem Kapitel werden wesentliche Größen für das HEGRA-CT-System aus der Simulation abgeleitet und soweit möglich mit gemessenen Werten verglichen.

Wir beschränken uns dabei auf den Vergleich mit durch geladene kosmische Strahlung zugänglichen Variablen. Im besonderen verwenden wir Simulationen für Protonen- und Helium-Schauer.

Ein Vergleich zwischen γ-induzierten Schauern der Simulation und des Experimentes würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Eine detaillierte Beschreibung der Charakteristik des HEGRA-CT-Systems, auch in bezug auf γ-Schauer, wird in [69] gegeben werden.

6.1 ALTAI-Ereignisstatistik

In Tabelle 6.1 wird die Ereignis-Statistik der simulierten Schauer zusammengefaßt. Für die Vergleiche mit den Daten wurden alle Protonen und Helium-Schauer berücksichtigt. Damit sind bereits etwa 90% der Schauer der kosmischen Strahlung abgedeckt. Der zusätzliche Beitrag durch schwerere Kerne wurde skaliert.

Kern	p, 0°	He, 0°
Massenzahl A	1	4
Energiebereich [TeV]	0.1-50	0.3-50
Gesamt	75725	33063

Tabelle 6.1: ALTAI-Ereignisstatistik.

Um die Monte-Carlo-Ereignisse mit realen Daten vergleichen zu können, wird eine Annahme über das Spektrum der kosmischen Strahlung benötigt. Dazu wurden die Werte aus [5] verwendet, die eine Zusammenstellung aller verfügbaren Meßwerte umfaßt.

Teilweise sind die Werte der verschiedenen Experimente, die in die Zusammenstellung in Tabelle 6.2 Eingang fanden, mit hohen systematischen Fehlern behaftet, die von manchen Autoren mit 10-20% auf den angegebenen Fluß abgeschätzt werden. Meistenteils werden Systematiken auf den spektralen Index aber nicht erwähnt. Ein

Kern		Protonen (p)	Helium (He)
Massenzahl A		1	4
Φ_0	[/(s sr m^2 TeV)]	0.109	0.066
$\Delta\Phi_0$	[/(s sr m^2 TeV)]	0.32	0.15
γ		2.75	2.62
$\Delta\gamma$		0.02	0.02
Anteil der kosmischen Strahlung [bei 1 TeV]		0.43	0.26

Tabelle 6.2: Differentielles Spektrum für Protonen und Helium. Für die Bedeutung der Parameter ϕ_0 und γ siehe Gleichung 6.1. Die angegebenen Fehler ergeben sich aus dem gemeinsamen Fit aller verfügbaren Messungen (nach [5]).

angenommener Fehler der Einzelmessungen auf den Index in der Größenordnung von 5% erscheint uns aber realistisch.

Die Werte sind in Form eines isotropen differentiellen Spektrums angegeben:

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega} = \phi_0 \cdot (E/1\,\mathrm{TeV})^{-\gamma}\,(\mathrm{s\,sr\,m^2\,TeV})^{-1}. \tag{6.1}$$

Der differentielle Fluß der gesamten geladenen kosmischen Strahlung wird wie folgt angegeben:

$$\frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{CR}}}{\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega} = (25.35 \pm 0.15) \cdot 10^{-2} \cdot E^{-2.67\pm 0.02}\,(\mathrm{s\,sr\,m^2\,TeV})^{-1}. \tag{6.2}$$

6.2 Effektive Fläche und Raten

Die Trigger-Rate im Experiment wird wesentlich durch die Nachweis-Rate der durch Hadronen induzierten Luftschauer bestimmt. Der Teleskop-Trigger wählt die Ereignisse aus, die eine genügende Anzahl an Čerenkov-Photonen und damit eine ausreichende Anzahl von Photoelektronen in der Kamera erzeugen.

Die Festlegung der mindestens benötigten Anzahl an Photoelektronen in der Kamera zur Auslösung eines Trigger legt die untere Grenze des mit dieser Technik beobachtbaren Energiebereiches fest.

Die Wahrscheinlichkeit P_{CR}, daß ein gegebener Schauer der kosmischen Strahlung ein einzelnes Teleskop triggert, hängt von der Energie E des Primärteilchens, dem Abstand R des Schauerauftreffpunktes zum Teleskop, dem Zenitwinkel z und der Neigung θ der Schauerachse zur optischen Achse des Teleskops ab [102]. Damit ergibt sich die Trigger-Rate R_{CR} des Einzelteleskops wie folgt:

$$R_{\mathrm{CR}}(z) = 2\pi \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{CR}}}{\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega} P_{\mathrm{CR}}(E,R,\theta,z) R\mathrm{d}R\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}E. \tag{6.3}$$

Die Abhängigkeit vom Zenitwinkel z wird im folgenden zunächst vernachlässigt.

Daraus lassen sich jetzt die vom Teleskop abhängigen Parameter zu einem nur von der Energie abhängigen Ausdruck zusammenfassen:

$$S_{\mathrm{CR}}(E) = 2\pi \int\limits_0^{\infty} \int\limits_0^{2\pi} P_{\mathrm{CR}}(E, R, \theta) R \mathrm{d}R \mathrm{d}\Omega. \tag{6.4}$$

$S_{\mathrm{CR}}(E)$ bezeichnet die effektive Nachweisfläche für ein Einzelteleskop und hat die Einheit einer Fläche multipliziert mit dem überstrichenen Raumwinkel $\Omega_0 \approx \pi\theta_0^2$.

Die differentielle Rate $\mathrm{d}R_{\mathrm{CR}}/\mathrm{d}E$ ist damit über die integrale Rate R_{CR} definiert als $(\mathrm{d}F_{\mathrm{CR}}/\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega)S_{\mathrm{CR}}(E)$.

Für ein System von Čerenkov-Teleskopen ändert sich nur etwas an der Durchführung der Trigger-Bedingung. Für einen System-Trigger muß ein Teleskop zunächst die lokale Trigger-Bedingung, z. B. 2NN/271 $> q_0$, d. h. 2 Pixel mit mindestens q_0 Photoelektronen sind benachbart ('Next Neighbour'-Bedingung: NN), erfüllen. Eine andere, ebenfalls verwendete lokale Trigger-Bedingung ist die einfache Mehrheit 2er Pixel über q_0, auch genannt 'Majority'-Trigger (im folgenden abgekürzt mit MJ). Danach wird noch eine bestimmte Anzahl (z. B. 2/4, mindestens 2 von 4) von getriggerten Teleskopen gefordert, damit es zum System-Trigger kommt.

In der Simulation ist man gewissen Beschränkungen in der Energie E, dem Radius R und dem Raumwinkel Ω unterworfen, innerhalb derer man simuliert. Unter Beibehaltung einer ausreichenden Statistik muß es daher obere Grenzen für diese Größen geben. Das bedeutet, die Integration aus Gleichung 6.3 muß dann wie folgt lauten:

$$R_{\mathrm{CR}} = (2\pi)^2 \int\limits_0^{R_0} \int\limits_0^{\theta_0} \int\limits_0^{E_0} \frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{CR}}}{\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega} P_{\mathrm{CR}}(E, R, \theta) R \sin\theta \mathrm{d}R \mathrm{d}\theta \mathrm{d}E. \tag{6.5}$$

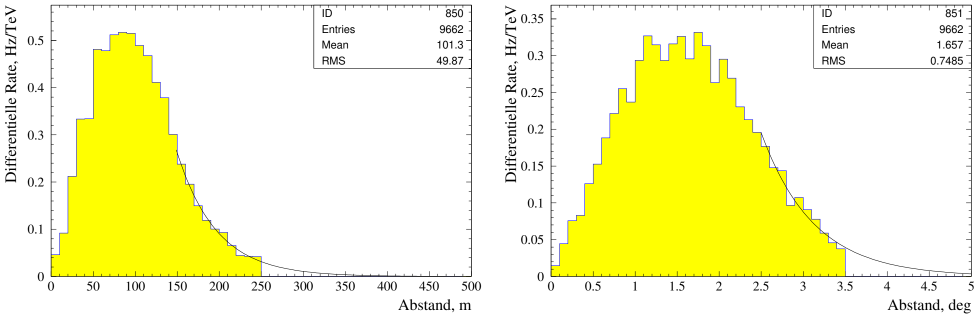

Abbildung 6.1: Differentielle Rate für Protonen in Abhängigkeit vom Abstand zum Schauerauftreffpunkt (links) und vom Neigungswinkel (rechts). Für einen Trigger wurde hier 2NN/271 > 10 ph.e. sowie 2/4-Teleskope gefordert. Ebenfalls eingezeichnet ist ein exponentieller Fit. Die integrale Rate jenseits von $R_0 = 250$ m und $\theta_0 = 3.5°$ beläuft sich auf weniger als 1%.

Dadurch macht man einen im allgemeinen nicht zu vernachlässigenden Fehler. Aus Abbildung 6.1 erkennt man aber, daß der Fehler, den man durch dieses Abschneiden in Radius und Neigungswinkel macht, bei den von uns angenommenen Werten von R_0 und θ_0 unter 1% liegt. Der Fehler durch das Abschneiden der Energie an einer oberen Grenze E_0 wirkt sich aufgrund des stark abfallenden Spektrums der kosmischen Strahlung noch weniger aus, zumal in der Simulation noch über E_0 hinweg extrapoliert wird.

Die effektiven Flächen für Protonen und Helium werden in Abbildung 6.2 dargestellt.

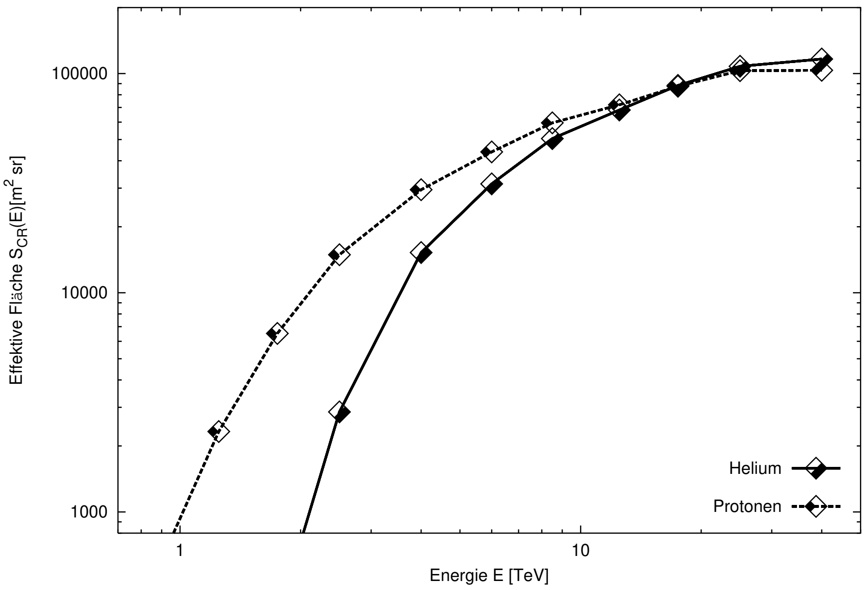

Abbildung 6.2: Effektive Fläche $S_{\mathrm{CR}}(E)$ für vertikale Protonen- und Helium-Schauer mit der System-Trigger-Bedingung 2NN/271 > 10 ph.e. und mindestens 2 von 4 Teleskopen. Der überstrichene Raumwinkel hat einen Radius von 3.5°.

Die effektive Fläche steigt langsam mit der Energie des einfallenden Teilchens an. Helium-Schauer gleicher Gesamtenergie produzieren weniger Čerenkov-Licht als Protonen und erzeugen diffusere, durch Sub-Schauer erzeugte Bilder. Damit ist die Photonendichte in Helium-induzierten Schauern wesentlich geringer als bei Protonen gleicher Energie. Daher steigt die effektive Fläche und damit die Nachweiswahrscheinlichkeit für Helium erst bei höheren Energie an.

Bei Energien oberhalb von ca. 20 TeV spielt die Entfernung des Teleskops vom Schauer die wesentliche Rolle. Da die Lateralverteilung der Čerenkov-Photonen der Helium-Schauer breiter ist, lassen sich Helium-Schauer noch bei größeren Abständen nachweisen als Protonen-Schauer gleicher Energie. Daher übersteigt der Wert der effektiven Fläche von Helium schließlich den Wert für Protonen.

Mit der effektiven Fläche läßt sich sofort die Trigger-Rate des Teleskop-Systems bei gegebener Trigger-Bedingung angeben:

$$R_{\mathrm{Trg,\,CR}} = \int\limits_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{CR}}}{\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega} \cdot S_{\mathrm{CR}}(E)\mathrm{d}E. \tag{6.6}$$

Abbildung 6.3 zeigt die differentielle Rate von Protonen für zwei verschiedene lokale Trigger-Bedingungen. Die Energie-Schwelle wird hier definiert als die Energie des Maximums der differentiellen Rate. Eine Erniedrigung der Trigger-Schwelle von 10 auf 7 ph.e. verschiebt die Energie-Schwelle von 1.5 TeV auf 1.3 TeV nur geringfügig.

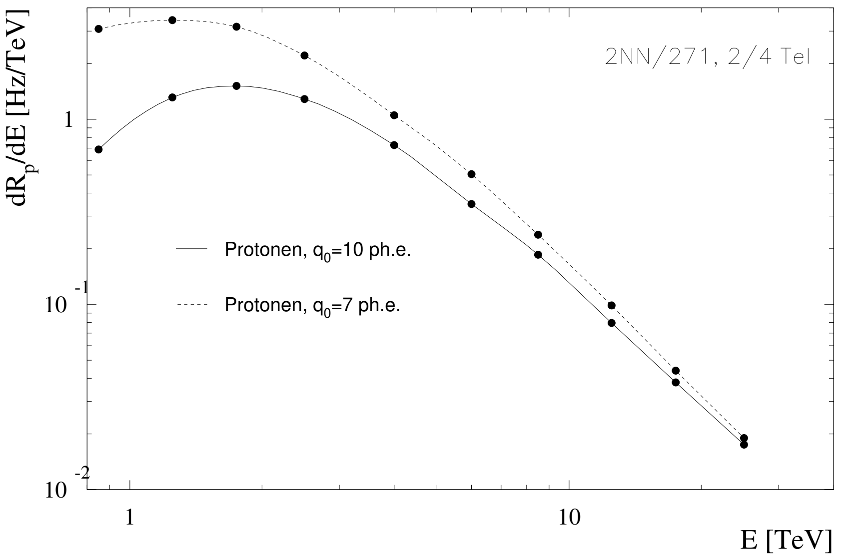

Abbildung 6.3: Differentielle Rate für Protonen (senkrechter Einfall) in Abhängigkeit von der Trigger-Schwelle.

Abbildung 6.4 zeigt den Einfluß verschiedener Trigger-Bedingungen auf die differentiellen Raten für Protonen-induzierte Schauer. Aus Abbildung 6.4 lassen sich 2 wesentliche Punkte ableiten:

1. Die differentielle Rate verändert sich für verschiedene lokale Trigger-Bedingungen (NN oder MJ) im Rahmen von etwa 10%.

   Die NN-Bedingung bevorzugt kompakte Bilder. Daher reduziert sich die Rate im Vergleich zu einem Mehrheitstrigger.

2. Die Energieschwelle, definiert als das Maximum der differentiellen Rate, liegt bei einem 2/4 System-Trigger bei etwa 1.5 TeV für Protonen.

   Zum Vergleich liegt die Energie-Schwelle bei γ-induzierten Schauern bei ca. 0.5 TeV [69]. Es gilt, daß die Energie-Schwelle nur geringfügig vom Spektralindex abhängig ist [102].

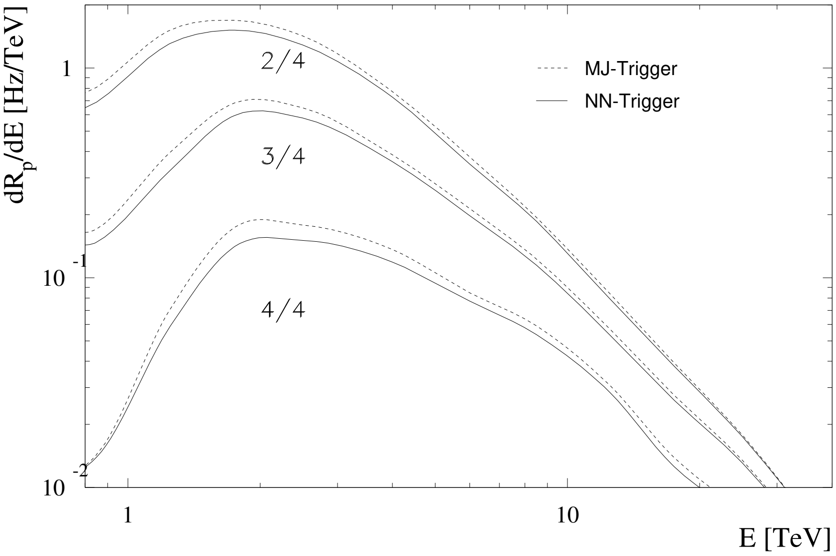

Abbildung 6.4: Vergleich der differentiellen Raten für Majority und Next-Neighbour-Trigger ($q_0 = 10$ ph.e.) für 2/3/4 aus 4 Teleskop-Multiplizitäten für vertikal einfallende Protonen-Schauer.

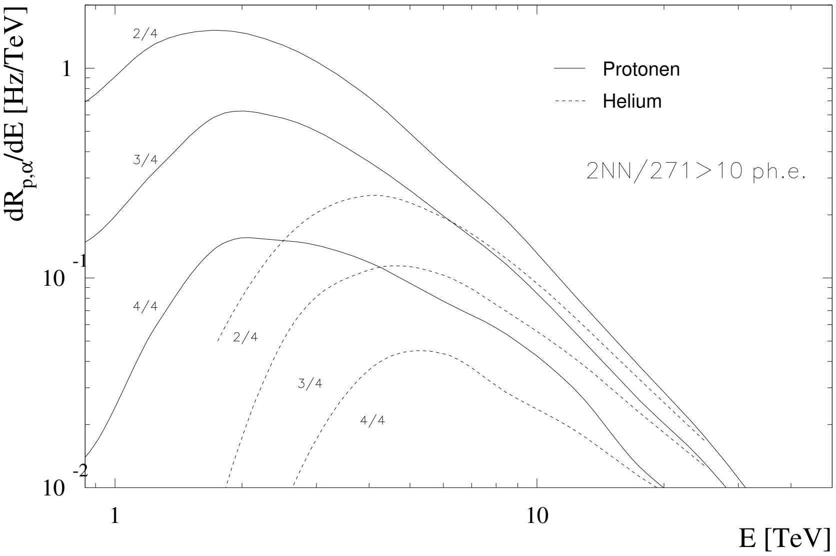

Abbildung 6.5: Vergleich der differentiellen Raten mit NN-Trigger für Protonen- und Helium-induzierte Schauer.

Abbildung 6.5 vergleicht die differentiellen Raten für Protonen und Helium.

Für Helium-Schauer liegt die Energie-Schwelle bei ca. 4 TeV für die 2/4-Teleskop-Multiplizität. Helium hat eine etwas mehr als doppelt so hohe Energie-Schwelle als Protonen. Die Energie-Schwelle nimmt mit der Massenzahl A_h zu. Dies reflektiert den Unterschied in der Schauerentwicklung durch unterschiedliche Wirkungsquerschnitte, die etwa proportional $A_h^{2/3}$ anwachsen.

In Abbildung 6.6 sind die differentiellen Raten für Protonen bei verschiedenen Zenitwinkeln zusammengestellt.

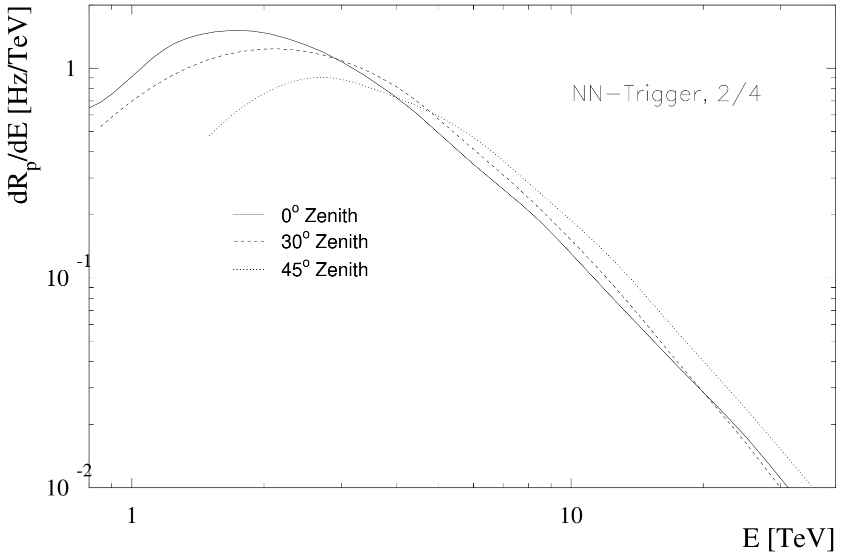

Abbildung 6.6: Differentielle Raten für Protonen bei verschiedenen Zenitwinkeln. Als Trigger-Bedingung wurden 2NN/271 > 10 ph.e. und 2/4 Teleskope gefordert.

Man erkennt deutlich die anwachsende Schwellenenergie mit wachsendem Zenitwinkel. Schauer mit größerem Zenitwinkel haben ihr Schauermaximum in größerem Abstand zum Teleskop. Dies führt zu einer breiteren Lateralverteilung der Čerenkov-Photonen und damit einer geringeren Lichtdichte. Zusätzlich tragen die Prozesse der Absorption und Streuung der Čerenkov-Photonen in der Atmosphäre bei großen Zenitwinkeln stärker bei. Zusammenfassend reduziert sich also die effektive Fläche bei niedrigen Energien und wächst bei höheren Energie. Dies führt zu einer Verschiebung der Energie-Schwelle ermittelt aus den differentiellen Raten von etwa 1.5 TeV bei vertikalem Einfall zu etwa 3 TeV bei einem Zenitwinkel von 45° .

6.3 Kalibrationsmethoden

Die Kalibration der Čerenkov-Teleskope, d. h. die Umrechnung von gemessenen FADC-Amplituden in Photoelektronen, erweist sich als entscheidend, um von der bloßen Detektion von Schauern zu einer präzisen Bestimmung der Spektren der einfallenden kosmischen Strahlung zu kommen. Aufgrund der im allgemeinen steil abfallenden Spektren werden Fehler in der Energie-Kalibration der Teleskope vielfach verstärkt.

Zur Bestimmung dieser Konversionsfaktoren von FADC-Amplituden zu Photonen stehen aufgrund des Fehlens eines Test-Strahls bekannten Spektrums nur indirekte Messungen zur Verfügung. Eine präzise Bestimmung dieses Faktors ist allerdings zur genauen Bestimmung der Energie des Primärteilchens und somit des Spektrums der kosmischen Strahlung notwendig. Eine Zusammenstellung verschiedener Kalibrationsmethoden findet sich in [103].

Das wesentliche Problem dieser Kalibrationsmethoden ist immer, daß nur ein Teil des Detektor-Systems erfaßt wird. Eine gültige Kalibration sollte aber den Gesamt-Detektor umfassen, einschließlich der Atmosphäre.

Im folgenden werden Kalibrationsfaktoren, ermittelt aus Messungen 1) unter Verwendung einer Referenz-Lichtquelle [104] [105] und 2) der Trigger-Rate der kosmischen Strahlung [106] mit den Ergebnissen der Simulation verglichen.

6.3.1 Direkte Messungen

Die gemessene Lichtintensität M eines Luftschauers in Einheiten von Photoelektronen läßt sich nach [104] und [105] mit der Lichtintensität $I(\nu)$ (in Einheiten Frequenzintervall und Fläche) in Beziehung setzen, die der Luftschauer in einem idealen Detektor erzeugt hätte:

$$\begin{aligned} M &= \int I(\nu) T_{\mathrm{Atm}}(\nu) K_{\mathrm{IACT}}(\nu) \mathrm{d}\nu \,. && (6.7) \\ T_{\mathrm{Atm}}(\nu) &= \text{Atmosphärische Transmission} \\ K_{\mathrm{IACT}}(\nu) &= \text{Konversionsfaktor} \end{aligned}$$

Im Konversionsfaktor $K_{\mathrm{IACT}}(\nu)$ sind die Einflußfaktoren der Spiegelfläche A_{eff} (die durch Abschattung durch Teile des Teleskopes reduziert sein kann), Spiegelreflektivität $R_{\mathrm{M}}(\nu)$, Lichtsammeleffizienz der Funnels in den Photomultiplier $\varepsilon_{\mathrm{LC}}(\nu)$, die Quanteneffizienz der Photomultiplier $\varepsilon_{\mathrm{PM}}(\nu)$, die Ladungsverstärkung im PM G_{PM} und den elektronischen Verstärkungs- und Digitalisierungsfaktor G_{El} enthalten:

$$K_{\mathrm{IACT}}(\nu) = A_{\mathrm{eff}} R_{\mathrm{M}}(\nu) \varepsilon_{\mathrm{LC}}(\nu) \varepsilon_{\mathrm{PM}}(\nu) G_{\mathrm{PM}} G_{\mathrm{El}} \,. \quad (6.8)$$

Im Experiment wird die Kombination $\varepsilon_{\mathrm{LC}}(\nu)\varepsilon_{\mathrm{PM}}(\nu)G_{\mathrm{PM}}G_{\mathrm{El}}$ durch eine Online-Kalibration konstant gehalten.

Mit der in [105] geschilderten Methode versucht man nun, $K_{\mathrm{IACT}}(\nu)$ direkt zu messen (inklusive des Einflusses der Spiegel), in dem aus einer entfernten, monochromatischen, gepulsten Lichtquelle ein bekannter Photonen-Fluß die Spiegel des Teleskops gleichmäßig ausleuchtet und danach von der Kamera registriert und digitalisiert wird.

Eine Gegenüberstellung der Werte aus [105] und der in der Simulation angenommenen Werte findet sich in Tabelle 6.3.

Die im Monte Carlo angenommenen Werte für die Detektor-Effizienzen führen zu einer sehr guten Übereinstimmung mit der Messung. Daraus läßt sich folgern, daß keine Notwendigkeit besteht, aus diesem direkten Vergleich einen Konversionsfaktor abzuleiten, der wesentlich von 1 ADC/ph.e. verschieden ist.

Die direkte Kalibration liefert Werte für den Konversionsfaktor, die in sehr guter Übereinstimmung mit den in der Simulation verwendeten Werten sind.

λ	A_{eff} [m^2]	$R_{\mathrm{M}}(\nu)$	$\varepsilon_{\mathrm{LC}}(\nu)$	$\varepsilon_{\mathrm{PM}}(\nu)$	K$_{\mathrm{IACT}}$ [ADC/(Photonen/m^2)]
Čerenkov	8.5	0.88	0.81	0.18	1.09
430 nm					
M$^{\mathrm{te}}$Carlo	8.5	0.89	0.81	0.20	1.22
Messung					1.19±0.12 1.21±0.12
470 nm					
M$^{\mathrm{te}}$Carlo	8.5	0.89	0.81	0.15	0.91
Messung					0.89±0.09

Tabelle 6.3: Vergleich der Kalibrationsfaktoren aus der Simulation mit den Messungen aus [105]. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Meßwerten bei 430 und 470 nm. In der Tabelle bezeichnet 'Čerenkov' den Kalibrationsfaktor aus der Simulation eines Čerenkov-Licht-Spektrums.

6.3.2 Kalibration mit Trigger-Raten

Ein weitere Methode zur Kalibration der Čerenkov-Teleskope liefert der Vergleich zwischen den gemessenen und simulierten integralen Raten der durch kosmische Strahlung verursachten Schauer.

Dadurch erhält man einen globalen Kalibrationsfaktor, der so gewählt wird, damit gemessene und simulierte Raten übereinstimmen.

Diese Methode hat den Vorteil, daß auch der Effekt der atmosphärischen Transmission in die Kalibration eingeschlossen ist. Nachteil dieser Methode ist, daß die Ratenberechnung aus der Simulation die Kenntnis des Spektrums der kosmischen Strahlung voraussetzt. Da aber speziell der absolute Fluß der kosmischen Strahlung nur auf etwa 10% bekannt ist und Einzelkomponenten sogar eine höhere Unsicherheit haben (im Bereich von 20%), ergeben sich daraus alleine schon mögliche starke systematische Fehler.

Tabelle 6.4 faßt die simulierten Raten sowie die direkt aus den Daten und den Messungen von [94] gewonnenen Raten zusammen.

Die simulierten Raten setzen sich aus den individuellen Raten aus Simulation von Protonen, Helium zusammen (skaliert mit einem Faktor 1.15, der die Beiträge der schwereren Kerne umfaßt) mit einem Spektrum, entnommen aus [5]. Die einzelnen Beiträge der Protonen- und Helium-Kerne sind in Tabelle 6.5 zusammengestellt.

Die Übereinstimmung zwischen simulierten und gemessenen Raten ist in Anbetracht der systematischen Unsicherheiten sehr gut, da sich die Methoden zur Bestimmung der Raten unterscheiden und nur in erster Näherung eine Übereinstimmung zu erwarten ist.

Die Raten von [94] wurden durch Veränderung der Diskriminatorschwellen gewonnen. Wie schon dargestellt (vergleiche Abbildung 5.20), entspricht diese Schwelle keiner festen Schwelle. Es können von Pixel zu Pixel Schwankungen auftreten, die in der Größenordnung von 30% liegen. Ein Pixel triggert bei 10 ph.e., ein anderes dagegen schon bei 7, ein weiteres erst bei 13 ph.e. Desweiteren kann es Effekte der Nicht-Linearität der Diskriminator-Schwellen geben [107], auf die korrigiert werden müssen.

In der Simulation wurde dagegen eine feste Schwelle gesetzt. Es können daher keine Pixel unterhalb dieser Schwelle triggern, was im allgemeinen zu einer Unterschätzung

Integrale Gesamtraten R [Hz] für unterschiedliche Multiplizitäten.

System	Trigger	q_0, ph.e. →	7	10	12	15	20	30
NN	2/4	Messung	16.2	9.6	7.3	5.5	4.0	2.4
		Monte Carlo	18.1	10.1	7.3	5.6	3.5	2.0
	3/4	Messung	8.5	4.7	3.7	3.0	2.1	1.2
		Monte Carlo	9.0	5.1	3.6	2.7	1.7	0.9
	4/4	Messung	3.8	1.8	1.6	1.3	0.8	0.5
		Monte Carlo	3.6	1.9	1.3	1.0	0.6	0.3
MJ	2/4	Messung	18.8	11.1	8.3	5.5	3.9	2.5
		Monte Carlo	20.8	11.1	7.8	5.9	3.6	2.0
		Daten		9.1	7.7	5.9	3.9	2.2
	3/4	Messung	8.8	5.9	4.5	2.9	2.1	1.4
		Monte Carlo	10.4	5.5	3.9	2.9	1.7	0.9
	4/4	Messung	3.9	2.5	1.9	1.1	0.8	0.6
		Monte Carlo	4.2	2.2	1.4	1.0	0.6	0.3

Tabelle 6.4: Vergleich der aus dem Monte Carlo abgeleiteten integralen Raten mit Messungen. Für den Trigger wurden 2 Pixel aus 271 mit einer Amplitude über q_0 ph.e. gefordert. Der System-Trigger forderte 2/4 (3, 4 resp.) Teleskope im Trigger. Meßwerte wurden aus [94] entnommen und auf die entsprechende Schwelle interpoliert. Für die Triggerbedingung 2/4 Teleskope und einen 'Majority'-Trigger wurden auch Werte aus der Datennahme ermittelt.

Zusammensetzung der Raten R [Hz] für unterschiedliche Multiplizitäten und Teilchenarten aus der Simulation.

System	Trigger	q_0, ph.e. →	7	10	12	15	20	30
NN	2/4	Protonen	11.96	6.61	4.68	3.56	2.23	1.22
		Helium	3.74	2.19	1.63	1.28	0.83	0.47
	3/4	Protonen	5.77	3.17	2.22	1.66	1.01	0.54
		Helium	2.08	1.22	0.91	0.70	0.43	0.23
	4/4	Protonen	2.19	1.14	0.76	0.56	0.33	0.18
		Helium	0.93	0.53	0.37	0.28	0.16	0.08
MJ	2/4	Protonen	13.69	7.21	5.01	3.76	2.31	1.26
		Helium	4.35	2.44	1.76	1.35	0.86	0.49
	3/4	Protonen	6.61	3.47	2.39	1.78	1.06	0.57
		Helium	2.41	1.34	0.97	0.74	0.45	0.24
	4/4	Protonen	2.56	1.28	0.84	0.61	0.36	0.19
		Helium	1.11	0.59	0.40	0.30	0.17	0.08

Tabelle 6.5: Vergleich der aus dem Monte Carlo abgeleiteten integralen Raten für Protonen und Helium. Für den Trigger wurden 2 Pixel aus 271 mit einer Amplitude über q_0 ph.e. gefordert. Der System-Trigger forderte 2/4 (3, 4 resp.) Teleskope im Trigger. Die chemische Zusammensetzung wurde nach [5] gewählt.

der simulierten Raten führt.

In den Raten, die direkt aus den Daten gewonnen wurden, wurde dieselbe Bestimmungsmethode wie in der Simulation verwendet. Ein Problem dabei ist der Schwelleneffekt: bei 15 ph.e. triggern sicher alle Pixel, während bei 10 ph.e. etwa 20% der Pixel noch nicht triggern. Daher läßt sich eine verläßliche Aussage über Raten gewonnen aus Daten erst oberhalb von etwa 15 ph.e. treffen, wo der Schwelleneffekt keine Rolle mehr spielt.

Damit läßt sich trotz der sehr guten Übereinstimmung zwischen allen angegebenen Raten nur in erster Näherung eine Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation erwarten. Daß die Übereinstimmung trotzdem sehr gut ist, ist bemerkenswert und spricht für die Simulation (und für die gewählte chemische Zusammensetzung).

Ein Unterschied in der Schwellenergie von 1 Photoelektron macht schon einen deutlichen Effekt aus. Die Rate folgt mit wachsender Schwelle q_0 in etwa einem Potenzgesetz, dessen Index in etwa dem Index der kosmischen Strahlung entspricht.

$$R \sim q_0^{-\gamma} \tag{6.9}$$

$$\rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{q_1}{q_2}\right)^{-\gamma} \tag{6.10}$$

$$\gamma \approx 1.8$$

Bei einer Schwelle q_1 von 10 Photoelektronen bedeutet eine Variation um 1 Photoelektron eine Variation von 20% in der Rate. Tabelle 6.6 gibt die Spektralindizes γ für verschiedene Trigger-Bedingungen für die Simulation an.

Die in den Abbildungen 6.7 und 6.8 angegebenen Fehlerbalken für die Simulation wurden nach Formel 6.9 bestimmt als Fehler aus einer Über- bzw. Unterschätzung der Schwelle q_0 um jeweils 1 Photoelektron.

	Trigger	γ
	2/4	1.59
NN	3/4	1.63
	4/4	1.79
	2/4	1.71
MJ	3/4	1.73
	4/4	1.89

Tabelle 6.6: Spektralindizes abgeleitet aus einem Fit nach einem Potenzgesetz an die aus der Simulation gewonnenen Raten in Abhängigkeit von der Schwelle. Die Indizes geben gut den integralen Spektralindex der kosmischen Strahlung von 1.67 (nach Gleichung 6.2) wieder.

Die Übereinstimmung zwischen Simulation und Messungen ist auf dieser Basis sehr gut. Wenn man bedenkt, daß der Fluß der kosmischen Strahlung selbst nur auf 10% genau bekannt ist, ergibt sich sogar eine unerwartet gute Übereinstimmung zwischen Messung, Simulation und Daten.

Die relativen Verhältnisse zwischen den verschiedenen Teleskop-Multiplizitäten werden ebenfalls von der Simulation korrekt wiedergegeben. Daraus läßt sich schließen, daß die in der Simulation verwendete Teleskopanordnung korrekt berücksichtigt wurde.

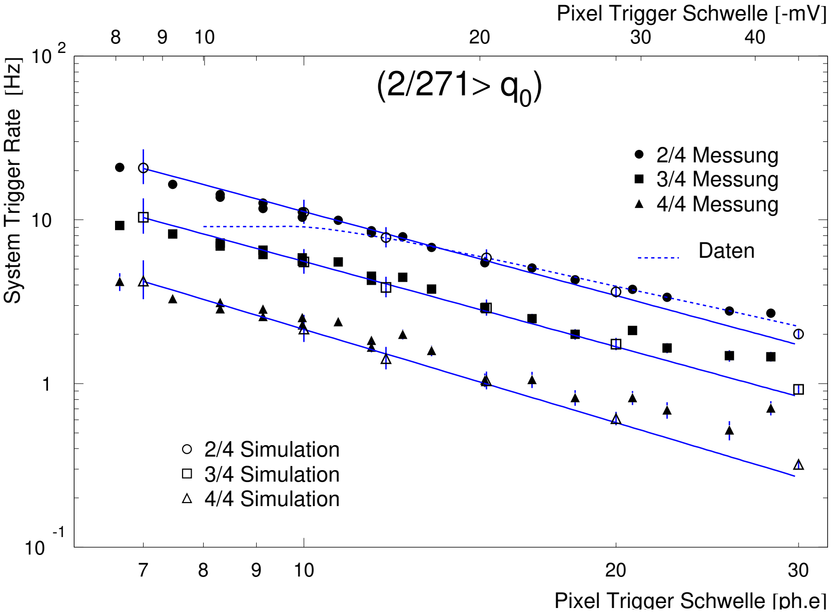

Abbildung 6.7: Vergleich zwischen Trigger-Raten aus der Simulation, direkten Messungen und Daten für einen 'Majority'-Trigger. Die durchgezogenen Linien geben einen Fit an die Monte-Carlo-Raten wieder (Tabelle 6.6).

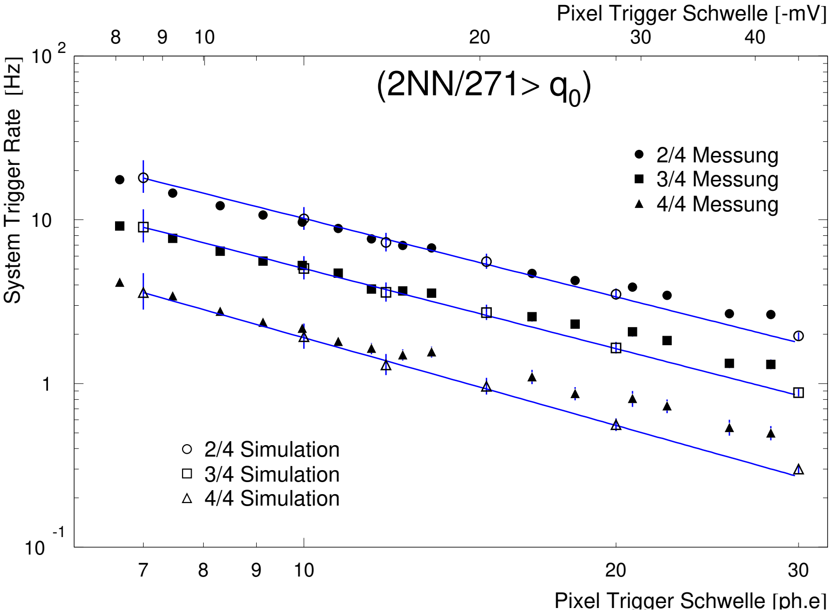

Abbildung 6.8: Vergleich zwischen Trigger-Raten aus der Simulation und direkten Messungen für den NN-Trigger.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Abhängigkeit der Rate vom Zenitwinkel. Abbildung 6.9 zeigt, daß die Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung [94] in vernünftigen Grenzen bemerkenswert gut ist.

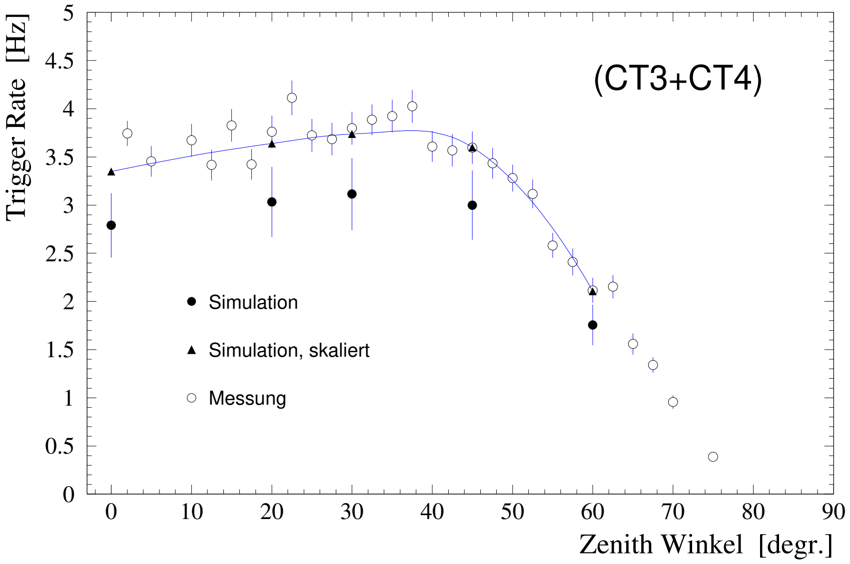

Abbildung 6.9: Zenitwinkel-Abhängigkeit der Raten für das System bestehend aus CT3 und CT4 für Messungen und die Simulation. Die Schwelle wurde auf 15 ph.e. gesetzt (MJ-Trigger). Die Fehlerbalken an der Simulation geben wieder den Fehler an, der sich aus der Variation der Schwelle um 1 Photoelektron aus der Simulation ergibt. Die für die simulierten Raten verwendete Skalierung entspricht einer 20%igen Unterschätzung des Flusses der kosmischen Strahlung.

Wieder auf Basis des nur auf 10% Basis bekannten Flußes der kosmischen Strahlung ist die Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung unerwartet gut.

Zur Verdeutlichung des Effektes einer 20%igen Unsicherheit im Fluß der kosmische Strahlung wurden die Simulations-Raten in Abbildung 6.9 entsprechend skaliert.

Damit läßt sich abschließend für die absolute Kalibration der Teleskope feststellen, daß die Raten aus der Simulation und den Daten auf besser als 10% übereinstimmen. Unsicherheiten in der absoluten Energiebestimmung sollten sich daher auf größenordnungsmäßig weniger als 10% belaufen.

6.4 Bildparameter

Die Bildparameter-Verteilungen hängen wesentlich von der Simulation des durch Quellen beliebiger Art erzeugten Rauschens ab. Bei Verwendung derselben Bildberechnungsprozedur mit den identischen Parametern (Trigger-Schwelle und 'Tailcut') sollten die aus der Simulation gewonnenen Bildparameter mit den im Experiment gemessenen übereinstimmen.

Die in diesen Vergleichen verwendeten Daten stammen von einer Periode kurz nach einer Spiegeljustierung. Dadurch sollte die idealisierte Berücksichtigung der Abbildungseigenschaften der Spiegel nur geringe Unterschiede aufweisen.

In Abbildung 6.10 werden die Anzahlhäufigkeiten der Pixel in Bild und Rand des Bildes, d. h. Pixel mit Amplituden oberhalb des unteren 'Tailcuts' und die Anzahl der Pixel mit Amplituden oberhalb des oberen 'Tailcuts' dargestellt. Aus diesen Pixeln und ihren Amplituden werden später die Bildparameter berechnet.

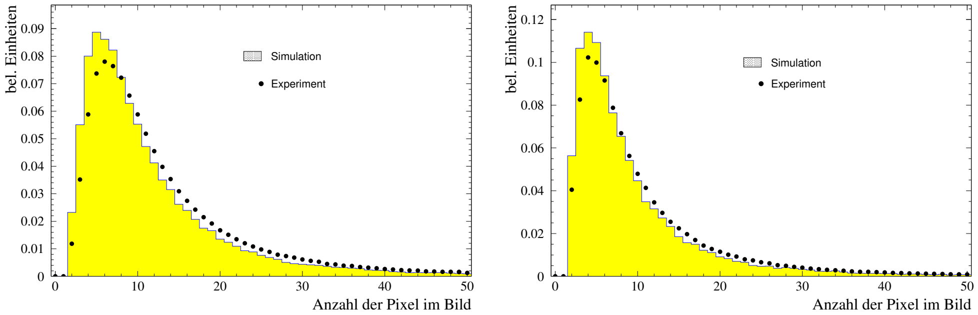

Abbildung 6.10: Vergleich der Häufigkeiten der Pixel oberhalb des unteren (links) und des oberen (rechts) 'Tailcuts'.

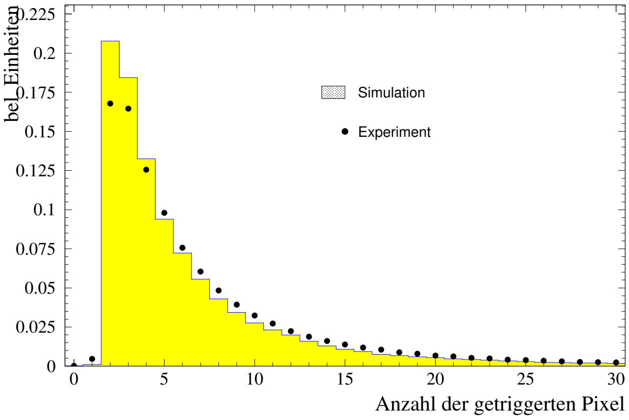

Abbildung 6.11: Spektrum der Anzahl der Pixel im Trigger. Man erkennt eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Daten.

In der Simulation erscheinen etwas zu oft 2 und 3-Pixel-Ereignisse. Dieser Unterschied macht sich aber in der Bildberechnung nicht bemerkbar, da zusätzlich noch eine Mindestzahl an Pixeln oder eine Mindestamplitude im Bild gefordert werden. Das führt dazu, daß diese kleinen Ereignisse verworfen werden.

Ähnliches gilt bei der Anzahl der getriggerten Pixel. Abbildung 6.11 zeigt die Häufigkeiten, wie oft wieviele Pixel getriggert haben. Man erkennt wieder einen Überschuß bei kleinen Ereignissen, die aber bei der späteren Ereignis-Selektion nicht mehr von Bedeutung sind.

Die Amplitudenverteilung der beiden ‘heißen’ Pixel (der beiden Pixel im Bild mit den höchsten Amplituden) wird von der Simulation in guter Übereinstimmung mit den Daten wiedergegeben, wie man aus Abbildung 6.12 erkennt.

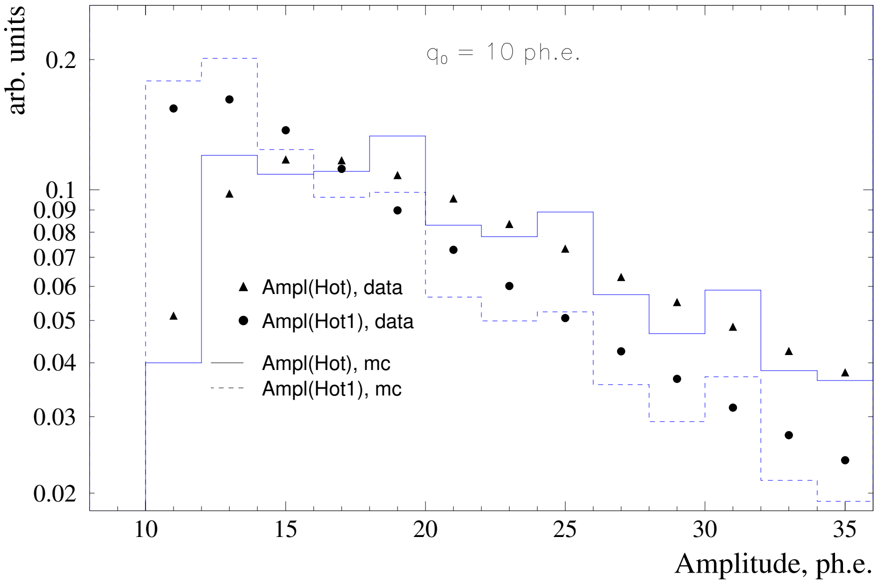

Abbildung 6.12: Vergleich der Amplitudenverteilung der Pixel mit höchster (*Hot*) bzw. zweithöchster (*Hot1*) Amplitude für Monte Carlo und Daten. Man erkennt die gute Übereinstimmung sowohl in den Steigungen der Verteilungen zwischen Simulation und Experiment als auch im Schnittpunkt der Amplitudenverteilungen.

Abbildung 6.13 zeigt verschiedene Bildparameter (Definition siehe Abschnitt 3.4) im direkten Vergleich mit gemessenen Bildparametern. Die Übereinstimmung zwischen Daten und Simulation ist sehr gut.

Der Simulation liegen die relativen Häufigkeiten der Kerne in der kosmischen Strahlung nach der Zusammenstellung aus [5] bzw. Tabelle 6.2 zugrunde.

Für eine reine Protonen-Komposition der Bildparameter ergeben sich für die wichtigsten Parameter der Form, die *Width* und *Length*, nur geringe Veränderungen (Abbildung 6.14) und bereits eine sehr gute Übereinstimmung mit den Daten.

Durch einen statistischen χ^2-Test läßt sich auch quantitativ überprüfen, wie gut die gemessenen und simulierten Bildparameter für eine vorgegebene, aber beliebige chemische Zusammensetzung übereinstimmen.

Abbildung 6.15 gibt das Ergebnis dieses χ^2-Testes wieder. Es wurden 10000 verschiedene chemische Zusammensetzungen getestet und das χ^2, normiert auf die Anzahl der Freiheitsgrade, berechnet. Das so bestimmte reduzierte χ^2 hat einen Erwartungswert von 1 und eine Varianz von 2.

Bereits eine reine Protonen-Zusammensetzung liefert ein gutes $\chi^2_{\mathrm{red.}}$. An der Stelle $\chi^2_{\mathrm{red.}} = 2$, entsprechend der Varianz der Verteilung ergibt sich eine Zusammensetzung von ca. 75% Protonen und 18% Helium (5% Teilchen der LM-Gruppe und 3% Teilchen der HVH-Gruppe tragen noch bei).

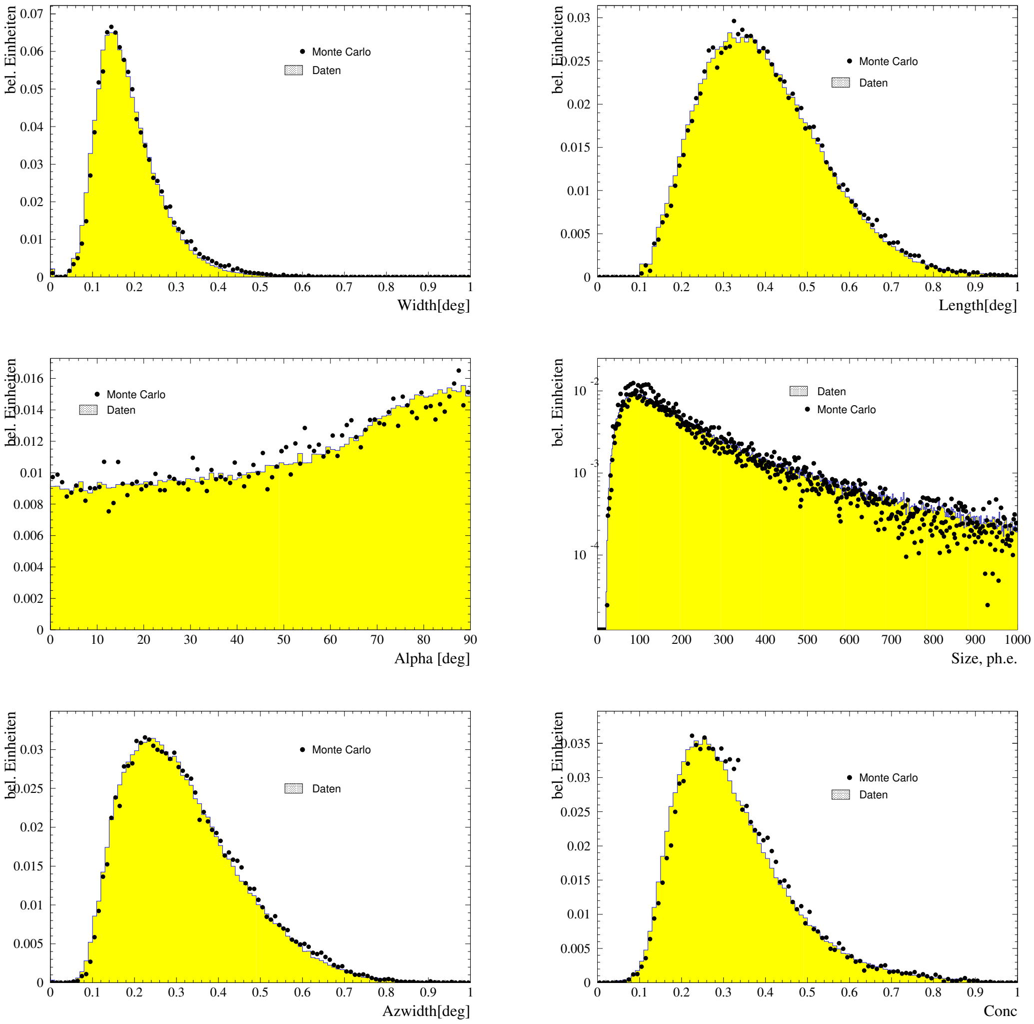

Abbildung 6.13: Vergleich einiger Bildparameter-Verteilungen aus Daten und Simulation. Man erkennt die sehr gute Übereinstimmung zwischen Monte Carlo und Daten. Es wurden jeweils identische Schwellen und Tailcuts in den Daten und im Monte Carlo verwendet. Daten stammen aus einer Zeit kurz nach der Spiegeljustierung.

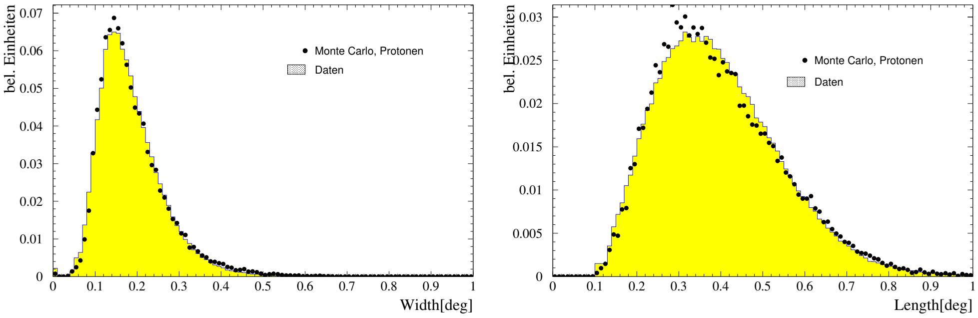

Abbildung 6.14: Form-Bildparameter für ein reines Protonen-Monte-Carlo im Vergleich zu den Daten. Bereits eine reine Protonen-Simulation liefert eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Bildparametern.

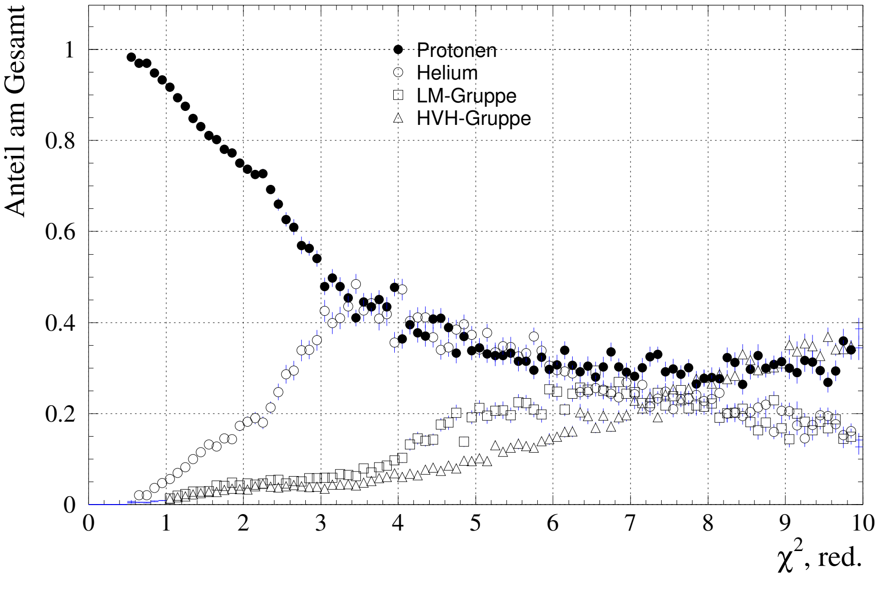

Abbildung 6.15: Chemische Zusammensetzung in Abhängigkeit vom reduzierten χ^2. Dargestellt ist der Anteil an Protonen, Helium und leicht-mittleren (LM) und schweren-sehr-schweren (HVH) Kernen in der gesamten kosmischen Strahlung als Funktion des reduzierten χ^2. Zur Berechnung des χ^2 wurden die *Width*-Verteilungen verwendet.

Diese Werte sind in sehr guter Übereinstimmung mit den erwarteten Verhältnissen, die sich aus den Tabellen 6.4 und 6.5 ergeben: bei 10 ph.e. Schwelle ergeben sich 65% Protonen-Anteil an der Gesamtrate und etwa 22% Helium-Anteil (für 2/4 Teleskope und 2NN/271 Trigger).

Die Simulationen wurden für eine bestimmte Spiegelkonfiguration und ein bestimmtes Nachthimmelsrauschen durchgeführt. Andere Parametereinstellungen werden eine etwas andere Charakteristik zeigen und daher die Bildparameter etwas verändern. Diese Simulationen wurden für ein niedriges Rauschniveau und eine verallgemeinerte Spiegelkonfiguration durchgeführt. Eine Anwendung auf andere Himmelsregionen erfordert eine ohne Probleme mögliche Anpassung.

Unterschiede in der Konfiguration der Spiegel zeigen sich deutlich in den Bildparametern. In Abbildung 6.16 werden aus Daten gewonnene Bildparameter-Verteilungen von vor und nach einer Spiegeljustierung miteinander verglichen. Dazu wurden die Verteilungen integriert, um einen deutlicheren Eindruck der Änderungen zu erhalten.

Die Unterschiede belaufen sich auf ca. 5%. Besonders die *Conc* und die *Size* zeigen deutliche Änderungen, während eigentliche Formparameter, wie die *Width*, nur eine geringe Änderung erfahren.

Eine genaue Modellierung der Spiegelkonfiguration und deren Integration in die Simulation ermöglicht es, auch diese Effekte mit der Simulation zu reproduzieren. Dies kann dann auch die unterschiedlichen Pixel-Anzahlen in den Bildern erklären. Gegenwärtig werden nur allgemeine Annahmen über die Bildaufweitungsfunktion für die Simulation verwendet, die einer (fast) idealen Spiegeljustierung entspricht.

6.5 Ankunftszeitverteilung

Als wesentliche Neuheit unserer Simulation steht erstmalig auch die Zeitinformation des Schauers der Analyse zur Verfügung. Im folgenden werden nur aus der Simulation abgeleitete Größen und Verteilungen gezeigt.

In Abbildung 6.17 wird die Ankunftszeit τ der Čerenkov-Photonen gegen den Winkel zur optischen Achse dargestellt. Man erkennt deutlich die Anhäufung von Photonen bei $\sim 1^\circ$. Schauer zwischen 3 und 4 TeV haben ihr Schauermaximum in etwa 7 km Höhe, wodurch sich ein Čerenkov-Winkel gemäß Abbildung 3.7 von etwa 1° ergibt. Man erkennt aber auch den starken Effekt, den die Vielfachstreuung auf die Winkelverteilung der Čerenkov-Photonen hat.

Die Abhängigkeit der Ankunftszeit vom Abstand zum Teleskop wird in Abbildung 6.18 dargestellt.

Die Ankunftszeit wächst mit steigendem Abstand, d. h. weiter entfernte Schauer kommen später am Teleskop an. Gleichzeitig erkennt man auch, daß die Fluktuationen für Abstände bis 120 m nahezu konstant bleiben und danach deutlich anwachsen. Photonen innerhalb dieses Abstandes kommen im Prinzip direkt vom Schauer und haben nicht viele Vielfachstreuungen erfahren. Schauer mit größeren Abständen zum Teleskop erfahren deutliche Störungen durch Vielfachstreuungen, womit diese Schauer deutliche Fluktuationen in der Ankunftszeit zeigen.

Abbildung 6.19 gibt einen Eindruck von der Form der Schauerfront.

Eine Untersuchung der Ankunftszeitverteilung der Schauer-Photonen innerhalb eines Bildes ermöglicht eventuell einen weiteren Zugang zur Unterscheidung zwischen γ- und hadronischen Schauern. Abbildung 6.20 zeigt die Ankunftszeitverteilung der Čerenkov-Photonen entlang der großen Halbachse, der *Length*, des Bildes.

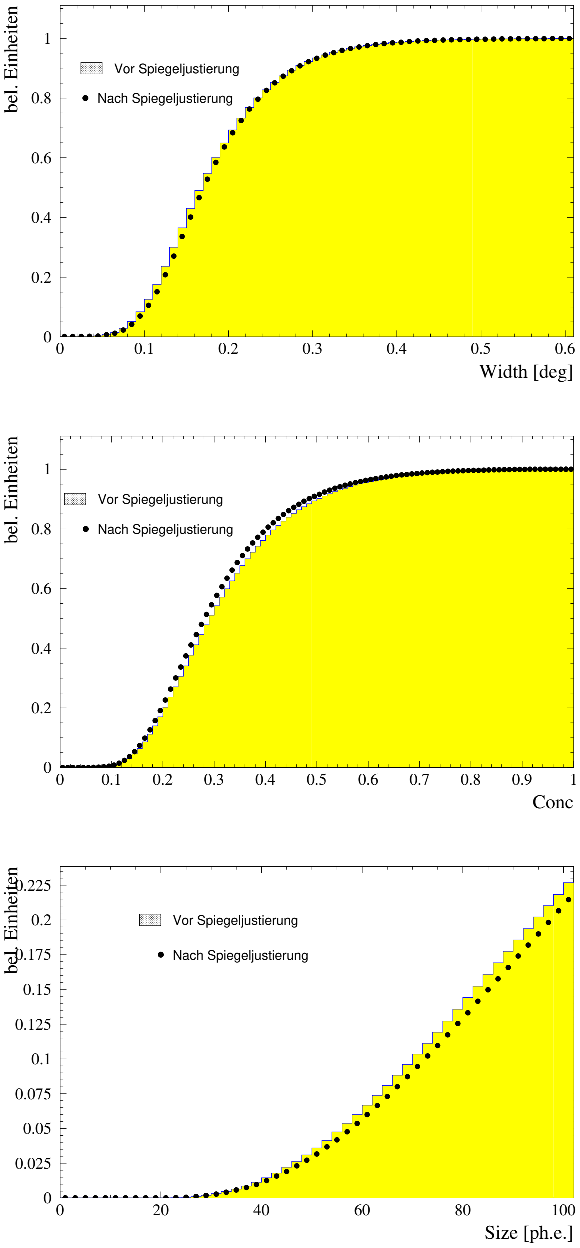

Abbildung 6.16: Vergleich integrierter Bildparameter-Verteilungen für Daten vor bzw. nach einer Spiegeljustierung. Den deutlichsten Effekt in der Größenordnung von 5% erkennt man bei der *Conc* und der *Size*-Verteilung. Form-Parameter wie die *Width* werden nur geringfügig verändert.

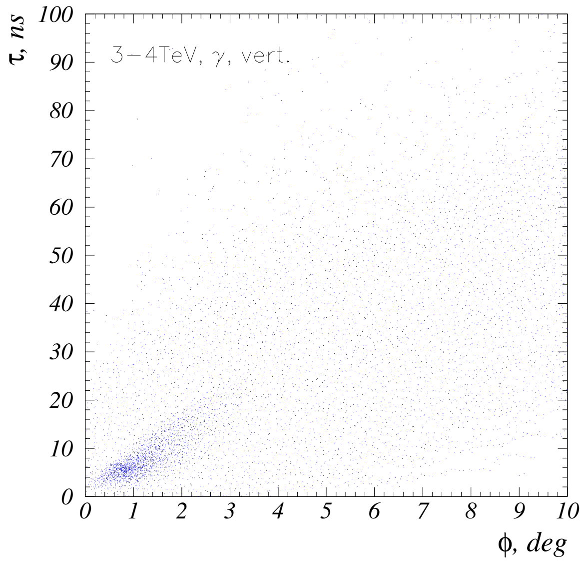

Abbildung 6.17: Ankunftszeit der Čerenkov-Photonen in Abhängigkeit vom Winkel des Photons zur optischen Achse des Teleskops für γ-Schauer mit Energien zwischen 3 und 4 TeV.

Die Ankunftszeit des Schauermaximums wurde dabei als Zeit-Nullpunkt gewählt. Dadurch ergeben sich positive und negative Ankunftszeiten. Man erkennt deutliche Unterschiede in der Form der Ankunftszeitverteilung, die eine Unterscheidung zwischen hadronisch und elektromagnetisch induzierten Schauern ermöglichen [101].

6.6 Hardware Charakteristiken

Einige Eigenschaften der Hardware-Simulation wurden bereits im vorigen Kapitel diskutiert. Trotzdem gibt es eine Vielzahl von Punkten, die überprüft werden können.

Es lassen sich für die simulierte Hardware identische Analyse- und Testverfahren anwenden wie für die Hardware im Experiment. In Abbildung 6.21 ist z. B. dargestellt, wie oft ein Pixel im Trigger war, das heißt eine Amplitude oberhalb der Trigger-Schwelle hatte. Das Verhalten der Triggerhäufigkeit zeigt sowohl für Daten als auch für die Simulation ein ähnliches Verhalten.

Eine wesentliche Neuheit dieser Simulation ist die detailierte Simulation der FADC-Ausleseelektronik. Es ist dabei von großer Bedeutung, ob die Pulsformen in den Daten und der Simulation übereinstimmen. Es wurde ein aus Daten gewonnener Puls für die FADC-Pulsform verwendet. Damit stimmt die Pulsform bis auf simulationsbedingte Ungenauigkeiten mit Datenpulsen überein.

Um dies zu überprüfen wurde mit MINUIT [108] ein Fit der Form

$$\mathrm{FADC}(t) = a_1 \cdot t^{a_2} \cdot e^{-t \cdot a_3} \tag{6.11}$$

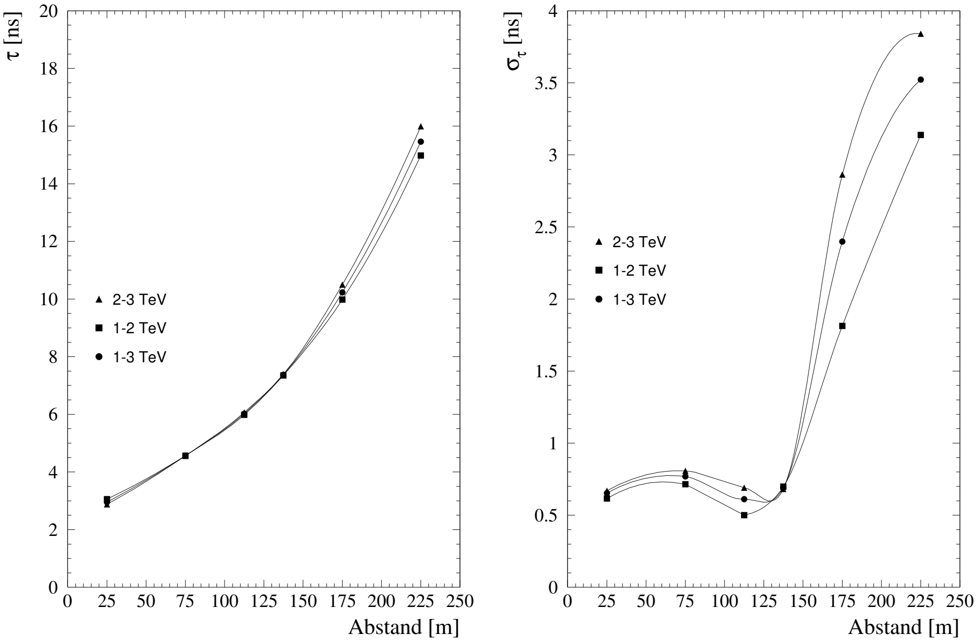

Abbildung 6.18: Abhängigkeit der Ankunftszeit der Čerenkov-Photonen des Schauers vom Abstand zum Teleskop. Links ist die Ankunftszeit des Schauermaximums dargestellt, rechts ihre Schwankung σ_τ.

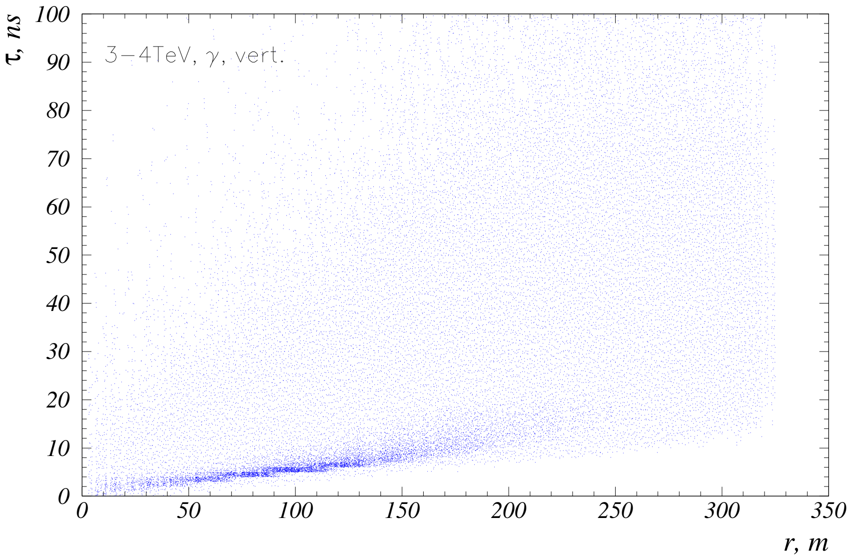

Abbildung 6.19: Abhängigkeit der Ankunftszeit vom Abstand des Schauers zum Teleskop. Dargestellt ist hier für jedes Photon des Schauers seine Ankunftszeit. Dadurch ergibt sich ein Eindruck von der Form der Schauerfront.

sowohl an Daten-Pulse als auch an simulierte Pulse (für Protonen) angelegt.

Die Fit-Parameter sind hochkorreliert. Trotzdem läßt sich eine Aussage darüber treffen, ob die Daten- und die Simulations-Pulse miteinander vereinbar sind. Abbildung 6.22 zeigt die entsprechenden Fit-Parameter.

Man erkennt eine gute Übereinstimmung zwischen der Datenpulsform und der Pulsform nach erfolgter Simulation. Die zur Bestimmung der Photoelektronenzahl aus der Pulsform der FADC's verwendete Analyse kann damit in identischer Weise sowohl bei den Daten als auch in der Simulation eingesetzt werden.

6.7 Vergleich zwischen CORSIKA und ALTAI

Bei den vorhergehenden Vergleichen muß man immer berücksichtigen, daß man schon in der ersten Stufe der Simulation eine starke Annahme über die Entwicklung des Schauers gemacht hat, in dem man ein bestimmtes Wechselwirkungsmodell für hadronische Schauer verwendet.

Um diesen systematischen Fehler durch die Wahl eines hadronischen Wechselwirkungsmodells zu verstehen, wurden nicht nur mit ALTAI (Abschnitt 3.2.1), sondern auch mit CORSIKA (V4.50) hadronische Schauer simuliert.

Dabei wurde das in CORSIKA implementierte HDPM-Modell (zusammen mit GHEISHA) verwendet, um die hadronische Komponente eines Schauers zu simulieren. Zur Simulation des elektromagnetischen Komponente des Schauers wurde der ALTAI-Code verwendet.

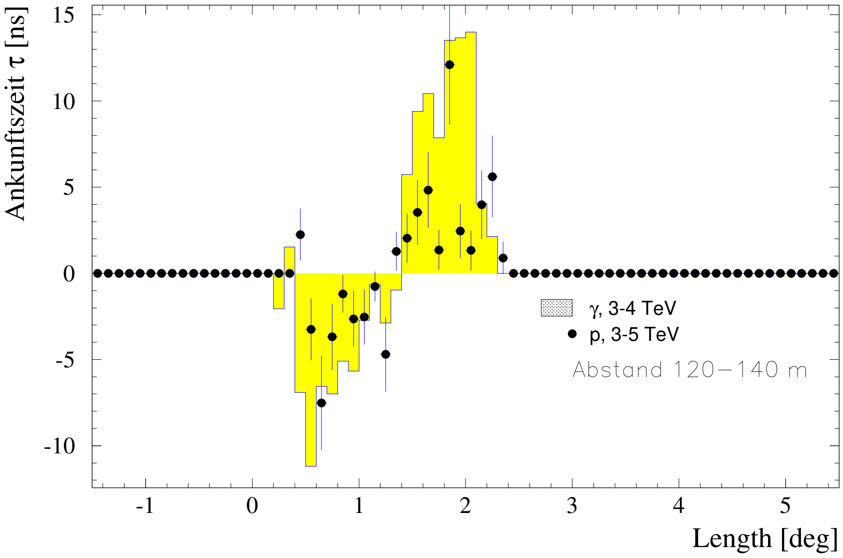

Abbildung 6.20: Ankunftszeitverteilung der Čerenkov-Photonen entlang der großen Halbachse des Bildes für einen Abstand des Schauers zum Teleskop zwischen 120 und 140 m. Man erkennt deutliche Unterschiede zwischen Protonen und γ-Schauern, die eine erfolgreiche Unterscheidung ermöglichen.

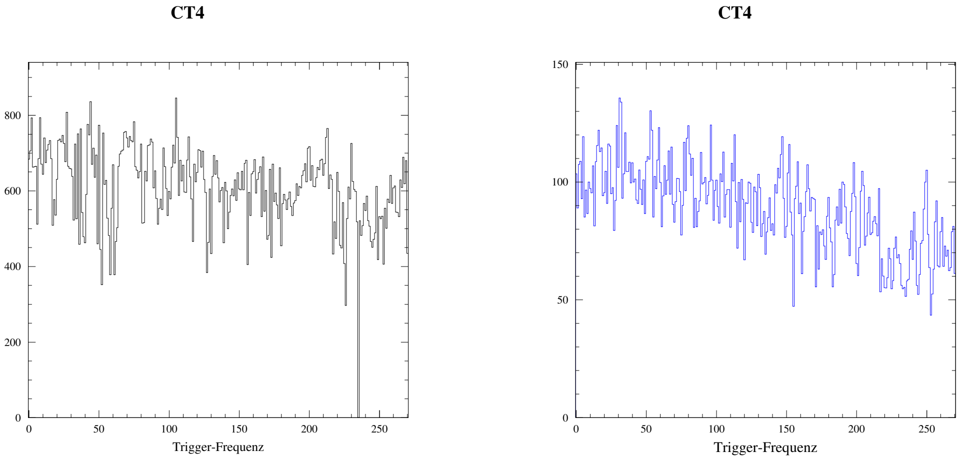

Abbildung 6.21: Trigger Frequenz der Pixel für Daten (links) und Simulation (rechts). Sowohl im Monte Carlo als auch den Daten wurde ein Zenitwinkel von 20° gewählt. Das typische Verhalten der Trigger-Häufigkeit einzelner Pixel wird gut reproduziert.

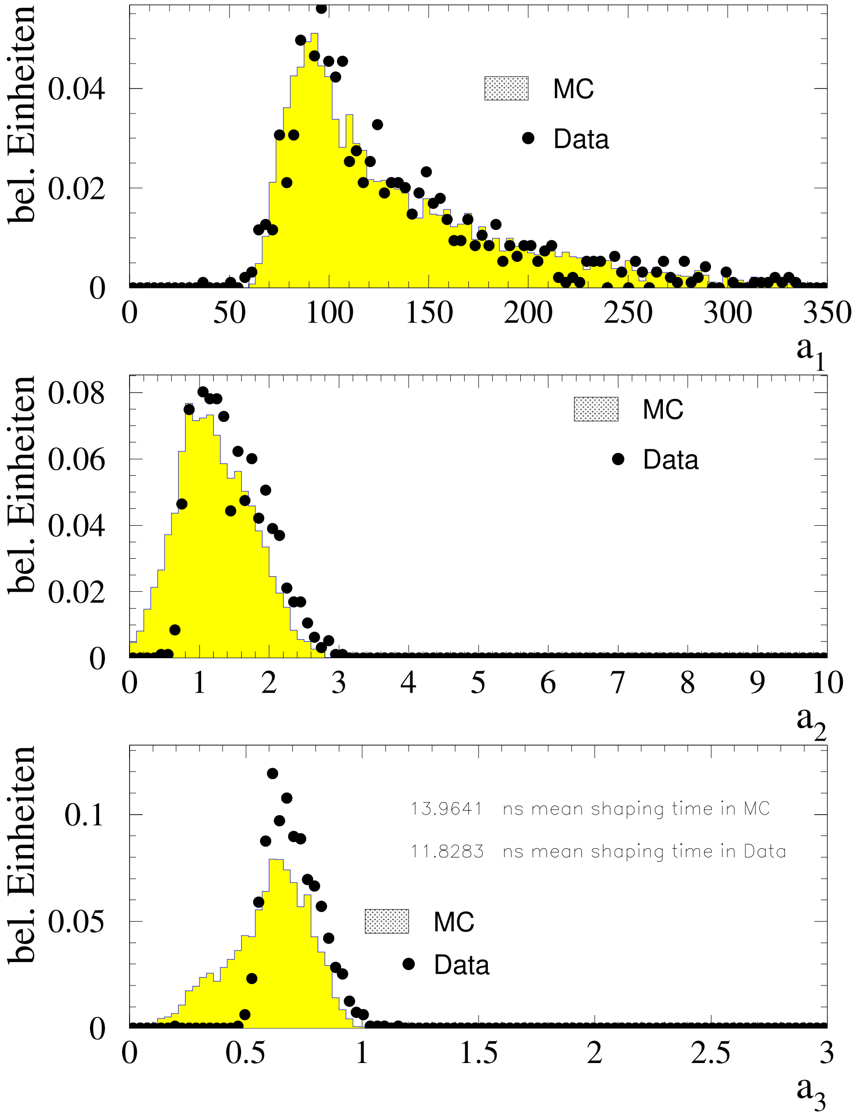

Abbildung 6.22: Parameter des Fits an die Daten- und Simulations-Pulse.

Dadurch lassen sich Unterschiede in der Schauerentwicklung, verursacht durch die Simulation der hadronischen Wechselwirkung bei sonst identischer elektromagnetischer Wechselwirkung, zwischen den unterschiedlichen Simulations-Codes erkennen.

6.7.1 Integrale Rate und effektive Fläche

Die effektive Fläche für Protonen und Helium in Abhängigkeit von der Energie wird in Abbildung 6.23 zwischen den beiden Simulationen verglichen. Man erkennt Abweichungen bei kleinen Energien, bei 1 bis etwa 3 TeV, die allein durch Fluktuationen in der Statistik verursacht werden. Die Übereinstimmung bei hohen Energie ist besser als 10%. Daraus läßt sich kein Einfluß des Wechselwirkungsmodells auf die effektive Fläche ableiten.

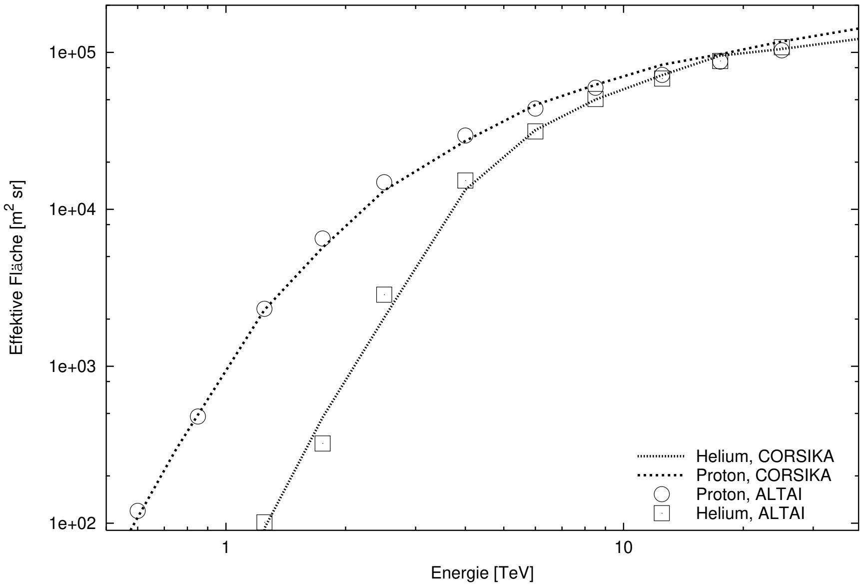

Abbildung 6.23: Effektive Fläche für die beiden Schauersimulationen mit ALTAI- bzw. CORSIKA-Code. Man erkennt (innerhalb der statistischen Erwartungen) eine sehr gute Übereinstimmung.

In Tabelle 6.7 werden die integralen Raten für CORSIKA und ALTAI generierte hadronische Schauer in Abhängigkeit von der Schwelle verglichen.

Die Raten für Protonen- und Helium-Schauer sind fast identisch, die Trigger-Rate der gesamten kosmischen Strahlung weicht um weniger als 10% ab. Diese Abweichung liegt darin begründet, daß für die Raten aus CORSIKA noch Simulationen der LM- und HVH-Teilchengruppen verwendet wurden. Die Gesamtaufstellung für die LM- und HVH-Teilchengruppe findet sich in Tabelle 7.3.

6.7.2 Bildparameter

Ein weiterer wichtiger Punkt, der die Unabhängigkeit vom Wechselwirkungsmodell zeigt, sind die rekonstruierten Bildparameter-Verteilungen. Speziell die *Width*, die die

q_0 [ph.e.]		7	10	12	15	20	30	40	50
R_p [Hz]	CORSIKA	11.96	6.63	4.78	3.62	2.23	1.22	0.78	0.54
	ALTAI	11.96	6.61	4.68	3.56	2.23	1.22	0.75	0.52
R_α [Hz]	CORSIKA	3.65	2.14	1.57	1.21	0.79	0.46	0.29	0.21
	ALTAI	3.74	2.19	1.63	1.28	0.83	0.47	0.31	0.22
R_{CR}	CORSIKA	16.96	9.58	6.97	5.32	3.34	1.87	1.20	0.85
	ALTAI	18.06	10.12	7.26	5.56	3.51	1.95	1.22	0.85

Tabelle 6.7: Raten für die beiden Simulationsprogramme CORSIKA und ALTAI in Abhängigkeit von der Schwelle. Als Trigger-Bedingung wurden 2 benachbarte Pixel über einer Schwelle q_0 gefordert sowie 2/4 Teleskope. Tabelliert sind die Raten für Protonen und Helium sowie die Gesamt-Rate bei Verwendung aller Teilchen, einschließlich der schwereren Kerne.

laterale Ausdehnung des Schauers wiedergibt, ist sehr sensitiv auf Veränderungen in der Schauerentwicklung bei Verwendung verschiedener Modelle.

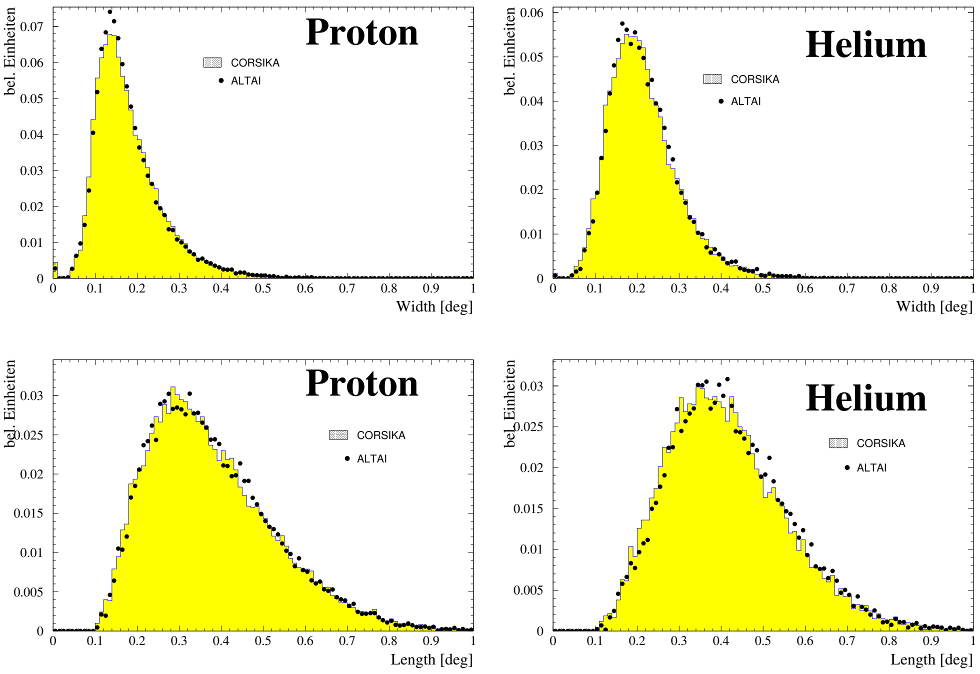

Abbildung 6.24: Vergleich der *Width*- und *Length*-Verteilungen für Protonen und Helium aus CORSIKA und ALTAI generierten Schauern. Man erkennt praktisch keinen Unterschied.

Abbildung 6.24 zeigt im direkten Vergleich die *Width*- und *Length*-Verteilungen für das ALTAI- und das CORSIKA-Monte-Carlo.

Es gibt praktische keine Unterschiede der Wechselwirkungsmodelle, die sich in den Bildparametern äußern.

Eine interessante Fortführung dieser Arbeit wäre ein weitergehender Vergleich zwischen ALTAI und den anderen Wechselwirkungsmodellen, die in CORSIKA implementiert sind.

Kapitel 7

Erste Bestimmung des Protonen-Spektrums mit der abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Technik

Die abbildende atmosphärische Čerenkov-Technik wurde schon frühzeitig [109] als mögliche Methode angesehen, das Spektrum der kosmischen Strahlung im Energiebereich zwischen 1 und einigen 10 TeV zu bestimmen.

Die Anwendung der Čerenkov-Technik in diesem Energiebereich hatte aber bisher immer mit großen Schwierigkeiten zu tun. Zum einen war die Position des Schauerauftreffpunktes unbekannt und damit der Abstand des Schauers zum Teleskop, zum anderen bestehen große Amplituden-Fluktuationen innerhalb von Schauern gleicher Energie.

Dadurch wurden immer Schauer mit starken Fluktuationen in der Schauerentwicklung und kleinen Abständen in der resultierenden Nachweisrate bevorzugt. Die Fluktuationen in der Schauerentwicklung sind so groß, wodurch auch energiearme Schauer leicht detektiert werden können. Es kann weiterhin nur schwer festgestellt werden, ob ein Schauer nah oder fern vom Teleskop niederging. Zusammen mit den Fluktuationen in der Anzahl der emittierten Čerenkov-Photonen werden dadurch nahe Schauer mit niedrigen Energien, aber starken Fluktuationen bevorzugt detektiert. Das erschwert die Bestimmung eines Spektrums erheblich.

Mit den Daten des HEGRA-CT-Systems steht jetzt aber erstmals eine genaue Rekonstruktion des Schauerauftreffpunktes und damit des Abstandes zum Teleskop zur Verfügung. Weiterhin werden Fluktuationen in der Schauerentwicklung durch die stereoskopische Betrachtung des Schauers stark unterdrückt.

Die abbildende atmosphärische Čerenkov-Technik erlaubt es also, eindeutig die Energie des Primärteilchens zu bestimmen und durch seine gute erreichbare Energieauflösung und hohe Ereignisrate einen wesentlichen Beitrag zur Bestimmung des Spektrums der kosmischen Strahlung zu leisten.

Ein erster Schritt in diese Richtung ist die Bestimmung des Spektrums der Protonenkomponente in der kosmischen Strahlung. Anhand von Monte-Carlo-Simulationen wird im folgenden eine Methode zur Rekonstruktion des Protonen-Spektrums entwickelt. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf diesen Aspekt.

Ein weiteres Ziel sollte es aber in Fortsetzung dieser Arbeit sein, die Spektren der schwereren Komponenten der kosmischen Strahlung zu vermessen. Dadurch können eventuelle Unterschiede zwischen den Teilchenarten bestimmt werden.

7.1 CORSIKA-Ereignisstatistik

In dieser Analyse werden durch CORSIKA generierte Schauer für Protonen, Helium und die Gruppen LM ('light and medium', Massenzahl 6-19) und HVH ('heavy and very heavy', Massenzahl 20-56) verwendet. Die relativen Häufigkeiten innerhalb der Gruppen LM und HVH wurden wieder aus [5] entnommen.

Tabelle 7.1 faßt die Statistik der simulierten Schauer zusammen.

Kern	p, 0°	p, 20°	He, 0° ,	LM, 0°	HVH, 0°
mittlere Massenzahl A	1	1	4	14	40
Energiebereich [TeV]	0.3-50	0.3-50	0.5-50	2-100	3-100
Statistik	35389	19200	13176	12277	15810

Tabelle 7.1: CORSIKA-Ereignisstatistik. Es wurden primär vertikale Schauer simuliert. Die Protonen-Simulationen wurden zusätzlich um 20° Zenitwinkel-Schauer erweitert.

In Tabelle 7.2 werden die Spektren aus [5] auch für die Teilchengruppen nach Gleichung 6.1 wiedergegeben. Diese Werte wurden als Startpunkte verwendet, um einen Anhaltspunkt für die Entwicklung der Methode zu besitzen.

7.2 Methodik

Im wesentlichen folgen wir der Argumentation in [110], um die Möglichkeit zur Teilchenseparation mit der Čerenkov-Technik zu diskutieren.

Der Fluß der kosmischen Strahlung setzt sich aus den unterschiedlichen Flüssen der in Tabelle 7.2 aufgeführten Teilchen zusammen[1]:

---

[1] Im folgenden beschränken wir uns auf $J = 4$ Komponenten der kosmischen Strahlung, Protonen, Helium, LM- und HVH-Teilchen.

Nucleus		Protonen (p)	Helium (He)	LM	HVH
Massenzahl A		1	4	6-19	20-56
Φ_0	[/(s sr m^2 TeV)]	0.109	0.066	0.028	0.050
$\Delta\Phi_0$	[/(s sr m^2 TeV)]	0.32	0.15	0.06	0.19
γ		2.75	2.62	2.67	2.61
$\Delta\gamma$		0.02	0.02	0.02	0.03
Anteil der kosmischen Strahlung [1 TeV]		0.43	0.26	0.11	0.20

Tabelle 7.2: Differentielles Spektrum für Protonen, Helium, LM- und HVH-Teilchen. Für die Bedeutung der Parameter ϕ_0 und γ siehe Gleichung 6.1. Die angegebenen Fehler ergeben sich aus dem gemeinsamen Fit aller verfügbaren Messungen.

$$\frac{\mathrm{d}F_{\mathrm{CR}}}{\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega} = \sum_{j=1}^{J} \frac{\mathrm{d}F_j}{\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega}, \text{ mit } J = 4 \text{ (siehe Fußnote 1).} \tag{7.1}$$

Die von einem Čerenkov-Teleskop gemessene Trigger-Rate R_{CR} in Gleichung 6.3 läßt sich dann schreiben als die Summe der Trigger-Raten R_j der Einzelkomponenten der kosmischen Strahlung:

$$R_{\mathrm{CR}} = \sum_{j=1}^{J} R_j. \tag{7.2}$$

Unser Ziel ist es jetzt, einen Selektionsparameter zu finden (z. B. die Bildbreite *Width* und/oder -länge *Length*), der eine Abhängigkeit von der Massenzahl A des Primärteilchens besitzt, um dadurch eine Komponente i der kosmischen Strahlung zu selektieren und die restlichen zu unterdrücken. Durch Festlegung des Wertes des Selektionsparameters ergibt sich eine Gesamt-Nachweisrate $\tilde{R}_{\mathrm{CR}}$, die sich wie folgt schreiben läßt:

$$\tilde{R}_{\mathrm{CR}} = \sum_{j=1}^{J} \tilde{R}_j = \sum_{j=1}^{J} \kappa_{ij} R_j. \tag{7.3}$$

Die κ_{ij} sind die Nachweiseffizienzen für eine Komponente j, wenn die selektierte Komponente i ist. Die geeignete Festlegung des Selektionsparmeters sollte zu einer Anreicherung der selektierten Komponente i im verbleibenden Datensample führen:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{\mathrm{CR}} &= \sum_{j=1}^{J} \kappa_{ij} R_j \approx \tilde{R}_i\,, \\ \kappa_{ij} &= \begin{cases} \approx 1, & \text{für } i = j\,, \\ \approx 0, & \text{für } i \neq j\,, \end{cases} \rightarrow \tilde{R}_i \gg \tilde{R}_j. \end{aligned} \tag{7.4}$$

Die Wahl eines Selektionsparameters für die Komponente i wird im allgemeinen nicht zu einem reinen Datensample der selektierten Komponente führen. Es wird immer ein Restbeitrag anderer Komponenten vorliegen:

$$\kappa_{ij} = \begin{cases} \leq 1, & \text{für } i = j \\ \geq 0, & \text{für } i \neq j \end{cases}.$$

In der Regel wird es auch nicht gelingen, die unerwünschten Komponenten ganz zurückzuweisen, ohne einen wesentlichen Anteil der selektierten Komponente zu verlieren. Unser Ziel ist es, möglichst wenig der selektierten Komponente i zu verlieren, und gleichzeitig möglichst viel der Komponenten j zurückzuweisen.

7.2.1 Effektive Flächen für verschiedene Teilchenarten

Bereits durch die Triggerbedingung wird die Protonenkomponente der kosmischen Strahlung stark gegenüber schwereren Kernen bevorzugt. In Abbildung 7.1 werden die berechneten effektiven Flächen für die verschiedenen Primärteilchenarten dargestellt.

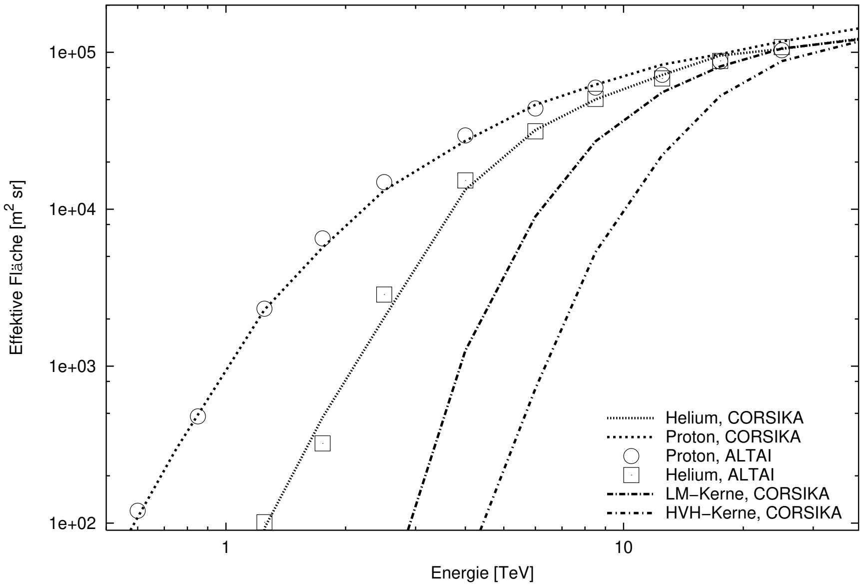

Abbildung 7.1: Effektive Flächen der 4 Teilchengruppen. Triggerbedingung war 2NN/271 > 10 ph.e. und mindestens 2 aus 4 Teleskopen beteiligt. Man erkennt eine deutlich größere effektive Nachweisfläche für Protonen als für Schauer schwererer Kerne. Erneut eingezeichnet ist die effektive Fläche für ALTAI-Primärteilchen.

Protonen-Schauer erzeugen durch die kompakteren Bilder bei gleicher Energie eher einen Trigger als Schauer schwererer Kerne, bei denen sich Sub-Schauer überlagern, die zu diffuseren und lichtärmeren Bildern führen.

Die differentiellen Raten zeigen diesen Trend noch stärker. Abbildung 7.2 zeigt die differentielle Rate unter Verwendung eines differentiellen Flusses der Form

$$\frac{\mathrm{d}F_j}{\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega} = 25 \cdot 10^{-2} \cdot E^{-2.7} \left(\mathrm{s\,sr\,m^2\,TeV}\right)^{-1}. \tag{7.5}$$

Die Trennung zwischen Protonen und schwereren Kernen ist schon deutlich erkennbar und allein durch die Triggerbedingung in Form der unterschiedlichen effektiven Flächen bedingt. Zu hohen Energien hin gleichen sich die effektiven Flächen für alle Teilchen einander an, wodurch die differentiellen Raten ab etwa 10 TeV annähernd gleich werden.

Da allerdings die Protonen gegenüber den schwereren Kernen nicht gleich häufig in der kosmischen Strahlung vorkommen, muß man die relativen Häufigkeiten berücksichtigen. Abbildung 7.3 zeigt die differentiellen Raten für unsere vier Teilchenarten

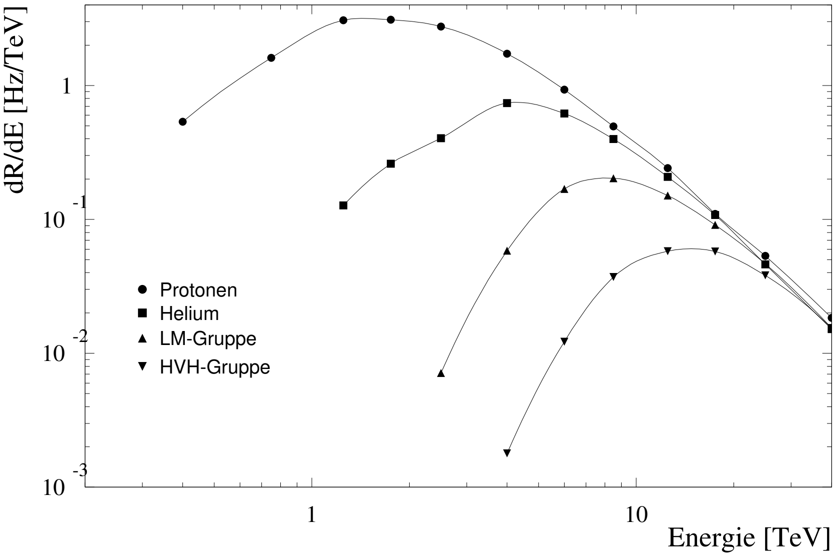

Abbildung 7.2: Differentielle Raten für Protonen, Helium, LM- und HVH-Primärteilchen unter Verwendung identischer differentieller Spektren nach der Triggerbedingung 2NN/271 $>$ 10 ph.e. und 2/4 Teleskope.

nach Verwendung der differentiellen Flüsse nach Tabelle 7.2. Man erkennt die starke Unterdrückung der schwereren Kerne gegenüber Protonen. Bei 2 TeV beträgt diese Unterdrückung etwa einen Faktor 20, bei 10 TeV immerhin noch ein Faktor 2, der dann annähernd konstant bleibt. Dadurch wird es möglich, das Spektrum der Protonen nahe ihrer Energieschwelle E_{thr} annähernd frei von Einflüssen schwererer Kerne zu bestimmen.

Um die Unterdrückung auch in höheren Energiebereichen oberhalb einer festgelegten Grenze zu halten, ist es notwendig, die Triggerschwelle deutlich zu erhöhen. Bei $q_0 = 40$ ph.e. ist es bereits möglich, bis 10 TeV diese hohe Unterdrückung zu erhalten (vergleiche Abbildung 7.4). Die effektive Energieschwelle verschiebt sich durch die höhere Triggerschwelle für Protonen auf etwa 8 TeV. Gleichzeitig geht aber durch die Steilheit des Spektrums die differentielle Rate um mehr als eine Größenordnung herunter, wodurch die Protonen-Statistik stark reduziert wird.

Tabelle 7.3 stellt die integralen Raten der Komponenten der kosmischen Strahlung zusammen. Die Protonen machen bei einer Triggerschwelle von 10 ph.e. $\sim 70\%$ der Gesamtrate aus. Bei einer höheren Schwellen von $q_0 = 40$ ph.e. reduziert sich der relative Anteil der Protonen an der Trigger-Rate geringfügig auf 65%.

Zusätzlich zum normalen Triggerschema wurde noch eine Mindestamplitude im Bild eines getriggerten Teleskopes verlangt. Der Einfluß dieser Triggerbedingung wird in Abbildung 7.5 dargestellt. Ereignisse mit niedriger Energie werden stärker unterdrückt, im hochenergetischen Teil der differentiellen Rate ändert sich dabei aber erwartungsgemäß nichts.

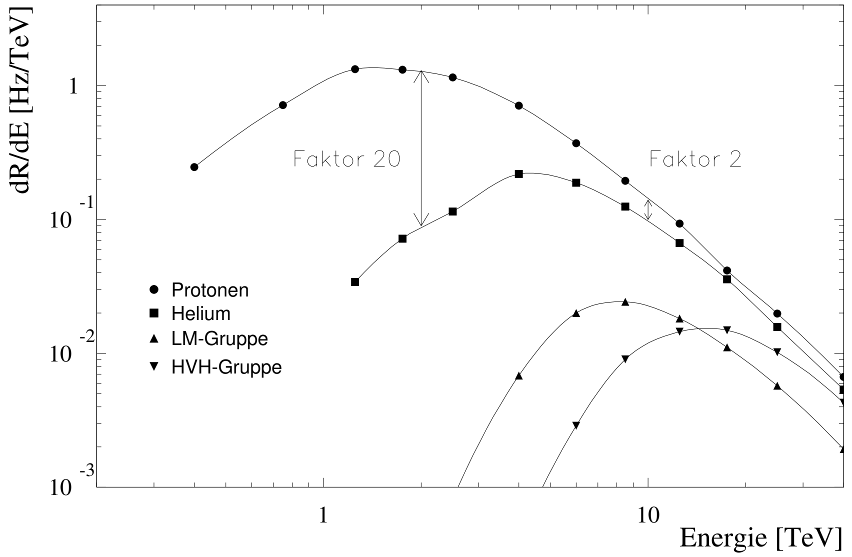

Abbildung 7.3: Differentielle Raten für Protonen, Helium, LM- und HVH-Primärteilchen. Die relativen Häufigkeiten wurden nach [5] gewählt. Helium Schauer sind bei 2 TeV schon einen Faktor 20 gegenüber Protonen unterdrückt, bei 10 TeV immerhin noch um einen Faktor 2.

q_0 [ph.e.]	7	10	12	15	20	30	40	50
Protonen [Hz]	11.96	6.63	4.78	3.62	2.23	1.23	0.78	0.54
Helium [Hz]	3.65	2.14	1.57	1.21	0.79	0.46	0.29	0.21
LM-Teilchen [Hz]	0.66	0.39	0.30	0.24	0.15	0.093	0.064	0.048
HVH-Teilchen [Hz]	0.69	0.42	0.32	0.25	0.17	0.101	0.068	0.048
Protonen 20° [Hz]	11.90	6.59	4.77	3.62	2.19	1.20	0.74	0.52
Gesamtrate CR [Hz]	16.96	9.58	6.97	5.32	3.34	1.87	1.20	0.85

Tabelle 7.3: Raten R der simulierten Komponenten in Abhängigkeit von der Schwelle. Als Trigger-Bedingung wurden 2 benachbarte Pixel über einer Schwelle q_0 gefordert sowie 2/4 Teleskope. Tabelliert sind die Einzel-Raten sowie die Gesamtrate bei Verwendung aller Teilchen, einschließlich der schwereren Kerne.

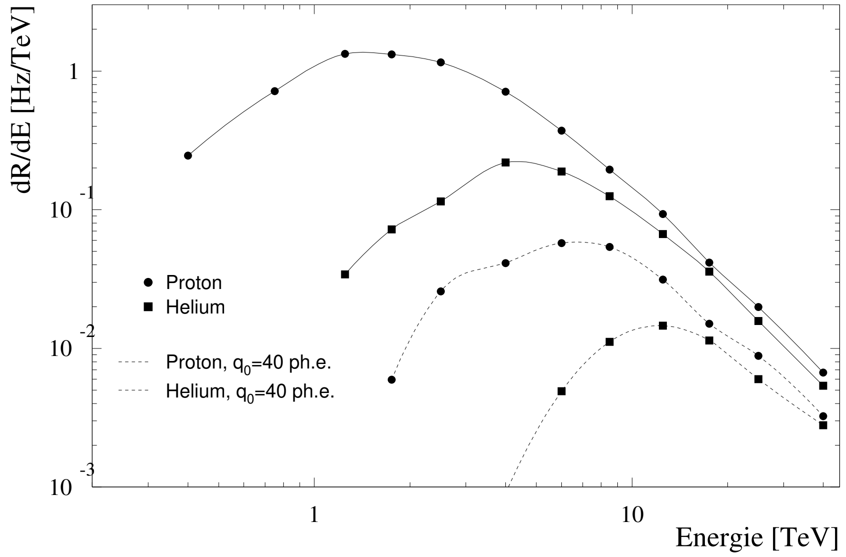

Abbildung 7.4: Vergleich der differentiellen Raten nach der Triggerbedingung 2NN/271 > 10 ph.e. (durchgezogene Kurven) bzw. > 40 ph.e. (gestrichelte Kurven) und 2/4 Teleskope. Um die gute Unterdrückung der schweren Kerne bereits auf Triggerebene in einem höheren Energiebereich zu erhalten, ist es nötig, die Triggerschwelle hochzusetzen.

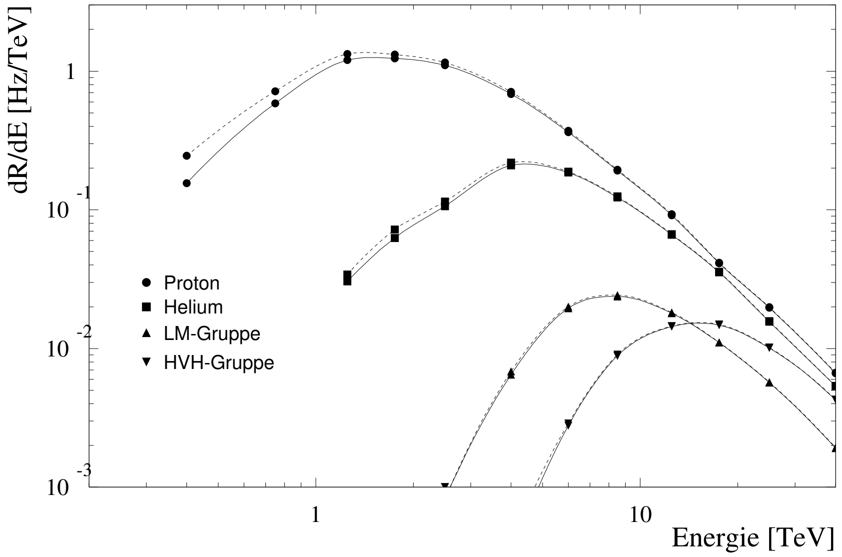

Abbildung 7.5: Differentielle Raten für normale Trigger-Bedingung (2NN/271 > 10 ph.e., gestrichelt) und mit zusätzlicher Amplitudenbedingung $S > 40$ ph.e. (mindestens 40 ph.e. im Bild; durchgezogene Linie).

7.2.2 Skalierte Bildparameter

Zur Teilchenselektion wird eine Meßgröße benötigt, die sensitiv auf die Massenzahl A des Primärteilchens ist. Wie in [110] dargestellt, erweist sich die Bild-*Width* als sehr gut geeignet, um eine Teilchentrennung durchzuführen. Wir beschränken uns daher auf die Diskussion dieses Parameters, der die laterale Schauerentwicklung widerspiegelt.

Wie man in Abbildung 6.24 schon sieht, erscheint die *Width*-Verteilung der Protonen gegenüber Helium deutlich schmaler. Die *Length*-Verteilung zeigt dagegen nur geringe Unterschiede zwischen diesen Teilchenarten.

Abbildung 7.6 zeigt die auf die gleiche Fläche normierten *Width*-Verteilungen für unsere 4 verschiedenen Teilchengruppen. Man erkennt auch für Kerne schwerer als Helium deutlich die unterschiedlichen *Width*-Verteilungen, die eine effektive Trennung der Protonen von den schwereren Kernen der kosmischen Strahlung prinzipiell möglich macht.

Tabelle 7.4 gibt die Mittelwerte und Standardabweichungen der *Width*-Verteilungen wieder.

	Proton	Helium	LM	HVH
$\langle Width \rangle$ [deg]	0.1794	0.2149	0.2461	0.2675
RMS ($Width$) [deg]	0.0812	0.0837	0.0830	0.0816

Tabelle 7.4: Parameter der *Width*-Verteilungen.

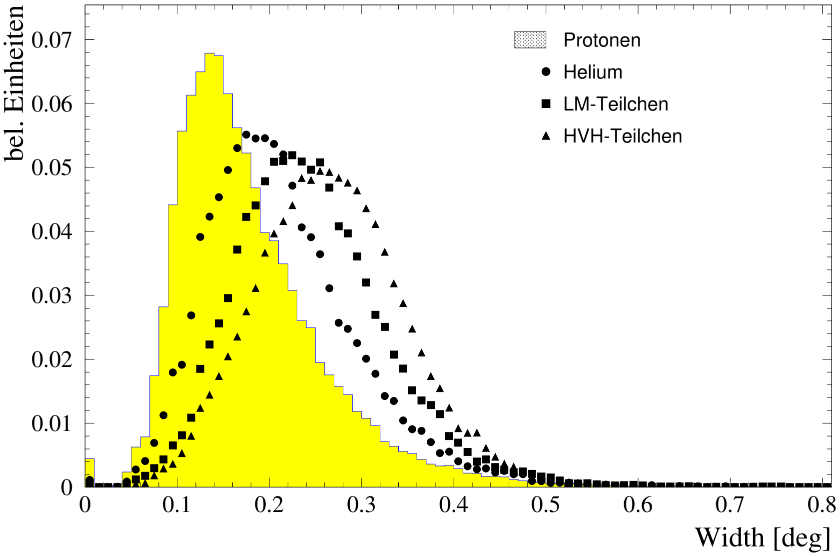

Abbildung 7.6: Auf die gleiche Fläche normierte *Width*-Verteilungen verschiedener Teilchenarten. Der *Width*-Parameter spiegelt die laterale Schauerentwicklung wieder und eignet sich gut zur Teilchenseparation.

Protonen-Schauer sind lateral weniger ausgedehnt als Helium-Schauer. Die Mittelwerte unterscheiden sich um einen Faktor 1.2 (1.4 und 1.5 für die LM- und HVH-Gruppe respektive). Die Verwendung eines Schnittes (ein sogenannter *Cut*) auf den Formparameter der *Width* erlaubt es uns also, die nach der Triggerbedingung noch verbleibenden schwereren Kerne weiter zu unterdrücken und dadurch ein fast reines Protonen-Datensample zu erhalten.

Abbildung 7.7 zeigt zwei Probleme auf, die die Verwendung einfacher Bildparameter zur Ereignisselektion bringen. Dargestellt ist die *Width* in Abhängigkeit vom Abstand des Schauers zum Teleskop und der Energie des Protons. Ereignisse mit einem großen Abstand zum Teleskop haben eine kleine *Width*. Ereignisse mit einer hohen Energie haben eine große *Width*. Ein fester *Width*-Cut bei 0.2° zum Beispiel würde nahe Schauer mit niedriger Energie bei der Selektion bevorzugen.

Um dies zu umgehen, werden sogenannte *skalierte* Bildparameter eingeführt [111] [75], die eine aus der Simulation bekannte Abhängigkeit der *Width* von der *Size* S_i (Bildamplitude; sie wird direkt gemessen und ist ungefähr proportional zur Energie) und vom Abstand des Schauers zum Teleskop r_i (dem *Impakt*-Abstand) verwenden, um auf den Einfluß niedriger Energien (mit starken Fluktuationen) und naher Einschläge zu korrigieren:

$$W_{\text{skal.}} = W_{\text{Mess.}}(S_i, r_i) / \bar{W}^p_{\text{MC}}(S_i, r_i).$$

Durch die Skalierung auf die mittlere *Width* der Protonen dieser Amplitude und dieses Abstandes erreicht man, daß die Protonen-*Width* unabhängig von diesen Größen

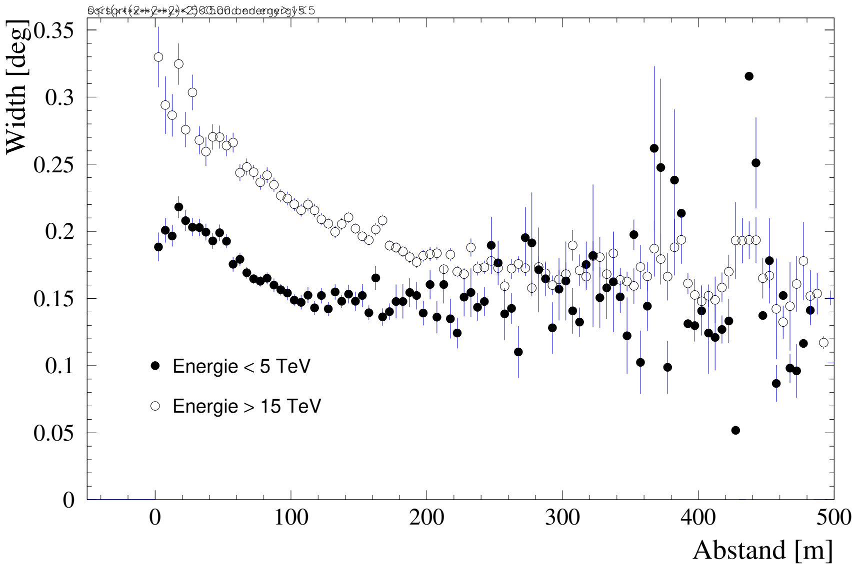

Abbildung 7.7: Abhängigkeit der *Width* vom Abstand des Teleskops zum Schauerauftreffpunkt und von der Energie des einfallenden Protons.

wird und einen Mittelwert von 1.0 hat[2]. Die schwereren Kerne sind dann ungefähr entsprechend Tabelle 7.4 verschoben. Schnitte zur Teilchentrennung werden anhand dieser skalierten *Width*-Verteilung durchgeführt (vergleiche Abbildung 7.6 mit 7.8), die für Protonen unabhängig von *Size* und r ist. Damit ein Schauer als Protonen-Schauer identifiziert wird, genügt ein Teleskop mit der verlangten skalierten *Width*. Auf den Einfluß der schwereren Kerne wird nachträglich korrigiert.

Abbildung 7.9 zeigt die Effizienz der Teilchentrennung in Abhängigkeit vom Schnitt auf die skalierte *Width*.

Ziel ist es, einen Schnitt zu finden, der möglichst viel schwere Kerne aus dem Datensample entfernt (in Abbildung 7.9 möglichst weit links), ohne dabei allerdings zu viele Protonen zu verwerfen (in Abbildung 7.9 möglichst weit rechts). Idealerweise werden nur etwa 50% der Protonen verworfen (etwa bei einem Schnitt um die skalierte *Width* $\leq 1^\circ$ herum), wodurch allerdings noch ein beträchtlicher Anteil schwere Kerne im Datensatz verbleibt.

Die Aufweitung der Bildparameter-Verteilung der skalierten *Width* für verschiedene Teilchenarten ist aber nicht von der Energie unabhängig. Mit steigender Energie des Primärteilchens gleichen sich die Verteilungen immer stärker an. Abbildung 7.10 zeigt die skalierte *Width* für alle Kerne oberhalb 15 TeV. Man erkennt deutlich die stärker werdende Überlappung zwischen den Verteilungen, die sich in einer reduzierten Effizienz der Teilchenseparation bei hohen Energien ausdrückt. Der Mittelwert der Protonen-*Width* liegt aber immer noch per definitionem bei 1.

Abbildung 7.14 zeigt die Akzeptanz für einen skalierten *Width*-Schnitt von 0.85 in

---

[2] Der skalierten Width wird ebenfalls die Einheit [deg] zugeordnet.

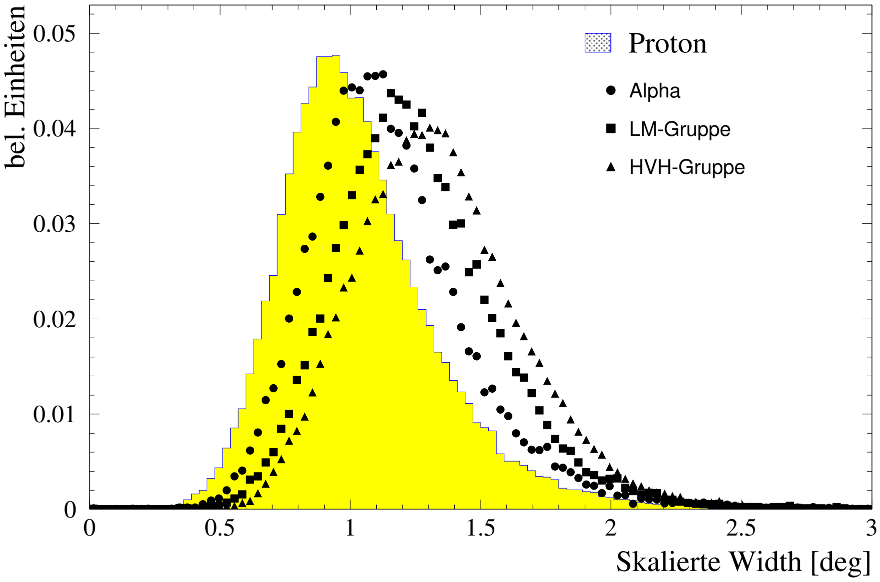

Abbildung 7.8: Skalierter *Width*-Parameter für die verschiedenen Kerne, integriert über alle Energien (normiert auf gleiche Flächen).

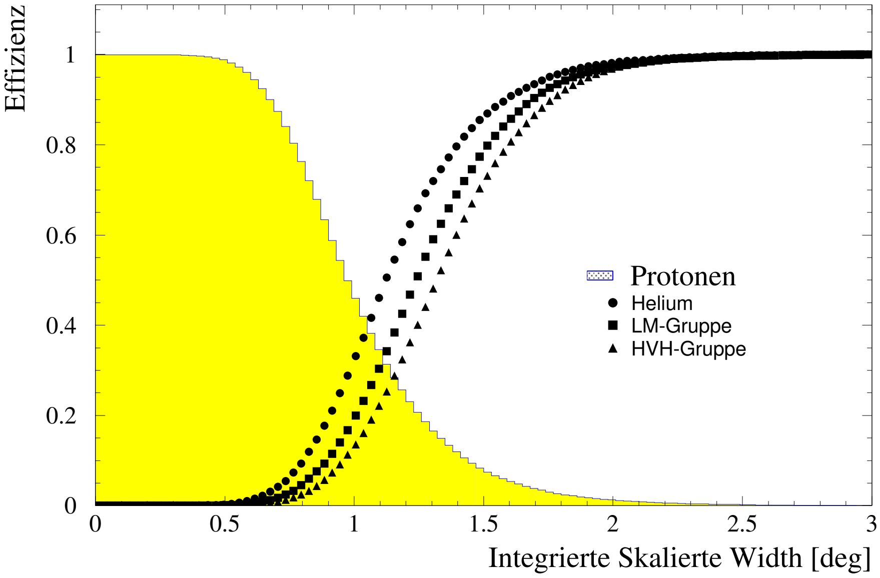

Abbildung 7.9: Effizienz der Teilchenselektion. Dargestellt ist die Rückweiseffizienz für Protonen und die Akzeptanz für schwerere Kerne in Abhängigkeit des Schnittes auf die skalierte *Width*. Bei einem Schnitt bei 0.9° werden $\sim$ 60% der Protonen zurückgewiesen und gleichzeitig $\sim$ 20% Helium, und $\leq$ 10% schwerere Kerne als Protonen akzeptiert.

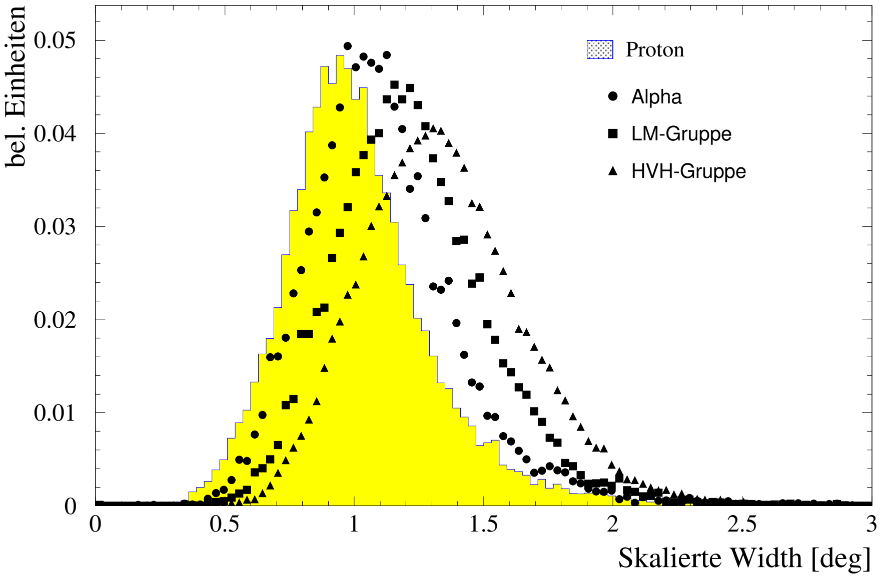

Abbildung 7.10: Skalierter *Width*-Parameter für die verschiedenen Kerne oberhalb 15 TeV. Man erkennt, daß sich die Bildparameter aneinander angleichen (vergleiche Abbildung 7.8).

Abhängigkeit von der Energie. Man erkennt deutlich die nahezu konstante Akzeptanz für Protonen, wogegen die schwereren Kerne eine leicht ansteigende Akzeptanz zeigen. Dies reduziert die Trennung zwischen den Teilchenarten mit steigender Energie.

Aus Abbildung 7.7 erkennt man noch, daß jenseits von 200 m Abstand zum Teleskop allein schon durch Fluktuationen die Unsicherheiten in der *Width* sehr groß werden. Daher werden wir uns im folgenden auf einen Impakt-Abstand von maximal 200 m beschränken.

Abbildung 7.11 zeigt die skalierte *Width*-Verteilung für Protonen als Funktion des Abstandes für dieselben Energien wie in Abbildung 7.7. Durch die Skalierung auf die mittlere *Width* der Protonen ist die *Width* nicht mehr von von der Energie und dem Abstand abhängig (man beachte die Ordinatenskala).

Die Kamera kann in Ringe eingeteilt werden, sogenannte *Zonen*. Das zentrale Pixel ist dabei die 1. *Zone*, der äußere Ring ist die 10. *Zone*. Die *Zone* gibt in groben Schritten den Schauerabstand wieder. Die Lage des Pixels mit der höchsten Amplitude bestimmt die *Zone* für dieses Ereignis. Abbildung 7.12 zeigt die Abhängigkeit der *Width* von der Position des Bildes in der Kamera. Bilder nah am Rand werden abgeschnitten und dadurch mit einer kleineren *Width* rekonstruiert.

Die Skalierung sollte idealerweise für Protonen auch wieder eine konstante *Width* über die gesamte Kamera liefern, wie es in Abbildung 7.13 dargestellt und erreicht ist. Man beachte die verschiedenen Ordinatenskalen in den Abbildungen 7.13 und 7.12.

Abbildung 7.14 gibt die Akzeptanz für Protonen, Helium und schwerere Kerne nach einem Schnitt auf die mittlere skalierte *Width* wieder. Die selektierte Komponente sollte eine konstante Akzeptanz über den gesamten Energiebereich erhalten.

Man erkennt auch den leichten Anstieg der Akzeptanzen für die schwereren Kerne

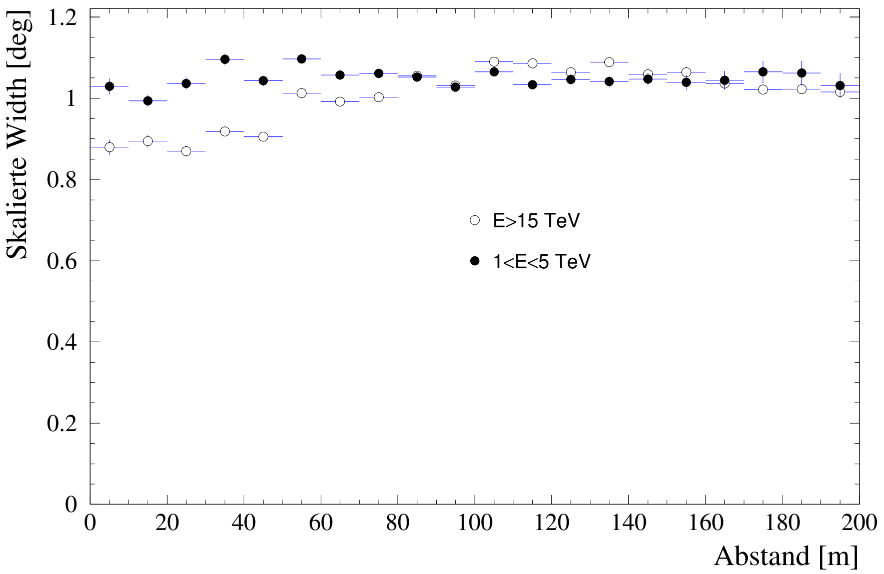

Abbildung 7.11: Abhängigkeit der skalierten *Width* vom Abstand des Teleskops zum Schauerauftreffpunkt und von der Energie des einfallenden Protons. Die skalierte *Width* ist nahezu unabhängig vom Abstand. Bei kleinen Abständen treten Abweichungen auf, die aber durch die geringe Nachweiseffizienz nahe bei einem Teleskop bedingt sind.

mit wachsender Energie, die die Teilchentrennung leicht reduziert.

Tabelle 7.5 gibt die Akzeptanzwahrscheinlichkeiten für verschiedene skalierte *Width*-Schnitte wieder, integriert über den gesamten Energiebereich.

Cut, $Width_{\mathrm{skal.}}$ [deg]	1.15	1.0	0.85	0.75	0.65	0.55
Protonen Akzeptanz	0.854	0.706	0.477	0.293	0.143	0.049
Protonen Anteil	0.723	0.762	0.815	0.858	0.889	0.918
Helium Anteil	0.215	0.193	0.158	0.124	0.100	0.074
LM-Anteil	0.032	0.024	0.016	0.012	0.007	0.005
HVH-Anteil	0.031	0.021	0.011	0.007	0.004	0.003

Tabelle 7.5: Akzeptanz-Wahrscheinlichkeiten für Protonen und schwerere Kerne in Abhängigkeit vom skalierten *Width*-Schnitt. Ebenfalls angegeben ist der prozentuale Anteil der verschiedenen Kerne an der verbleibenden Rate.

Die Akzeptanz für Protonen ist über den gesamten Energiebereich annähernd konstant, wogegen schwerere Kerne einen leichten Anstieg in ihrer Akzeptanz verzeichnen. Die Bilder schwerer Kerne scheinen mit höherer Energie immer ‘Protonen’-ähnlicher zu werden. Dies läßt sich wieder im Superpositionsmodell verstehen. Ein Schauer, induziert durch einen Kern der Massenzahl A kann als Überlagerung von A Protonen-Schauern aufgefaßt werden. Damit nähern sich die Schauerentwicklungen ab einer bestimmten Energie der schwereren Kerne an die der Protonen-Schauer an (siehe auch

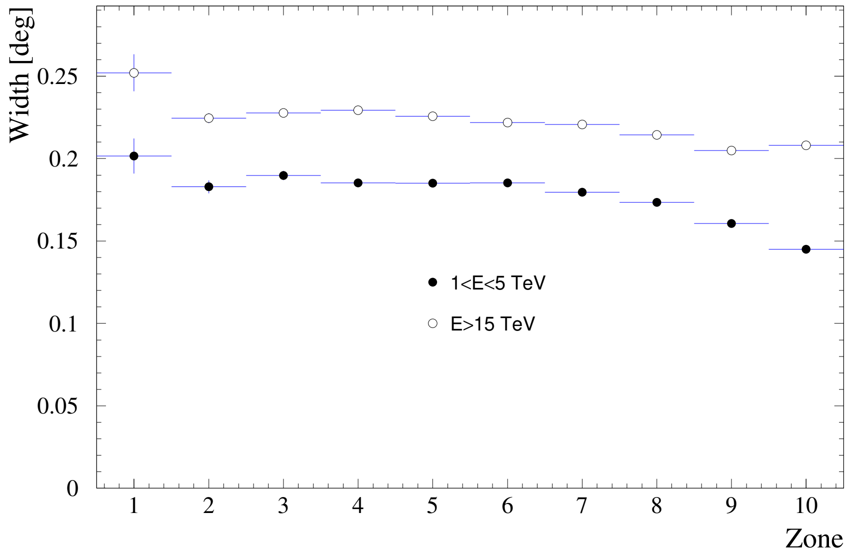

Abbildung 7.12: Abhängigkeit der gemessenen *Width* von der *Zone* (definiert durch die Position des heißesten Pixels) in der Kamera und von der Energie des einfallenden Protons (gleichverteilt gemittelt innerhalb der Energie-Intervalle).

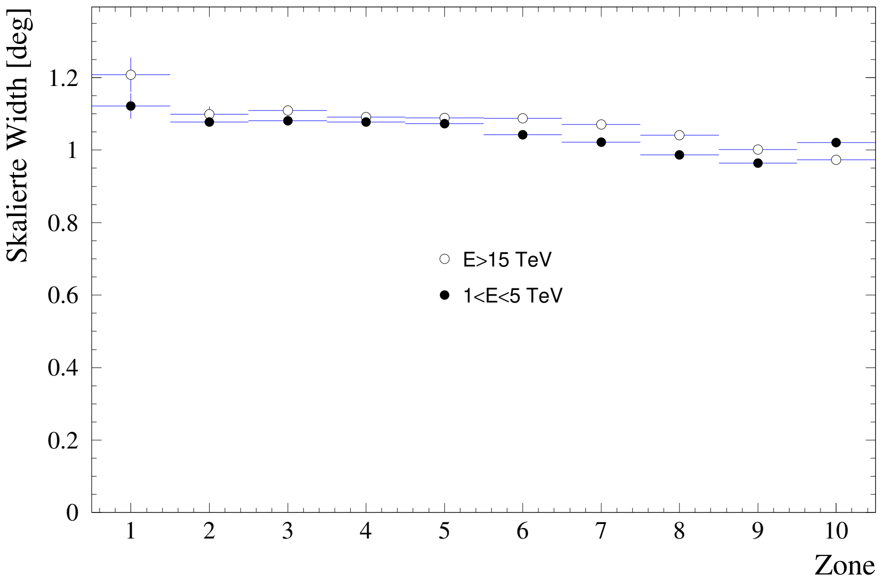

Abbildung 7.13: Abhängigkeit der skalierten *Width* von der *Zone* in der Kamera und von der Energie des einfallenden Protons.

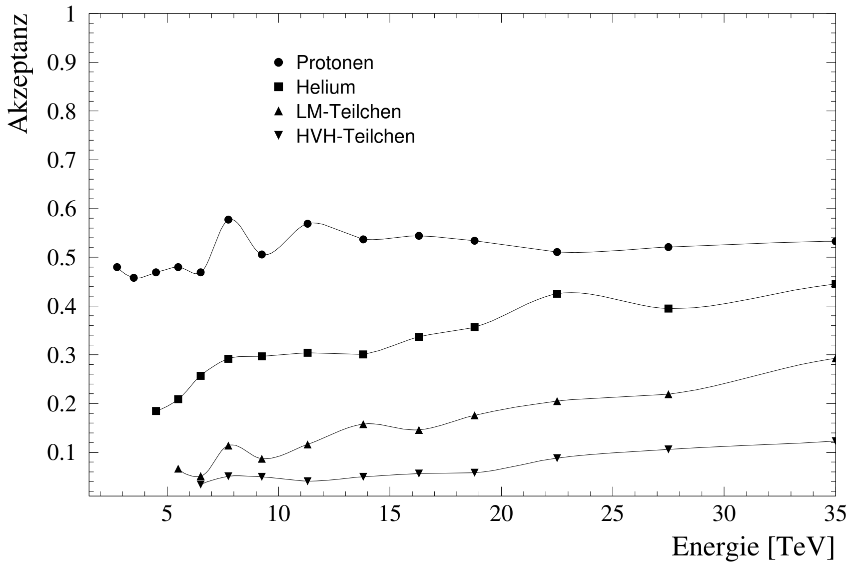

Abbildung 7.14: Akzeptanz in Abhängigkeit von der Energie bei einem skalierten *Width* Schnitt bei 0.85. Man erkennt, das die Akzeptanz für Protonen über den gesamten Energiebereich nahezu konstant ist, während die schwereren Kerne deutlich unterdrückt sind.

Abbildung 6.2).

Die skalierten Bildparameter erlauben also eine verläßliche Teilchentrennung zwischen Protonen und schwereren Kernen ohne Bevorzugung niedriger Energien und geringer Schauer-Abstände.

In Abbildung 7.15 ist die skalierte *Width* in Abhängigkeit vom Abstand für Protonen und Helium zusammengestellt. Man erkennt die deutliche und konstante Trennung zwischen den Kernen in Abhängigkeit vom Abstand.

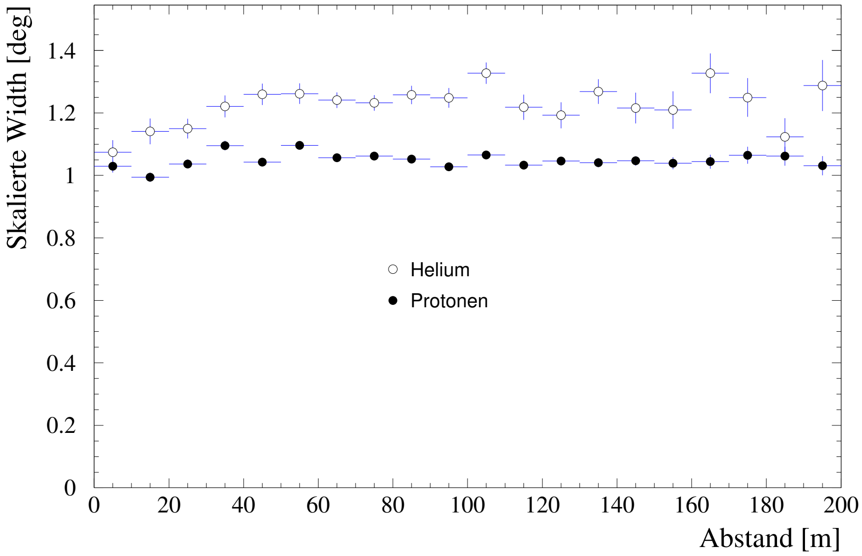

Abbildung 7.15: Skalierte *Width*-Parameter in Abhängigkeit vom Abstand für Protonen und Helium ($1 < E < 5$ TeV). Man erkennt die deutliche konstante Trennung zwischen den Teilchen über den gesamten Bereich.

Abbildung 7.16 zeigt die Teilchentrennung in Abhängigkeit von der Lage des Bildes in der Kamera. Auch hier erkennt man die deutliche Trennung zwischen Helium- und Proton-Schauern.

Durch Schnitte auf die skalierte *Width* ist es also möglich, eine effektive Teilchentrennung zwischen Protonen und schwereren Kernen der kosmischen Strahlung durchzuführen. Diese Trennung ist am besten in der Nähe der Energieschwelle der Protonen, d. h. oberhalb etwa 1.5 TeV.

7.2.3 Akzeptanzen

Nachdem man eine Möglichkeit zur Separation der Protonen aus der kosmischen Strahlung hat, stellt sich die Frage, wie die Akzeptanz für Protonen gegenüber schwereren Kernen von der Energie abhängt.

Abbildung 7.17 zeigt die Anreicherung der Protonen gegenüber Helium in Abhängigkeit von der Energie für verschiedene *Width*-Schnitte ohne vorherige Annahme eines Primärspektrums.

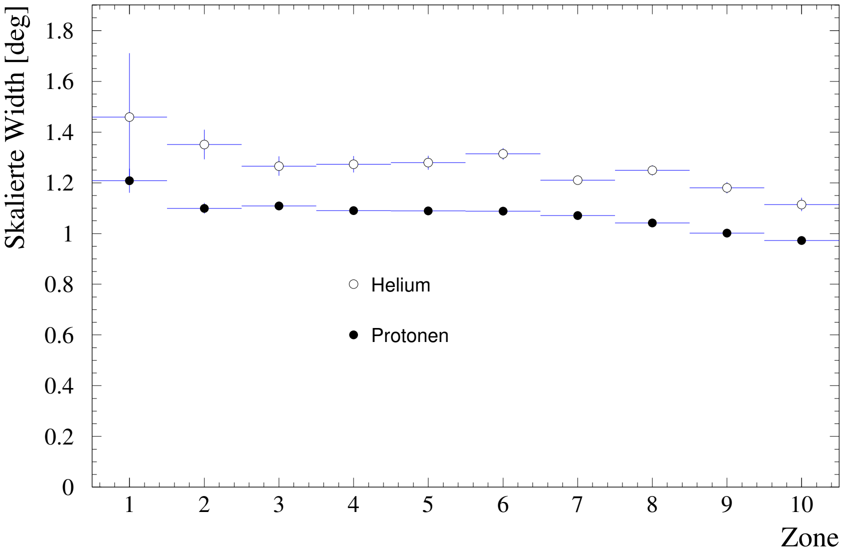

Abbildung 7.16: Skalierte *Width*-Parameter in Abhängigkeit von der *Zone* für Protonen und Helium ($1 < E < 5$ TeV). Man erkennt die deutliche konstante Trennung zwischen den Teilchen über den gesamten Bereich.

Die Triggerschwelle wurde auf $q_0 = 10$ ph.e. gesetzt. Die Triggerbedingung forderte 2 benachbarte Pixel oberhalb von q_0 und mindestens 2 aus 4 Teleskope.

Man erkennt die unterschiedlichen Anreicherungsfaktoren unterschiedlicher Schnitte auf die skalierte *Width*. Der Anreicherungsfaktor ist definiert als das Verhältnis aus Protonenzahl und Heliumzahl im Datensample. Eine Anreicherung von 1 bedeutet damit, daß genauso viel Protonen wie Helium im Sample existieren. Eine Anreicherung von 2 bedeutet, daß Protonen zu Helium im Verhältnis 2:1 im Sample vorhanden sind.

Der Beitrag durch die Trigger-Bedingung und damit der effektiven Fläche ist natürlicherweise unabhängig vom angelegten Selektionschnitt.

Ein Anreicherungsfaktor von ≥ 2 läßt sich bei einem *Width*-Cut von 0.85 bis ca. 10 TeV erhalten, während ein *Width*-Cut von 0.65 schon bis > 20 TeV noch oberhalb von 2 liegt. In diesem Bereich sind die effektiven Flächen für die unterschiedlichen Teilchen schon gleich und nur noch die Selektion durch Bildparameter ermöglicht die Teilchenseparation.

Ein Schnitt auf die skalierte *Width* von 1.0 oder mehr ermöglicht schon bei niedrigen Energien fast keine vernünftige Teilchentrennung zu Helium mehr. Ein Schnitt bei 0.75 hält den Anreicherungsfaktor von 2 über fast den gesamten Energiebereich.

Wie sich die Anreicherung bei einem *Width*-Schnitt von 0.85 zusammensetzt, kann aus Abbildung 7.18 abgelesen werden. Schon bei relativ geringen Energien von 5-6 TeV werden die effektiven Flächen sehr ähnlich, so daß die Bewahrung der Anreicherung oberhalb eines bestimmten Faktors über den untersuchten Energiebereich nahezu ausschließlich durch den Schnitt auf die skalierte *Width* erfolgt.

Tabelle 7.6 gibt die unterschiedlichen Anreicherungsfaktoren für verschiedene Ener-

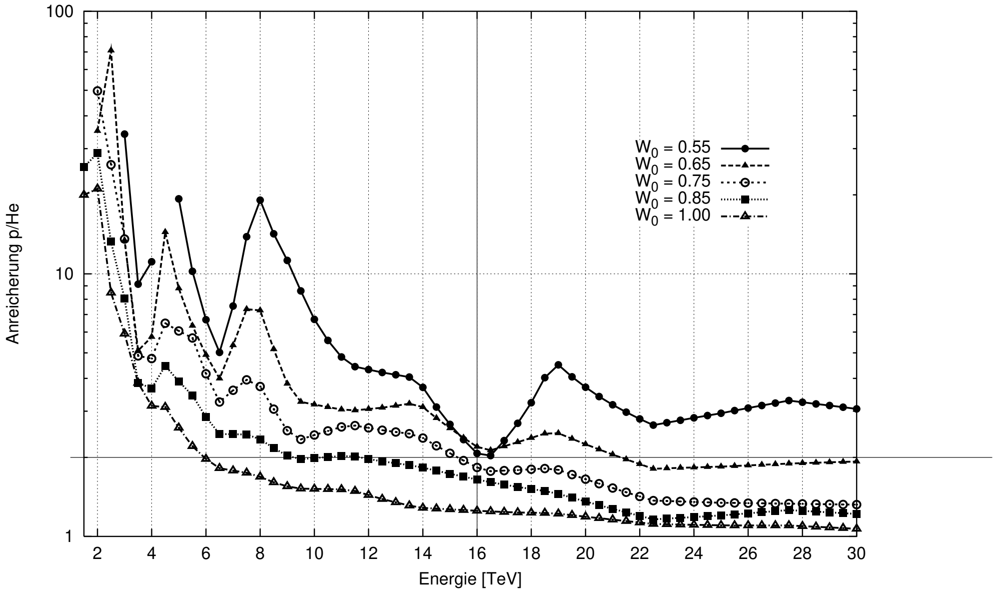

Abbildung 7.17: Anreicherung von Protonen gegenüber Helium in Abhängigkeit von der Energie.

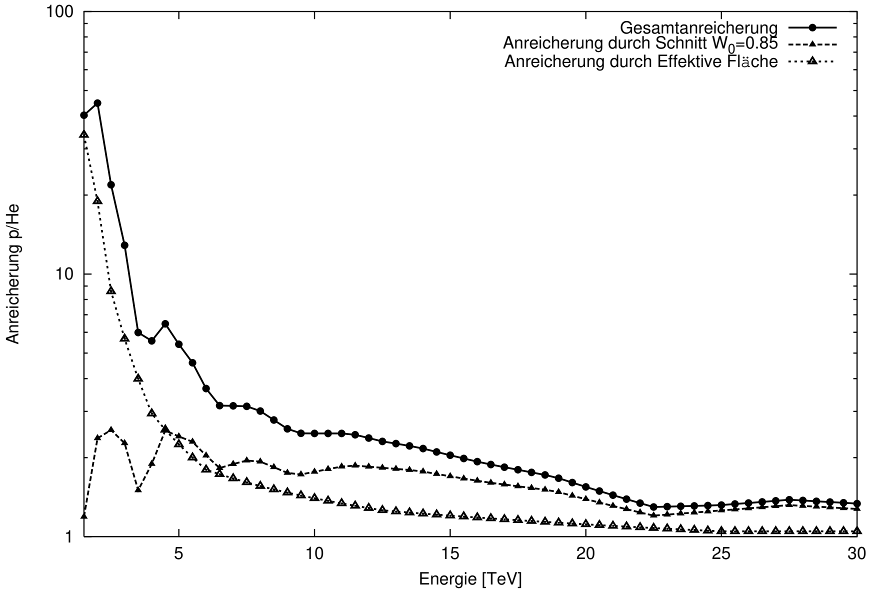

Abbildung 7.18: Zusammensetzung der Anreicherung bei einem *Width*-Schnitt von 0.85 für eine chemische Zusammensetzung nach [5].

gien und unterschiedliche *Width*-Schnitte wieder.

	Energie [TeV]	2	4	8	16
	$r_{A_{\text{eff}}}$	12.17	1.94	1.22	1.00
	$r_{\mathrm{d}R/\mathrm{d}E}$	18.92	2.94	1.51	1.18
Width [deg]	r_{Width}				
1.0		1.73	1.62	1.39	1.24
0.85		2.37	1.89	1.93	1.63
0.75		4.09	2.46	3.06	1.82
0.65		2.88	2.97	5.97	2.18
Width [deg]	$r_1 = r_{A_{\text{eff}}} \cdot r_{\text{Width}}$				
1.0		21.05	3.14	1.70	1.24
0.85		28.84	3.67	2.35	1.63
0.75		49.78	4.77	3.73	1.82
0.65		35.05	5.76	7.28	2.18
Width [deg]	$r_2 = r_{\mathrm{d}R/\mathrm{d}E} \cdot r_{\text{Width}}$				
1.0		32.73	4.76	2.10	1.46
0.85		44.84	5.56	2.91	1.92
0.75		77.38	7.23	4.62	2.15
0.65		54.49	8.73	9.01	2.57

Tabelle 7.6: Tabelle der Anreicherungsfaktoren für verschiedene *Width*-Schnitte und Energien. Zur Erläuterung der Größen r siehe Text. Berechnet wurde die Anreicherung der Protonen gegenüber Helium.

$r_{A_{\text{eff}}}$ ergibt sich aus dem Verhältnis der effektiven Flächen (Abbildung 7.1). $r_{\mathrm{d}R/\mathrm{d}E}$ ergibt sich aus dem Verhältnis der differentiellen Raten (Abbildung 7.3) und hängt damit von der Annahme einer Komposition ab (in unserem Fall wurden die Werte aus Tabelle 7.2 entnommen). r_{Width} ergibt sich aus den Akzeptanzen nach einem *Width*-Schnitt (Abbildung 7.14). Die Gesamtanreicherung r_1 ergibt sich aus dem Produkt der Anreicherung durch die effektive Fläche $r_{A_{\text{eff}}}$ und der Schnitt-Anreicherung r_{Width}. Die Anreicherung r_2 ergibt sich aus der Anreicherung durch die differentiellen Raten $r_{\mathrm{d}R/\mathrm{d}E}$ und der Schnitt-Anreicherung.

Man erkennt aus Tabelle 7.6, daß bei einer angenommenen Komposition gemäß [5] die Anreicherung unabhängig vom Schnitt über einen weiten Energiebereich oberhalb eines Faktors 2 liegt. Berücksichtigt man einen möglichen Fehler auf die relativen Verhältnisse, so ergibt sich bei Energien oberhalb von 10 TeV eine systematische Überschätzung des Protonenflusses.

Bei einem *Width*-Schnitt von 0.85 ergibt sich ein Anteil von Helium im Protonen-Sample von 60%. Berücksichtigt man weiter, daß Helium-Kerne etwa einen Faktor $\sim$ 2 seltener sind als Protonen, so ergibt sich nach Schnitt immerhin noch ein Anteil von 50% Helium bei hohen Energien. Umgekehrt heißt das, daß 50% der gemessenen Rate bei hohen Energien von Helium verursacht wird.

Bei niedrigen Energien um die 4 TeV beträgt dieser Anteil dagegen nur weniger als 30%, bei einem Flußverhältnis von $\sim$ 2 sogar weniger als 20%.

Der Einfluß des Heliums muß bei der Systematik der Flußabschätzung berücksichtigt werden. Die Bestimmung des Spektralindexes muß dabei für verschiedene

Width-Schnitte durchgeführt werden, um den Einfluß der Helium-Komponente auf das Spektrum abschätzen zu können.

7.3 Energie-Rekonstruktion

Die Energie-Bestimmung der durch Trigger und skalierten *Width*-Schnitt selektierten Ereignisse basiert wesentlich auf dem aus dem Monte Carlo abgeleiteten Zusammenhang zwischen der gemessenen Bildamplitude, *Size* S, dem Abstand r des Teleskops i zum Schauerauftreffpunkt und der Energie E

$$S_i = F(E_i, r_i). \tag{7.6}$$

Durch Auflösung dieser Funktion nach der Energie erhält man den gewünschten Zusammenhang zwischen den Meßgrößen S_i und r_i, der die Energie E_i liefert:

$$E_i = G(S_i, r_i). \tag{7.7}$$

Für jedes getriggerte Teleskop erhält man somit eine unabhängige Messung der Schauerenergie. Durch Mittelung dieser Energien erhält man einen Meßwert für die Energie des Primärteilchens

$$\bar{E} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{4} \delta_i E_i}{\sum\limits_{i=1}^{4} \delta_i}. \tag{7.8}$$

δ_i ist 1 für getriggerte Teleskope und 0 für nichtgetriggerte. Die Trigger-Bedingung fordert dabei schon allein 2 aus 4 Teleskope im Trigger.

Abbildung 7.19 gibt für verschiedene Energieintervalle den funktionalen Zusammenhang $F(E, r)$ schematisch wieder.

Die Energieauflösung hängt stark von der erreichbaren Auflösung bei der Rekonstruktion des Schauerauftreffpunktes und den Amplitudenfluktuationen für Schauer gleicher Energie ab. Ein weiterer Faktor ist die Form der Funktion $F(E, r)$. Dadurch werden in Zusammenhang mit der erreichbaren Ortsauflösung und den Amplitudenfluktuationen bevorzugt die Energien zu niedrig bestimmt.

Im folgenden werden die wesentlichen Einflußfaktoren auf die Energieauflösung in einem einfachen Modell genauer erläutert.

7.3.1 Rekonstruktion des Schauerauftreffpunktes

Wesentlicher Faktor in der Energierekonsruktion ist die Bestimmung des Schauerauftreffpunktes. Unsicherheiten in der Rekonstruktion wirken sich unmittelbar auf die Zuordnung der gemessenen Amplitude zu einer bestimmten Energie aus.

Tabelle 7.7 gibt die Energieabhängigkeit des Core-Auflösung wieder. Zur Definition von HWHM und $\sigma_{\delta x}$ vergleiche man Abbildung 7.20.

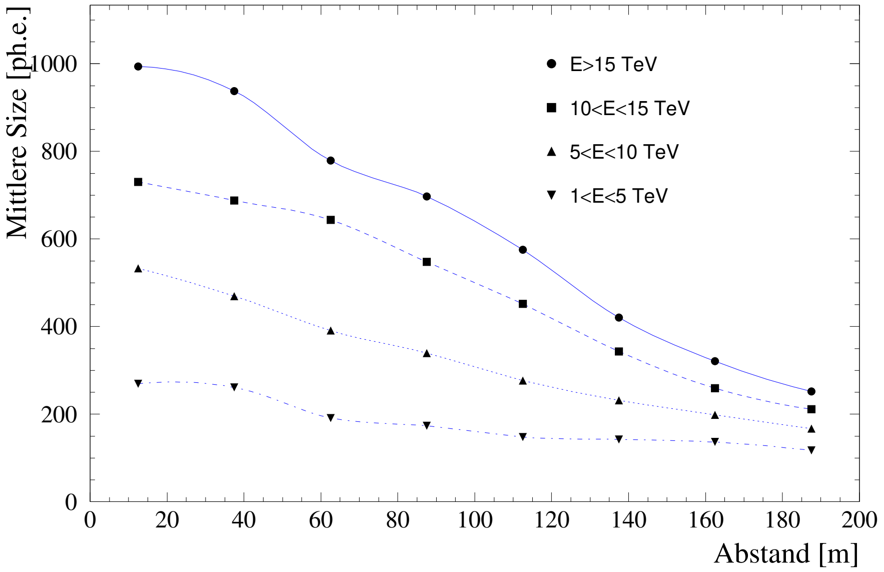

Abbildung 7.19: Abhängigkeit der gemessenen Bildamplitude von Abstand und Energie des einfallenden Primärteilchens (gleichverteilt innerhalb des Energie-Intervalls).

Energie [TeV]	1.75	2.5	4.0	6.0	8.5	12.5	17.5	25.0	40.0
$\sigma_{\delta x}$ [m]	35.9	39.5	36.7	40.8	36.1	35.7	36.5	39.2	42.4
HWHM [m]	39	25	29	21	23	19	17	17	15

Tabelle 7.7: HWHM and σ eines Gauß-Fits an die Verteilung der Differenzen zwischen rekonstruierter und wahrer Schauerkern-Position $\delta x = x_{\text{rek.}} - x_{\text{wahr}}$. Zur Definition der Größen vergleiche Abbildung 7.20.

Die Ortsauflösung ist leicht energieabhängig. Dabei ist das HWHM sensitiver auf diese Abhängigkeit, da die Verteilung der Core-Differenzen nur genähert einer Gauß-Verteilung entspricht. In Abbildung 7.20 erkennt man die leicht asymmetrische Form der Verteilung sowie die relativ zu schmale Verteilung um den Mittelwert herum mit langen Ausläufern zu großen Abweichungen hin.

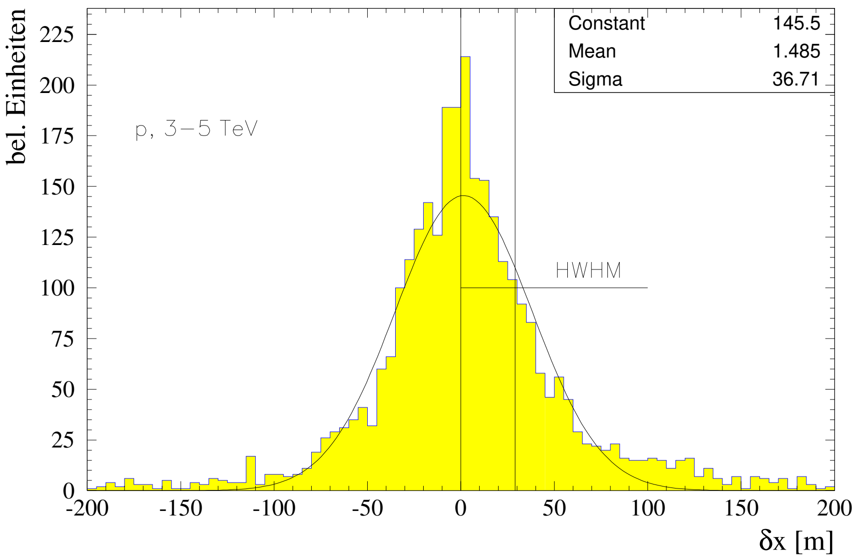

Abbildung 7.20: Ortsauflösung für 3-5 TeV Protonenschauer. Gezeigt ist ein Gauß-Fit sowie die Definition der Halben-Breite-in-halber-Höhe (HWHM=*half-width-at-half-maximum*).

Die Ortsauflösung variiert zwischen etwa 40 m bei den niederenergetischen und 15 m bei den energiereichen Schauern. Das läßt sich in erster Linie durch die Anzahl der Teleskope, die an der Rekonstruktion beteiligt sind, erklären. Bei höheren Energien sind zum einen die Bilder besser definiert und zum anderen können mehr Teleskope zur Rekonstruktion des Schauerauftreffpunktes verwendet werden.

Zone	Energie [TeV]	1.75	2.5	4.0	6.0	8.5	12.5	17.5	25.0	40.0
≤ 8	$\sigma_{\delta x}$ [m]	33.5	35.1	36.4	33.9	34.3	33.4	31.1	32.1	30.8
	HWHM [m]	25	19	33	19	19	19	15	13	17

Tabelle 7.8: Standardabweichung eines Gauß-Fits an die Verteilung der Differenzen zwischen rekonstruierter und wahrer Schauerkern-Position nach einem *Zonen*-Schnitt. Dadurch werden Effekte durch abgeschnittene Bilder reduziert, die dann eine schlechte Richtungsrekonstruktion besitzen.

Die Einschränkung der erlaubten Bilder auf das Innere der Kamera reduziert Effekte durch abgeschnittene Bilder, deren Richtungen falsch rekonstruiert werden. Tabelle

7.8 zeigt das Ergebnis für einen bestimmten *Zonen*-Schnitt. Ein Schnitt auf die 8. *Zone* reduziert das Gesichtsfeld bereits um 1° . Die erreichbare Verbesserung der Ortsauflösung durch eine Einschränkung des Gesichtsfeldes der Teleskope liegt bei etwa 5 m.

7.3.2 Amplitudenfluktuationen

Schwankungen der Bildamplitude werden für Schauer identischer Energie durch die starken Fluktuationen unterliegende Höhe der ersten Wechselwirkung und der Höhe des Schauermaximums erzeugt.

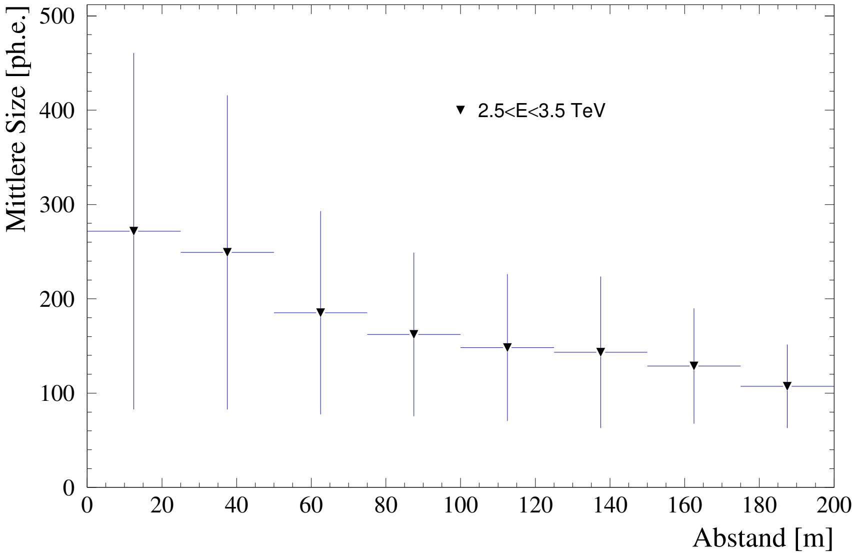

Abbildung 7.21: Abhängigkeit der Bildamplitude vom Abstand des Schauerauftreffpunktes zum Teleskop. Die vertikalen Fehlerbalken geben die Höhe der Fluktuationen in der *Size* wieder. Die horizontalen Balken repräsentieren die mittlere Core-Auflösung.

Abbildung 7.21 zeigt exemplarisch für Schauer im Energieintervall von 2.5 bis 3.5 TeV die Fluktuationen in der Bildamplitude. Die Fluktuationen liegen in der Größenordnung der Bildamplitude selbst und belaufen sich auf etwa 50%.

7.3.3 Modell zur Energierekonstruktion

Zusammen mit der Schauer-Core-Auflösung und den intrinsischen Fluktuationen der Bildamplitude innerhalb von Schauern derselben Energie, läßt sich in einem einfachen Modell der Einfluß dieser Faktoren auf die Energierekonstruktion ermitteln.

Der Einfluß der Ortsauflösung wurde wie folgt untersucht. Für einen bestimmten Schauerauftreffpunkt bei r_1 wurde die erwartete Amplitude S_i für einen Schauer der Energie E nach einer Kurve ähnlich Abbildung 7.19 ermittelt. Danach wurde die Core-Position entsprechend der Ortsauflösung variiert und überprüft, welche Amplitude S_f

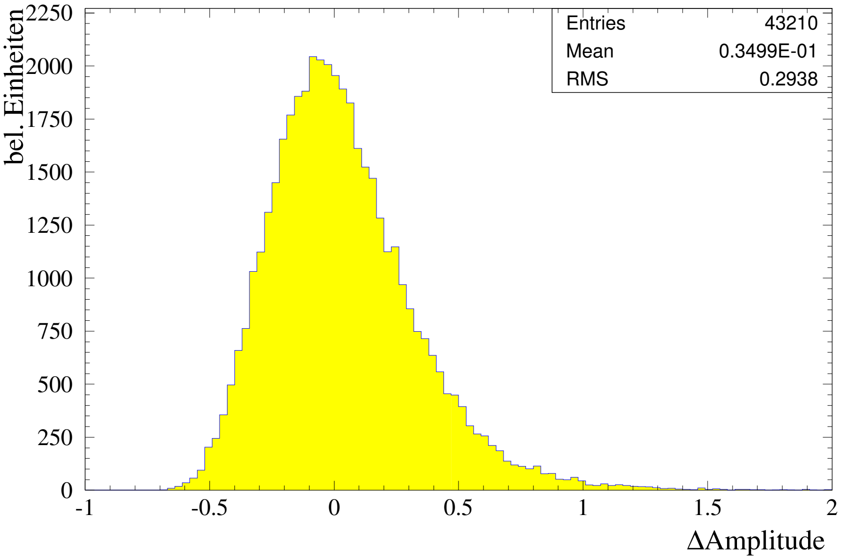

Abbildung 7.22: Relative Schwankungen in der Bildamplitude verursacht durch die Ungenauigkeit der Rekonstruktion des Schauerauftreffpunktes.

ein Schauer der Energie E an dem neuen Ort r_2 eigentlich haben müßte. Danach wurde die Differenz gebildet und auf die ursprüngliche Amplitude normiert:

$$\Delta\text{Amplitude} = \frac{S_f - S_i}{S_i}. \tag{7.9}$$

Abbildung 7.22 zeigt die sich daraus ergebende Verteilung. Man erkennt deutlich, daß die Amplituden im allgemeinen unterschätzt werden, obwohl die Core-Auflösung um den Ursprung symmetrisch gewählt wurde. Dies ist bedingt durch die Form der Funktion $F(E, r)$. Dadurch werden niedrigere rekonstruierte Amplituden bevorzugt. Deutlich erkennt man die starke Asymmetrie der Verteilung, die in einer Unterschätzung der Amplituden resultiert.

Die Amplitudenfluktuationen glätten den Einfluß der begrenzten Core-Auflösung etwas, an der Form der relativen Amplituden-Schwankungen in Abbildung 7.22 ändert sich aber nichts.

Abbildung 7.23 zeigt die resultierende relative Energieauflösung für Schauer im Energiebereich zwischen 3 und 5 TeV.

Der relative Fehler der Energiebestimmung wird identisch dem relativen Amplitudenfehler von Gleichung 7.9 definiert:

$$\delta E = \frac{\Delta E}{E} = \frac{E_{\text{est}} - E_{\text{real}}}{E_{\text{real}}}. \tag{7.10}$$

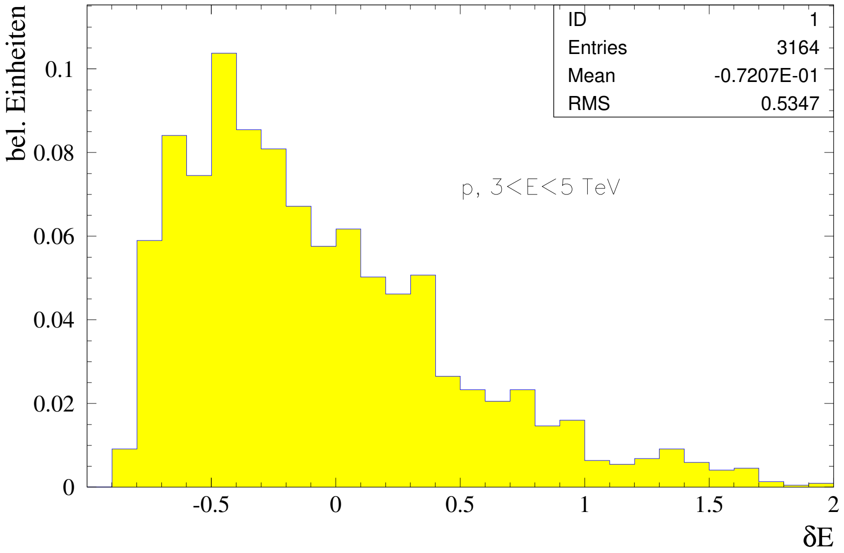

Abbildung 7.23: Relativer Fehler der Energiebestimmung.

Man erkennt wieder deutlich die Asymmetrie der Verteilung und eine Verschiebung zu niedrigen Energien hin. Im allgemeinen besteht also die Tendenz, die wahre Energie zu unterschätzen.

Tabelle 7.9 faßt die Werte der Energieauflösung und -verschiebung für verschiedene Energien zusammen.

Energie [TeV]	1.75	2.5	4.0	6.0	8.5	12.5	17.5	25.0	40.0
$\langle \delta E \rangle$	0.113	0.026	-0.072	-0.118	-0.109	-0.199	-0.295	-0.403	-0.648
RMS	0.565	0.575	0.535	0.531	0.542	0.516	0.461	0.396	0.251

Tabelle 7.9: Energieauflösung für Protonen-Schauer. Der RMS-Wert gibt die mittlere quadratische Abweichung der Histogramm-Einträge vom Mittelwert wieder und ist ein Maß für die Energieauflösung.

Zone	Energie [TeV]	1.75	2.5	4.0	6.0	8.5	12.5	17.5	25.0	40.0
≤ 8	$\langle \delta E \rangle$	0.0732	-0.015	-0.105	-0.113	-0.094	-0.1453	-0.199	-0.214	-0.453
	RMS	0.526	0.528	0.486	0.488	0.480	0.460	0.438	0.387	0.300

Tabelle 7.10: Energieauflösung für Protonen-Schauer nach einem *Zonen*-Schnitt. Durch den *Zonen*-Schnitt wird die Ortsauflösung verbessert, wodurch sich die Energieauflösung gegenüber Tabelle 7.9 um 5% verbessert.

Im allgemeinen wird die Energie unterschätzt (negatives $\langle \delta E \rangle$). Die Energieauflösung liegt im gesamten untersuchten Energiebereich bei etwa 50%, relativ unabhängig von der Energie, da die Ortsauflösung und die Amplitudenschwankungen nur relativ schwach von der Energie abhängen. Die Form von $F(E,r)$ ändert sich, wie aus Abbildung 7.19 ersichtlich ist, ebenfalls nur geringfügig mit der Energie.

Eine annähernd konstante Energieauflösung über den gesamten untersuchten Energiebereich ist aber eine Grundvoraussetzung, um ein Spektrum rekonstruieren zu können. Dies ist damit gegeben.

Ein zusätzlicher *Zonen*-Schnitt (Tabelle 7.10) mit einer verbesserten Richtungsrekonstruktion bringt eine um etwa 5% bessere Energieauflösung. Für die Analyse wurde dennoch keine weitere Einschränkung auf die Position des Bildes in der Kamera vorgenommen, um möglichst die volle Größe der Kamera nutzen zu können. Der Einfluß des Kamera-Randes auf die Form-Parameter ist ebenfalls nicht kritisch, wie in Abbildung 7.12 gezeigt.

7.4 Modell zur Spektrumsrekonstruktion

Unter Verwendung der in Tabelle 7.9 angegebenen Energieauflösung läßt sich jetzt wiederum in einem einfachen Modell prüfen, wie ein gegebenes Spektrum in ein gemessenes Spektrum umgewandelt wird. Die begrenzte Energieauflösung verändert dabei das gegebene Spektrum erheblich.

Dazu wird ein Spektrum mit einem differentiellen Spektralindex γ_i angenommen und eine Anzahl N Ereignisse gemäß einen Potenzspektrum in der Energie E simuliert:

$$N \propto E^{-\gamma_i}. \tag{7.11}$$

Die Energie E wird dann mit der Energieauflösung gefaltet. Dadurch erhält man eine Zahl N' Ereignisse bei der Energie E'. Danach wird das resultierende Spektrum mit dem Eingabespektrum verglichen. In erster Näherung wird dabei angenommen, daß das resultierende Spektrum wieder einem Potenzspektrum entspricht:

$$N' \propto E'^{-\gamma_o}. \tag{7.12}$$

Abbildung 7.24 zeigt einen solchen Vergleich für einen Eingabespektrum mit $\gamma_i = 2.75$. Das Ausgabespektrum wird steiler durch die Energieauflösung nach Tabelle 7.9, da höhere Energien bevorzugt zu niederen Energie rekonstruiert werden. Dadurch werden hohe Energien quasi ausgedünnt, wobei durch den bis 50 TeV begrenzten Energiebereich der Simulation ein Abschneiden des Spektrums bei hohen Energien erzeugt wird. Energien unterhalb von 2.5 TeV werden nach Tabelle 7.9 zu höheren Energie verschoben. Im ganzen kommt es zu einem Aufsteilen des Spektrums.

Ebenfalls in Abbildung 7.24 dargestellt ist das Spektrum mit einer um einen Faktor 2.5 besseren Energieauflösung ($\approx 20\%$). Dabei wurde zusätzlich davon ausgegangen, daß die Energieauflösung symmetrisch ist ($\langle \delta E \rangle = 0$; vergleiche Tabelle 7.9). Man sieht, daß das Ausgabespektrum sehr genau dem Eingabespektralindex folgt und nur leicht verändert wird.

Allein die begrenzte Energieauflösung bewirkt ein Aufsteilen des Spektrums. Der rekonstruierte Index bei zum Beispiel einem Eingabespektralindex von $\gamma_i = 2.00$ beträgt nach der Simulation $\gamma_o = 2.43$.

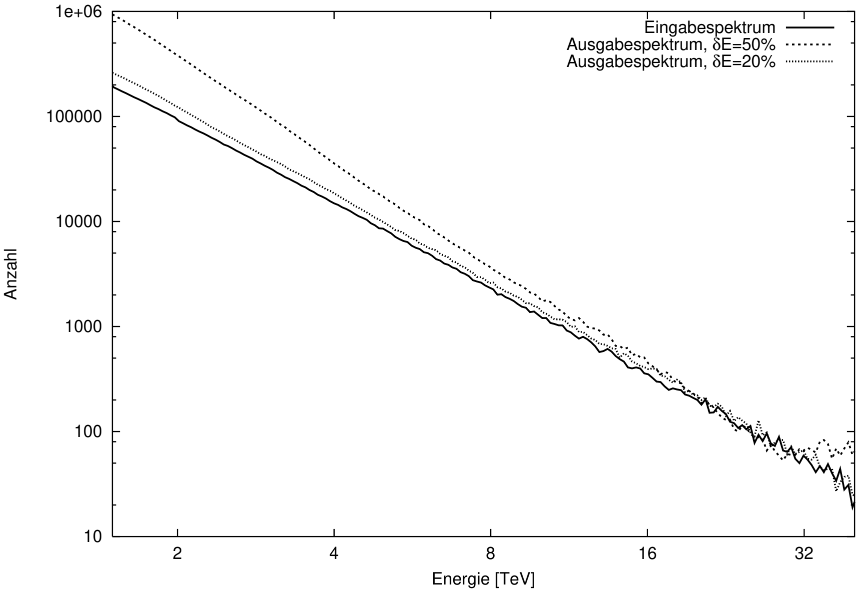

Abbildung 7.24: Ein- und Ausgabespektrum für zwei verschiedene Energieauflösungen 50 bzw. 20%.

Um die Effekte durch Statistik und den begrenzten Energiebereich auszugleichen, wurde der im weiteren untersuchte Energiebereich auf 1.5 bis 20 TeV eingeschränkt.

Man kann folgern, daß, bedingt durch die begrenzte Energieauflösung von etwa 50% und der generellen Unterschätzung der Energien in der Rekonstruktionsmethode, ein steileres Spektrum erzeugt wird.

Es ist möglich (vom Prinzip her aber nicht nötig), in der Rekonstruktionsmethode auf diesen Effekt zu korrigieren und dadurch exakt den ursprünglichen Spektralindex zu erhalten. Darauf wird in Abschnitt 7.6.1 weiter eingegangen.

Ein weiterer Punkt, der in diesem Zusammenhang untersucht wurde, ist, wie stark mögliche Änderungen in den spektralen Steigungen bei einer bestimmten Energie E_0 durch die Energieauflösung unterdrückt werden.

Dazu wurde eine Änderung des Spektralindexes bei einer festgelegten Schwellenergie simuliert:

$$N \propto \begin{cases} E^{-\gamma_1}, & E < E_0, \\ E^{-\gamma_2}, & E > E_0. \end{cases} \tag{7.13}$$

In Abbildung 7.25 sind die Ein- und Ausgabespektren für verschiedene $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$ dargestellt. E_0 betrug 5 TeV.

Das Abknicken des Spektrums wird reproduziert, nur ändert sich die Steigung für ein $\Delta\gamma \leq 1$ nur so schwach, daß man daraus nicht schlußfolgern kann, daß das Ausgabespektrum nicht wieder ein einfaches Potenzgesetz ist, was aus Abbildung 7.26 für ein $\Delta\gamma = 1$ ersichtlich ist. Es läßt sich trotz des Abknickens des rekonstruierten Spektrums ein Potenzgesetz anpassen, das den wahren Verlauf gut wiedergibt. Das reduzierte χ^2

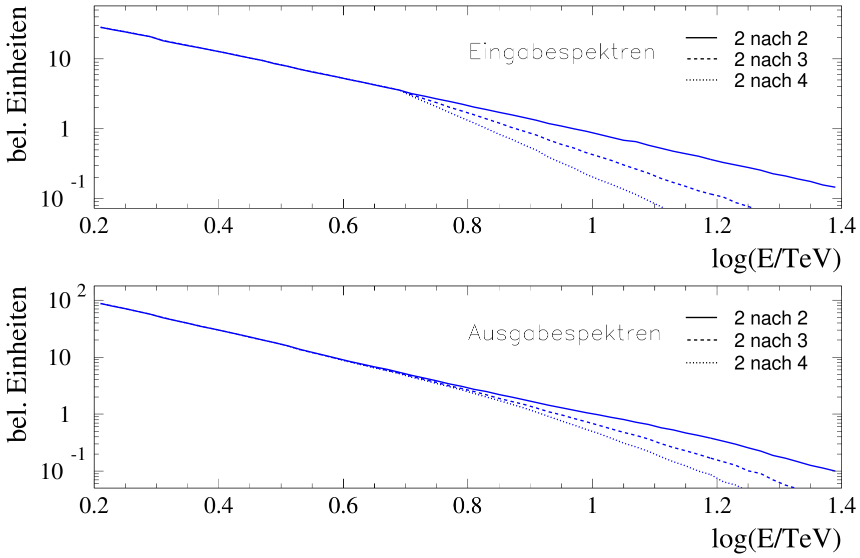

Abbildung 7.25: Ein- und Ausgabespektren für ein gebrochenes Potenzgesetz mit einer Änderung in der Steigung von $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$. Die Änderung der Steigung erfolgte bei 5 TeV.

gibt dagegen einen Hinweis auf ein eventuelles Abknicken. Für Abbildung 7.26 ergibt sich durch die Anpassung eines Potenzgesetzes an den gesamten Energiebereich ein reduziertes χ^2 in der Größenordnung von 80. Glaubt man daraufhin dem einfachen Potenzgesetz nicht mehr und paßt bis 10 TeV und ab 10 TeV (da man E_0 nicht kennt) jeweils ein Potenzgesetz an, so ergibt sich ein $\chi^2_{\mathrm{red.}}$ von 3 bis 4 bei etwa 60 Freiheitsgraden. Glaubt man, alle instrumentellen Eigenschaften im Griff zu haben, kann man daraus auf ein abknickendes Potenzgesetz schließen. Tut man das nicht, ist nur die Annahme eines einfachen Potenzgesetzes über den gesamten Energiebereich als erste Näherung möglich.

Eine klare Aussage läßt sich nur für ein stärkeres Abknicken $\Delta\gamma > 1$ treffen. Kleinere Änderungen in der Steigung werden durch die Energieauflösung verwischt und sind somit nicht mehr eindeutig nachweisbar.

7.5 Rekonstruktionsmethoden

Zur Rekonstruktion des Protonen-Spektrums aus der gemessenen Verteilung der Häufigkeiten der rekonstruierten Energien E' verwenden wir die Methode des Vorwärts-Faltens anstelle der ebenfalls möglichen Rückfaltungsmethode (vergleiche z. B. [112]).

Im allgemeinen ist man daran interessiert, eine Verteilung $f(x)$, die von einer Größe x abhängt, zu messen. In unserem Fall wollen wir den Fluß der Protonenkomponente F der kosmischen Strahlung in Abhängigkeit von der wahren Energie E der Protonen bestimmen. Aus der Häufigkeitsverteilung der auftretenden Energien kann man versuchen, das Spektrum der Protonen zu bestimmen.

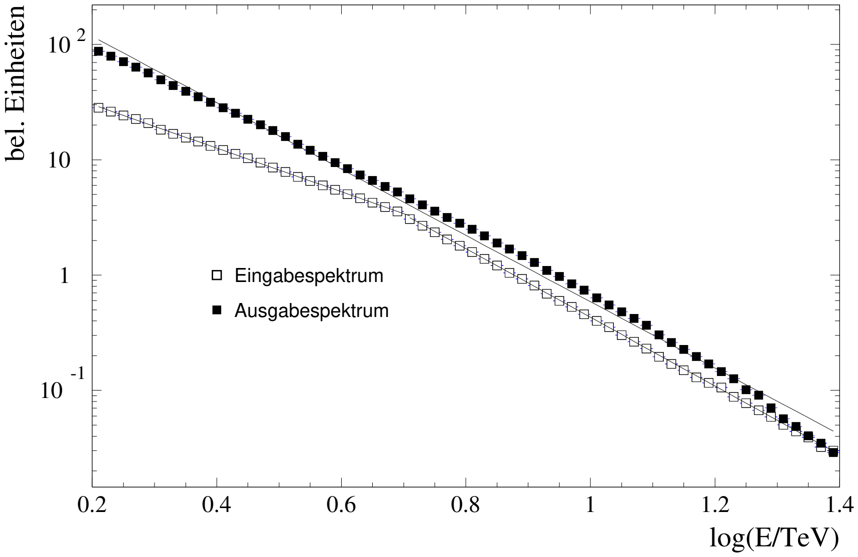

Abbildung 7.26: Ergebnis der Simulation für eine Änderung der Steigung des Potenzgesetzes von $\gamma_1 = 2$ nach $\gamma_2 = 3$ bei $E_0 = 5$ TeV. Das Ausgabespektrum läßt sich immer noch durch ein einfaches Potenzgesetz annähern.

Die gemessene Größe $\hat{f}(x)$ unterscheidet sich von der wahren Größe $f(x)$ zum einen durch statistische Fehler $\epsilon(x)$. Zusätzlich kann auch die Größe x durch die begrenzte Detektorauflösung und -akzeptanz nicht direkt gemessen werden. Die Auflösung begrenzt die Genauigkeit, mit der man die Größe x messen kann. Die Akzeptanz begrenzt die Wahrscheinlichkeit, mit der ein gegebenes Ereignis nachgewiesen werden kann.

Beide Effekte resultieren in einer Verzerrung der gemessenen Verteilung, wodurch nicht die Größe x und ihre Verteilung $f(x)$ gemessen wird, sondern eine Größe y und deren Verteilung $g(y)$.

Durch den Meßprozeß läßt sich formal eine Beziehung zwischen gemessenen und ursprünglichen Größen angeben:

$$g(y) = \int_{a}^{b} A(y,x) f(x) \mathrm{d}x. \tag{7.14}$$

$A(y,x)$ nennt man dabei die Antwort-Funktion (*response function*), die das Antwortverhalten des Detektors auf eine Größe x wiedergibt, so daß sich die Größe y ergibt.

$g(y)$ kann durch statistische Fehler noch verändert werden, so daß letztlich $\hat{g}(y)$ gemessen wird:

$$\hat{g}(y) = \int_a^b A(y,x) f(x) \mathrm{d}x + \epsilon(y). \tag{7.15}$$

Wesentlich ist die genaue Kenntnis der Antwortfunktion des Detektors $A(y,x)$ zur Bestimmung der gewünschten Verteilungsfunktion $f(x)$. Dies wird durch eine gute Monte-Carlo-Simulation möglich. Für eine gegebene Abhängigkeit $f(x)$ wird die erwartete Verteilung $g(y)$ nach einer detailierten Simulation des Detektors bestimmt.

Im Falle einer sehr guten Auflösung, was dazu führt, daß die Verteilungen im wesentlichen nur auf die Akzeptanz zu korrigieren sind, ist diese Methode leicht anwendbar. Im Falle großer Verzerrungen der Verteilungen durch eine begrenzte Auflösung läßt sich diese Methode trotzdem noch gut anwenden. Aus einer theoretischen Verteilung $f_{\mathrm{th.}}(x)$ wird die erwartete Verteilung $g_{\mathrm{th.}}(y)$ bestimmt. Falls die Verteilung $g_{\mathrm{th.}}(y)$ mit der gemessenen Verteilung $\hat{g}(y)$ übereinstimmt (innerhalb statistischer Fehler), so kann daraus geschlossen werden, daß die getestete Hypothese $f_{\mathrm{th.}}(x)$ in Übereinstimmung mit der wahren Verteilung $f(x)$ ist.

Diese Methode der Vorwärts-Faltung (*forward-folding*) macht es nötig, viele Hypothesen zu testen, bis es eine quantifizierbar gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und erwarteten Verteilungen gibt. Ein Nachteil ist sicherlich, daß nur eine endliche Zahl von Hypothesen getestet werden kann.

Eine andere Methode, die unabhängig von einer theoretischen Vorausannahme ist, beschreibt die Rückfaltung. In ihr versucht man, die Verteilung $f(x)$ aus der gemessenen Verteilung $\hat{g}(y)$ zu 'entfalten'.

Seien die Größen x und y diskret, so schreibt sich Gleichung 7.15

$$\begin{aligned} \hat{g}_i &= \sum_{j=1}^{m} A_{ij} f_j + \epsilon_i && (7.16) \\ \leftrightarrow \hat{g} &= A f + \epsilon\,, && (7.17) \\ \hat{g}_i &, \quad i = 1 \ldots n\,, \\ f_j &, \quad j = 1 \ldots m\,, \end{aligned}$$

in Matrix-Schreibweise. Dabei ist A eine $m \times n$-Matrix. Durch Invertierung dieser Gleichung ist es prinzipiell möglich, die ursprüngliche Verteilungsfunktion $f(x)$ (immer im Rahmen der statistischen Fehler) aus der gemessenen Verteilung $\hat{g}(y)$ zu rekonstruieren:

$$\hat{f} = A^{-1}(\hat{g} - \epsilon). \tag{7.18}$$

Die Anwendbarkeit dieses Verfahrens hängt stark von der erreichbaren Auflösung der Größe x ab, und damit von der Gutartigkeit des Inversions-Problems. Sollte die Auflösung zu schlecht sein, liefert diese Methode keine stabilen Ergebnisse.

Für unsere Analyse des Protonenspektrums verwendeten wir die Vorwärts-Faltungs-Methode, deren offensichtliche Nachteile die Notwendigkeit zur Annahme einer zu testenden Hypothese sowie die nicht ganz durchschaubare Fehlerfortpflanzung sind. Die

Vorteile sind die leichte Anwendbarkeit und die Stabilität des Verfahrens selbst bei stark begrenzter Energieauflösung.

Alles hängt dabei im Grunde von der Detektor-Simulation ab, von deren Qualität wir uns im vorhergehenden Kapitel überzeugt haben. Damit läßt sich das weitere Vorgehen, das zur Bestimmung des Protonenspektrums führt, schrittweise durchführen.

7.6 Rekonstruktion des Protonenspektrums

Im ersten Schritt werden schon durch die Triggerbedingung Protonen gegenüber schwereren Kernen bevorzugt. Bei einer Triggerschwelle von 10 ph.e. in 2 benachbarten Pixeln werden integral etwa 70% aller Trigger durch Protonen ausgelöst (Tabelle 7.3). 20% der Trigger werden von Helium-Kernen erzeugt. Die Trigger-Bedingung alleine reicht aber nicht aus, um alle schwereren Kerne zu separieren.

In einem zweiten Schritt werden durch Schnitte auf Bildparameter die Ereignisse ausgewählt, deren Form am wahrscheinlichsten der Form eines Protons entspricht. Diese Selektion durch den auf Protonen skalierten Bildparameter der *Width*-Verteilung bringt noch einmal einen Faktor 2 in der Unterdrückung der schwereren Kerne über einen weiten Energiebereich bis etwa 20 TeV (Abbildung 7.14).

Die Anreicherung für Protonen gegenüber Helium kann also über einen relativ weiten Energiebereich in der Größenordnung eines Faktors 2 gehalten werden (Abbildung 7.17).

Für dieses Daten-Sample wird eine Energiebestimmung durchgeführt, die die in der Kamera gemessene Bildamplitude und den Abstand des Teleskops zum Schauerauftreffpunkt verwendet (Abbildung 7.19). Dabei werden auch die Teilchen, die nur als Protonen fehlidentifiziert sind, wie Protonen behandelt und beeinflußen dadurch das rekonstruierte Spektrum.

Die Energieauflösung in der Größenordnung von 50% hat wesentlichen Einfluß auf die Form des rekonstruierten Spektrums (Abbildungen 7.24). Außerdem begrenzt die Energieauflösung die Vielzahl der möglichen zu testenden Hypothesen auf einfache Potenzgesetze, ohne kleine ($\Delta\gamma < 1$) Variationen in der spektralen Steigung bei E_0 wirklich unterscheidbar zu machen.

Die Kenntnis der Protonen-Rate $\mathrm{Rate}_p(E')$ in Abhängigkeit von der rekonstruierten Energie E' und der effektiven Nachweisfläche A_{eff} bei dieser Energie erlaubt es schließlich, den differentiellen Fluß der Protonen in Abhängigkeit von der wahren Energie E zu ermitteln:

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}E} \propto \frac{\mathrm{Rate_p(E')}}{A_{\mathrm{eff}}(E') \cdot \Delta\Omega \cdot E'}. \tag{7.19}$$

Der Zusammenhang zwischen wahrer Energie E und rekonstruierter Energie E' wird durch die Detektor-Simulation bestimmt. Dieser Zusammenhang läßt sich nicht in Form einer einfachen Funktion angeben, da die Verteilung der rekonstruierten Energien für eine bestimmte wahre Energie stark asymmetrisch ist (Abbildung 7.23). Alle Effekte, die die Energierekonstruktion betreffen, lassen sich aber in der Simulation erfassen und verstehen. Die Kalibrationsfaktoren aus Abschnitt 6.3 lassen aber weiterhin auf eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment schließen.

Mit der Methode der Vorwärts-Faltung testet man dann eine bestimmte Hypothese und vergleicht das Ergebnis der Simulation mit dem gemessenen Spektrum, nachdem man mit den Daten aus dem Experiment genau dieselbe Analyse durchlaufen hat.

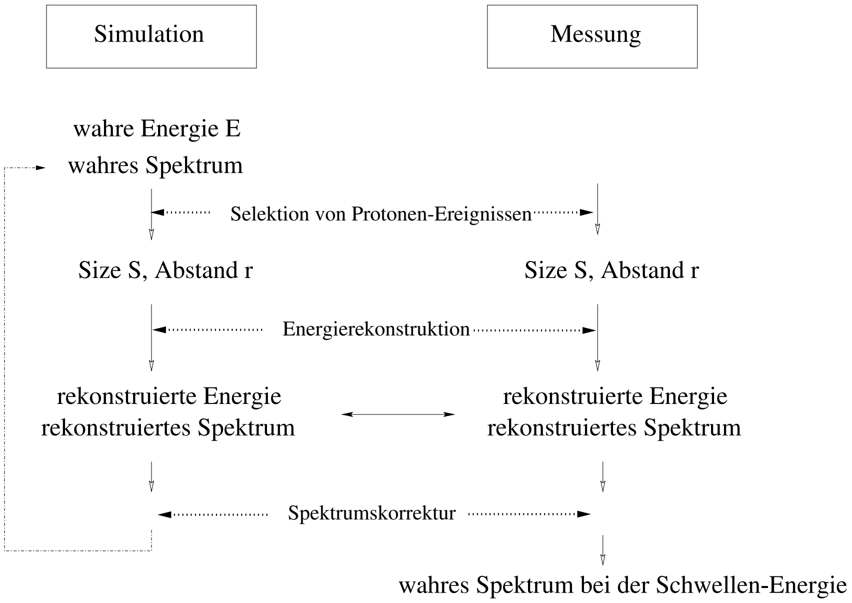

Abbildung 7.27: Schema der Methode zur Spektrumsrekonstruktion. In der Simulation wird für Protonen der Energie E, die einem vorgegebenen Spektrum folgen, die Bildamplitude *Size* und der Abstand des Teleskops zum Schauerauftreffpunkt r bestimmt. Die Energierekonstruktion liefert dann eine rekonstruierte Energie und damit ein rekonstruiertes Spektrum. Eine Spektrumskorrektur korrigiert in der Simulation auf das wahre Spektrum. In der Messung wird aus der Bildamplitude *Size* in einem Teleskop und dessen Abstand zum Schauerauftreffpunkt r die Energie und das Spektrum rekonstruiert. Durch Vergleich der aus der Simulation und der Messung rekonstruierten Spektren kann auf das wahre Spektrum geschlossen werden.

Abbildung 7.27 faßt die eben beschriebenen Schritte zur Spektrumsrekonstruktion zusammen. Aus dem Vergleich der rekonstruierten Spektren kann eine Schlußfolgerung über das wahre Spektrum gezogen werden. In der Simulation ist das wahre Protonenspektrum bekannt. Nach Anwendung des Energierekonstruktionsverfahrens wird das rekonstruierte Spektrum gewonnen. Eine nachträgliche Korrektur führt wieder zum wahren Energiespektrum zurück.

In der Messung wird dieselbe Energierekonstruktion verwendet, um aus den als Protonen selektierten Schauern ein Spektrum zu rekonstruieren. Ein Vergleich der rekonstruierten Spektren aus der Simulation, für ein bestimmtes wahres Spektrum, mit dem aus der Messung rekonstruierten Spektrum, läßt auf das wahre Spektrum zurückschließen. Durch Testen verschiedener Spektren in der Simulation und Vergleich mit dem aus den Daten rekonstruierten Spektrum läßt sich schließlich das wahre Spektrum der Messung erschließen.

Aus der Simulation kann nachträglich noch eine Korrektur gewonnenen werden, die das rekonstruierte Spektrum wieder in Übereinstimmung mit dem wahren Spektrum bringt. Wie wir schon in Abbildung 7.24 gesehen haben, gibt es eine Verbiegung des Spektrums durch die begrenzte Energieauflösung. Außerdem gibt es noch einen nicht zu vernachlässigenden Anteil an schwereren Kernen im Protonenspektrum, hauptsächlich Helium, die fehlrekonstruierte Ereignisse bei niedrigen Energien liefern. Auf die Herkunft dieser Spektrumskorrektur aus Abbildung 7.27 wird im folgenden Abschnitt eingegangen.

Es soll an dieser Stelle hervorgehoben werden, daß sowohl in der Simulation als auch in der Messung identische Energierekonstruktionen und Spektrumskorrekturen verwendet werden.

7.6.1 Korrekturen zur Spektrumsrekonstruktion

In der Simulation läßt sich mit der vollen Monte-Carlo-Statistik testen, wie sich die Energieauflösung auf die Rekonstruktion eines Spektrums auswirkt.

In einem einfachen Modell (Abschnitt 7.4) haben wir bereits den prinzipiellen Einfluß der begrenzten Energieauflösung kennengelernt. Das Spektrum hat die Tendenz, aufgesteilt zu werden.

Im folgenden verwenden wir jetzt die volle Simulation, verwenden die Energierekonstruktionsmethode und bestimmen das Spektrum der Protonen aus der Simulation. Das heißt, wir simulieren Protonen-Schauer mit einem festgelegten Spektrum und betrachten, wie die Energieauflösung das ursprüngliche Spektrum verzerrt.

In der Simulation verwenden wir ein reines Potenzspektrum in der differentiellen Form

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}E} = A \cdot E^{-\gamma}. \tag{7.20}$$

Abbildung 7.28 zeigt das Ergebnis dieses Verfahrens. Wie erwartet wird das ursprüngliche Spektrum durch die rekonstruierten Punkte nicht exakt wiedergegeben.

Das Abbrechen bei hohen Energien ist bedingt durch die fehlende Statistik bei höheren Energien außerhalb des simulierten Bereiches. Dadurch fehlen Ereignisse sehr hoher Energien, die zu niedrigen Energien hin rekonstruiert werden.

Abbildung 7.29 gibt das Verhältnis zwischen wahrem und rekonstruiertem Energiespektrum wieder. Dieses Verhältnis wird im Monte Carlo zur Spektrumskorrektur verwendet, wobei der Bereich sehr hoher Energien von der Bestimmung der Korrektur ausgeschlossen wurde.

Diese Korrektur kann als eine reine Akzeptanzkorrektur verstanden werden. Durch Bildung des Verhältnisses zwischen wahrer und rekonstruierter Verteilung läßt sich eine Korrektur finden, die die rekonstruierte Verteilung in Übereinstimmung mit der wahren Verteilung bringt.

Aus dem Monte Carlo erhält man für eine Annahme $\bar{f}$ eine rekonstruierte Verteilung $\bar{g}$, um in der Schreibweise des vorigen Abschnitts 7.5 zu bleiben. Zusammen mit der erwarteten Verteilung $\bar{f}$ erhält man daraus eine Korrektur $\bar{f}/\bar{g}$. Wendet man diese Korrektur auf die gemessene Verteilung $\hat{g}$ an, so erhält man die wahre Verteilung wieder zurück:

$$\hat{f}_j = \hat{g}_j \cdot \left(\frac{\bar{f}_j}{\bar{g}_j} \right). \tag{7.21}$$

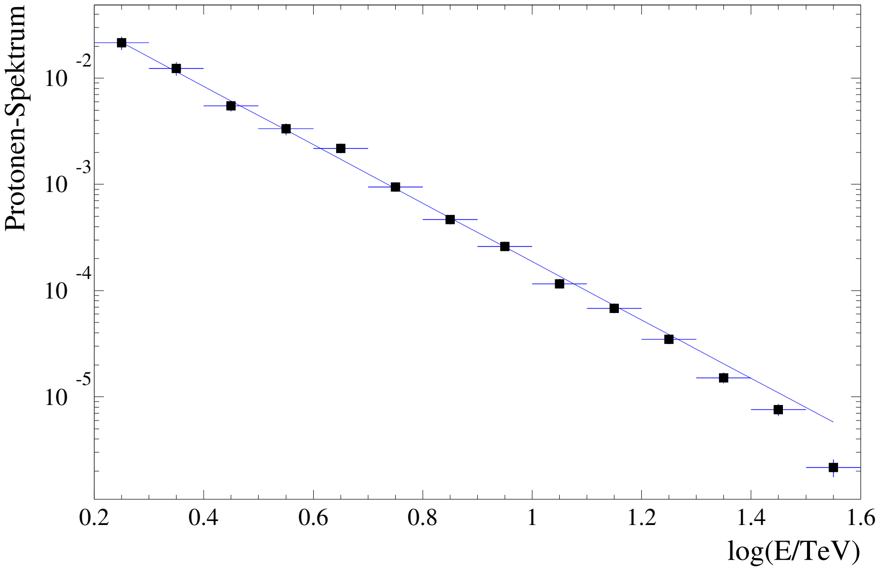

Abbildung 7.28: Wahres (durchgezogene Linie) und rekonstruiertes (Punkte) Spektrum für Protonen. Das rekonstruierte Spektrum bricht bei hohen Energien ab.

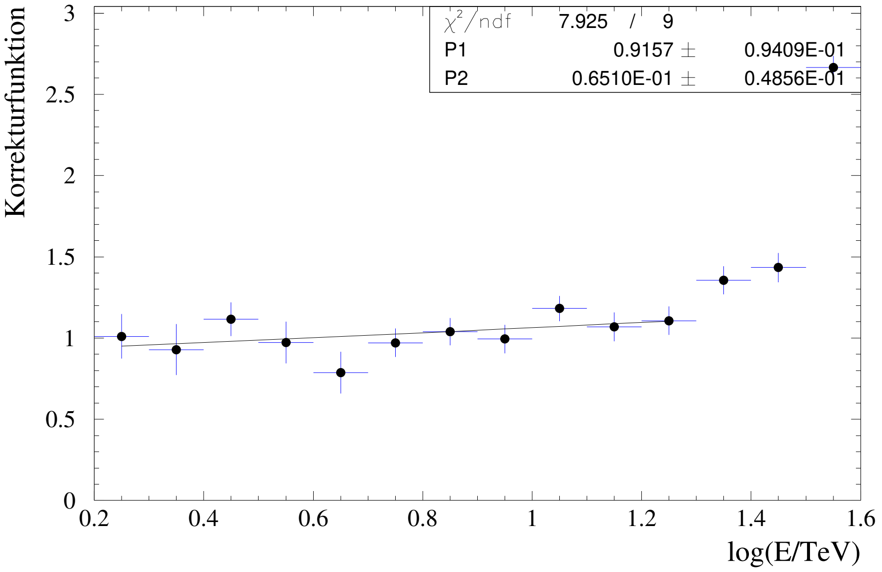

Abbildung 7.29: Verhältnis zwischen wahrem und rekonstruiertem Protonen-Spektrum $\bar{f}/\bar{g}$. Ebenfalls angegeben ist eine Anpassung an die Korrektur in Form der Gleichung 7.22. Die Korrektur wird wie eine Akzeptanzkorrektur ermittelt.

Wenn man davon ausgeht, daß das rekonstruierte Spektrum wieder ein Potenzgesetz der Form 7.20 ist, kann man eine Korrekturfunktion wieder in Form eines Potenzgesetzes anpassen:

$$U(E) = B \cdot E^{\beta}. \tag{7.22}$$

Man wendet diese rein auf den Ergebnissen der Simulation basierende Korrektur schließlich auf die tatsächlich gemessenen Daten an und erhält somit direkt den Spektralindex der Protonen-Komponente.

Neben dieser rein durch die begrenzte Energieauflösung und Statistik verursachte Verbiegung des Spektrums ergibt sich noch eine zweite Ursache für eine Verzerrung des Spektrums. Es werden effektiv nicht alle schwereren Kerne durch Trigger und Bildparameter-Schnitt aus dem Datensample entfernt. Die verbleibende Menge an Teilchen n bei einer rekonstruierten Energie E' besteht noch zu einem kleinen, aber nicht zu vernachlässigenden Prozentsatz aus Helium und anderen Kernen:

$$\begin{aligned} n(E') &\rightarrow n_p(E') + \sum_{i=2}^{4} n_i(E')\,, \qquad (7.23) \\ i = 2 \ldots 4 &= \text{für Helium, LM- and HVH-Teilchen.} \end{aligned}$$

Helium-Schauer mit einer Primärenergie E produzieren weniger Licht in der Kamera, wodurch der Bildparameter *Size* kleiner wird. Dadurch werden diese Schauer bei niedrigen Energien $E' \ll E$ rekonstruiert. Wenn diese Ereignisse schwerer Kerne auch den Schnitt auf die skalierte *Width* überleben, werden sie in das Spektrum der Protonen bei niedrigen Energien einsortiert.

Das führt zu einer Verzerrung des Spektrums besonders bei niedrigen Energien.

Abbildung 7.30 zeigt den Effekt der Verzerrung des Spektrums durch die limitierte Energieauflösung und die Anteile an schwereren Kernen für eine bestimmte chemische Zusammensetzung nach [5]. Die Korrektur durch die aus Abbildung 7.31 abgeleiteten Korrekturfunktion der Form $U(E)$ ist ebenfalls eingezeichnet. Damit erreicht man eine sehr gute Übereinstimmung im Energiebereich zwischen 1.5 und 20 TeV (0.2 bis 1.3 in $\log_{10}E$).

Die Korrekturfunktion $U(E)$ hängt vom angewendeten Schnitt auf die skalierte *Width* und vom Spektralindex des wahren Spektrums der Protonen ab. Für ein sehr steiles Spektrum bewirkt die begrenzte Energieauflösung eine sehr starke Aufsteilung des Spektrums, während für sehr flache Spektren der Einfluß der Energieauflösung wesentlich geringer ist. Die Veränderung der Form des Spektrums verursacht durch die verbleibenden Anteile an schwereren Kernen sollte dagegen für die verschiedenen Spektren in etwa gleich sein.

Bei einem festen Spektralindex sollte eine Änderung des *Width*-Cuts die Korrektur verändern. Nach einem starken Cut werden weniger schwere Kerne im Protonen-Sample sein, so daß die Korrektur geringer ausfällt.

Die Tabellen 7.11 und 7.12 geben die in Gleichung 7.22 definierten Parameter B und β für diese zwei Fälle wieder.

Diese Korrekturen hängen dann auch noch vom relativen Anteil der Protonen zu den schwereren Kernen ab. In unserem Fall verwendeten wir immer die Werte aus

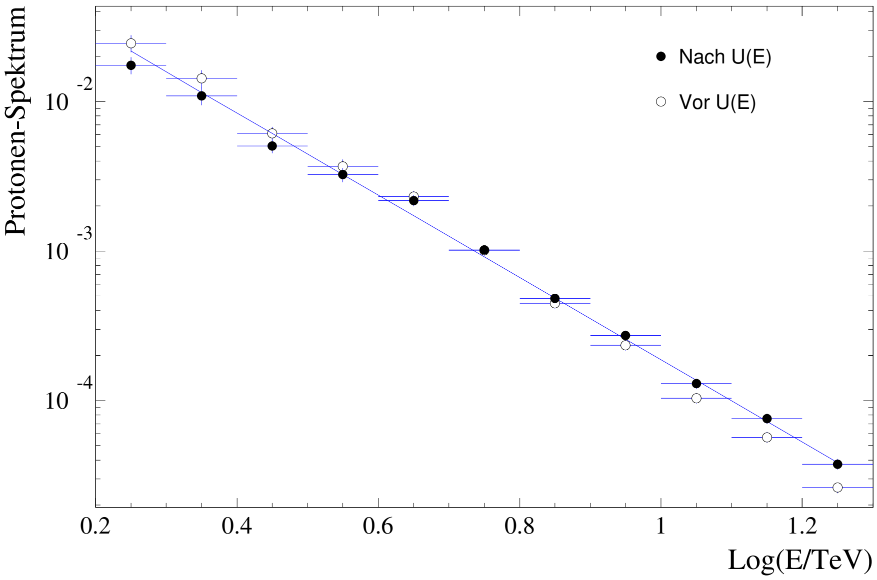

Abbildung 7.30: Differentielles Spektrum der Protonen gewonnen aus der Simulation unter Berücksichtigung einer chemischen Zusammensetzung nach Tabelle 7.2. Eingezeichnet sind die Punkte vor und nach einer Korrektur der Form $U(E)$ sowie das wahre Protonen-Spektrum (durchgezogene Linie).

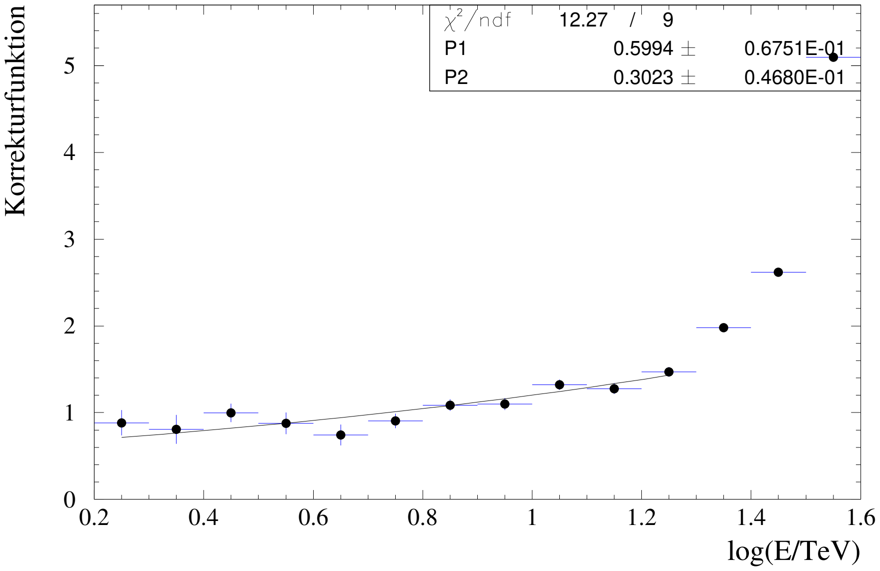

Abbildung 7.31: Korrekturfunktion $U(E)$ für die in Abbildung 7.30 bestimmten Spektren.

Input index	3.00	2.90	2.85	2.80	2.75	2.70	2.65	2.5
B	0.523	0.559	0.574	0.588	0.599	0.607	0.615	0.623
β	0.373	0.339	0.325	0.313	0.302	0.294	0.287	0.277

Tabelle 7.11: Korrekturfaktoren in Abhängigkeit vom spektralen Index der Protonen. Der Schnitt auf die skalierte *Width* betrug 0.85.

Cut, *Width*	1.15	1.0	0.85	0.75	0.65	0.55
B	0.50	0.56	0.60	0.59	0.59	0.49
β	0.43	0.36	0.30	0.29	0.28	0.38

Tabelle 7.12: Korrekturfaktoren in Abhängigkeit vom *Width*-Cut. Der Spektralindex der Protonenkomponente betrug $\gamma_p = 2.75$.

Tabelle 7.2, die eine gute Näherung der vermutlich tatsächlich vorliegenden chemischen Zusammensetzung darstellt (vergleiche zum Beispiel Abbildung 6.15).

Die Korrekturfunktion ist eine aus der Simulation abgeleitete Größe im Sinne einer Akzeptanzkorrektur. Sie wird aus der Simulation abgeleitet und dort dazu verwendet, auf das wahre Spektrum zu korrigieren, das ja nur in der Simulation bekannt ist.

Nahe der Schwelle für die Protonen ist die Korrekturfunktion $U(E) \simeq 1$, was zum Beispiel aus den Abbildungen 7.29 und 7.31 ersichtlich ist. Dadurch wird die Anwendung dieser Korrektur für eine Bestimmung des Protonenspektrums nahe der Schwelle nicht mehr notwendig.

Man könnte die Analyse des Protonen-Spektrums auch gänzlich ohne diese Korrektur durchführen. Wir haben aber den Weg der Verwendung dieser aus der Simulation bestimmten Korrekturen gewählt.

7.6.2 Korrekturen zur effektiven Fläche

Zur Bestimmung des differentiellen Flusses benötigt man noch die effektive Nachweisfläche für Protonen beim Zenitwinkel der Beobachtungen.

In unserem Fall beschränken wir uns auf die Verwendung der differentiellen Nachweisfläche für Protonen. Zur Bestimmung der Nachweisflächen wurden Simulationen der Protonen-Schauer bei 0° und 20° Zenitwinkel durchgeführt.

Dadurch kann auf den wahren Zenitwinkel z der Messungen korrigiert werden. Dies geschieht in Form einer Interpolation:

$$A_{\text{eff}}(z) = A_{\text{eff}}(0^\circ) + \frac{\cos(z) - \cos(0^\circ)}{\cos(20^\circ) - \cos(0^\circ)} \cdot (A_{\text{eff}}(20^\circ) - A_{\text{eff}}(0^\circ)). \tag{7.24}$$

Dadurch sind wir in der Anwendung der Methode zuerst auf einen maximalen Zenitwinkel der Messung von 20° eingeschränkt. Dieser Bereich läßt sich aber durch Simulationen bei höheren Zenitwinkeln erweitern und stellt keine grundlegende Limitierung dar.

7.6.3 Iteratives Verfahren zur Bestimmung des Spektralindexes

In der vorangegangenen Diskussion wurde immer wieder betont, daß die Ergebnisse sowohl von der Annahme des wahren Spektralindexes der Protonen als auch von der angenommenen chemischen Zusammensetzung abhängen. Um von diesen Annahmen einigermaßen unabhängig zu sein, wurde wie folgt vorgegangen.

Die Annahme einer chemischen Zusammensetzung nach [5] ist zwar sicherlich vernünftig, bedeutet aber eine Bevorzugung einer bestimmten Annahme gegenüber beliebig vielen anderen möglichen relativen Häufigkeiten. Um davon unabhängig zu sein, wurde die Analyse sowohl für die chemische Zusammensetzung aus 7.2 als auch für ein reines Protonen-Monte-Carlo durchgeführt. Die Ergebnisse sollten bei skalierten *Width*-Schnitten, die die schwerere Komponente stark unterdrücken, letztlich übereinstimmen. Damit wird die Qualität der unabhängigen Analyse deutlich. Die Bestimmung des Spektrums der Protonen wird prinzipiell am besten in der Nähe der gewählten Energie-Schwelle sein, da dort die anderen Komponenten der kosmischen Strahlung stark unterdrückt sind.

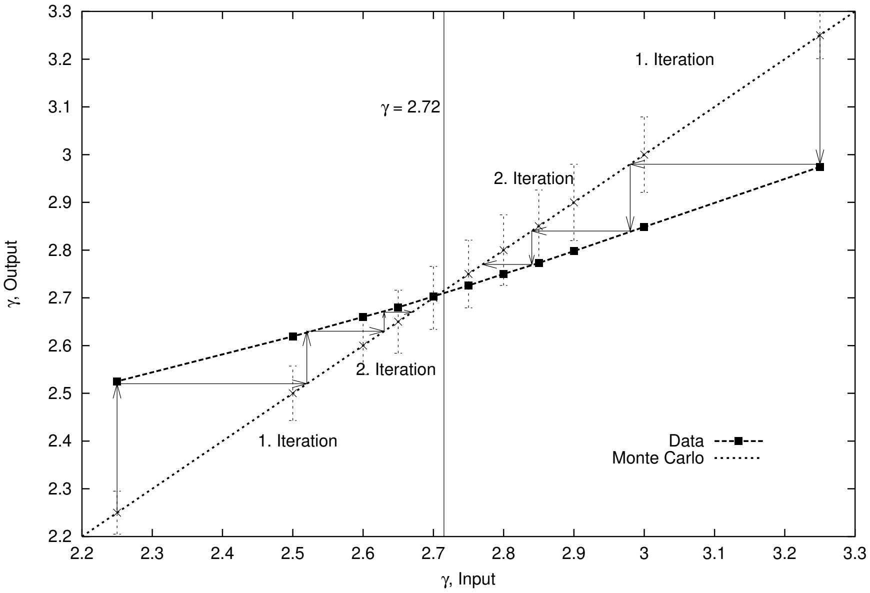

Abbildung 7.32: Iteratives Verfahren zur Bestimmung des Spektralindexes. Die Anwendung unseres Verfahrens führt innerhalb statistischer Fehler zur Rekonstruktion des wahren Spektralindexes (kurz gestrichelte Linie). Anwendung unserer Methode auf Daten führt zur Rekonstruktion eines anderen Spektralindexes (lange gestrichelte Linie mit Quadraten), solange die Übereinstimmung zwischen Eingabe und Ausgabe nicht gut ist. Nach wenigen Iterationen konvergiert diese Methode.

Zur Bestimmung des Spektralindexes wurde ein iteratives Verfahren, wie in der Methode der Vorwärts-Faltung beschrieben, gewählt. Abbildung 7.32 verdeutlicht noch einmal die Vorgehensweise.

Durch Wahl eines Spektralindexes in der Simulation wird aus den Daten ein rekonstruierter Spektralindex gewonnen. Man könnte jetzt für eine beliebige Anzahl von

Eingabeindizes jeweils den Daten-Index ermitteln. Wir wählen dagegen ein schnelleres Vorgehen, das früher konvergiert. Der rekonstruierte Spektralindex wird wieder in die Simulation hineingesteckt, um zu einem neuen rekonstruierten Index zu kommen. Nach endlichen Iterationschritten konvergiert dieses Verfahren im wahren Index, in dem sowohl die Simulation als auch die Rekonstruktion identische Ergebnisse liefern.

Der wesentliche Vorteil dieses Vorgehens ist, daß man die Anzahl der notwendigen Schritte, um zur Konvergenz zu gelangen, durch Bestimmung einer Richtung und einer variablen Schrittweite reduziert. Sobald das Ergebnis innerhalb des statistischen Fehlers liegt, bricht das Verfahren ab.

Ein weiterer Vorteil ist die relative Sicherheit vor systematischen Fehlern in der Rekonstruktionsmethode. Macht man systematisch etwas falsch in der Rekonstruktion der Energien oder der Korrektur, so verschiebt man die Monte-Carlo-Kurve in Abbildung 7.32 systematisch nach oben oder unten. Dasselbe wird aber auch mit der Datenkurve passieren. Der Schnittpunkt zwischen Monte-Carlo- und Datenkurve wird also unverändert bei demselben Eingabeindex liegen.

Kapitel 8

Das Protonen-Spektrum

Dieses Kapitel beschreibt die Anwendung der in Kapitel 7 entwickelten Methode zur Rekonstruktion des Protonen-Spektrums auf Daten und ihre Ergebnisse im Energiebereich zwischen 1 und 20 TeV.

8.1 Datensatz

Diese Analyse verwendete einen Datensatz, der aus den Beobachtungen des aktiven galaktischen Kerns (AGN) Mkn501 extrahiert wurde.

Es wurden nur Beobachtungen mit einem Zenitwinkel kleiner als 20° ausgewählt, die unter sehr guten und stabilen Wetter- und Instrumentbedingungen genommen wurden. Die Einschränkung im Zenitwinkel resultierte nur aus der Limitierung unseres Monte-Carlo-Samples. Damit ergeben sich aber trotzdem mehr als 53 Stunden effektive Beobachtungszeit.

Dazu erfolgte eine Auswahl der Meßreihen (*Runs*) anhand der Einträge in den Logbüchern des Schichtpersonals, die während der Datennahme auftretende Schwierigkeiten protokolliert haben.

Desweiteren wurden gute atmosphärische Bedingungen gefordert. Die Hardware durfte ebenfalls nicht beeinträchtigt sein.

Tabelle 8.1 faßt die Run-Statistik zusammen.

Runs	Periode	max. z, deg	$\bar{z}$, deg	t, s	t, h
79	März-August 1997	20	14.0	191630	53.2

Tabelle 8.1: Zusammenfassung der verwendeten Daten-Runs.

Mkn501-Beobachtungen wurden aus mehreren Gründen für diese Analyse des Protonenspektrums verwendet. Mkn501 zeigte in der Beobachtungsperiode 1997 eine hohe Variabilität im Photonen-Fluß oberhalb 1 TeV von etwa dem 1 bis 8fachen des Flusses des Krebs-Nebels [76] [77].

Dadurch konnte eine hohe Statistik von echten γ-induzierten Schauern in der Größenordnung von über 30000 Ereignissen akkumuliert werden. Dies gab uns die einmalige Möglichkeit, den elektromagnetischen Teil unserer Schauersimulation unabhängig von der geladenen kosmischen Strahlung zu testen. Es fand sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den simulierten γ-Schauern und den gemessenen Ereignissen. Dadurch konnte die hohe Qualität der elektromagnetischen Schauersimulation bestätigt werden [69]. Dieses Ergebnis ist aber nicht Bestandteil der vorliegenden Arbeit.

Desweiteren liefert das Mkn501-Datensample eine sehr hohe Statistik von durch kosmische Strahlung induzierten Schauern, die unter praktisch identischen Bedingungen gemessen wurden. Die Wetterbedingungen waren während der Sommermonate außerordentlich stabil.

Mkn501 kulminiert bei etwa 10°, wodurch wir uns in unserer Auswahl auf einen Zenitwinkel-Schnitt von $\leq 20°$ beschränken konnten, ohne unseren Datensatz zu sehr einzuschränken. Im Ganzen wurden mehr als $2 \cdot 10^6$ Ereignisse der geladenen kosmischen Strahlung detektiert.

In der Region um Mkn501 gibt es keine hellen Sterne, die die Bildanalyse stören könnten. Weiterhin ist dieser Bereich eine sehr dunkle Himmelsgegend, wodurch Einflüße durch erhöhtes Rauschen praktisch ausgeschlossen werden können.

8.2 Vergleich der Raten

Zur Analyse wurden dieselben Kriterien und Schnitte auf die Daten wie auf die Simulation angewendet. Da die Simulation im identischen Format vorliegt wie die Daten, konnten identische Analyseprogramme verwendet werden.

Die Triggerbedingung fordert 2 benachbarte Pixel oberhalb einer Schwelle von 10 ph.e. (2NN/271 > 10 ph.e.). Zusätzlich wurde noch ein Amplitudenschnitt auf die gemessene Lichtmenge in getriggerten Teleskopen von mindestens 40 ph.e. verlangt (*Size* > 40 ph.e.). Zur Bildberechnung wurde ein 'Tailcut' von 6 ph.e. für Bild-Pixel und 3 ph.e. für Rand-Pixel gewählt.

Der maximale Abstand des Schauerauftreffpunktes zu einem getriggerten Teleskop wurde auf 200 m festgelegt. Der maximale Abstand des Schauerauftreffpunktes zum Zentrum des Teleskop-Systems wurde auf 175 m festgelegt. Dadurch werden Ereignisse nahe dem Rand des Kamerablickfeldes ausgeschlossen.

In der Simulation wurde im folgenden die chemische Zusammensetzung nach Tabelle 7.2 gewählt.

Nach diesen Schnitten vergleichen wir in Tabelle 8.2 die gemessenen Trigger-Raten mit den von der Simulation vorhergesagten Raten für die kosmische Strahlung.

Width [deg]	100.0	1.15	1.0	0.85	0.75	0.65	0.55
R_{MC} [Hz]	7.45	6.04	4.74	2.99	1.75	0.82	0.27
R_{data} [Hz]	6.28	5.56	4.77	3.34	2.13	1.05	0.36
$\mid (\Delta R/R) \mid$	0.19	0.09	0.006	0.10	0.18	0.21	0.25

Tabelle 8.2: Ereignis-Rate in Abhängigkeit von der skalierten *Width*. R_{MC} ist die simulierte Rate, R_{data} die gemessene Rate. $\Delta R/R$ ist definiert als $(R_{\mathrm{MC}} - R_{\mathrm{data}})/R_{\mathrm{data}}$. Ein *Width*-Schnitt von 100.0 gibt dabei die effektive Trigger-Rate wieder.

Die Übereinstimmung zwischen Datenrate und Monte-Carlo-Rate ist sehr gut. Für die Analyse haben wir uns auf skalierte *Width*-Schnitte beschränkt, bei denen die relative Abweichung von der Datenrate weniger als 20% betrug.

Mkn501 zeigte in dieser Beobachtungsperiode einen stark veränderlichen Fluß hochenergetischer γ-Strahlung. Um deren störenden Einfluß auszuschließen, wurden Ereignisse aus dem Bereich um die vermutete Position der Quelle von der Analyse ausgeschlossen. Dazu wurde der quadratische Abstand $\theta^2 = (\vec{\theta}_{\mathrm{Source}} - \vec{\theta}_{\mathrm{Event}})^2$ der rekonstruierten Ereignisse von der Quellposition berechnet. Ereignisse, die innerhalb eines vorgegebenen Radiuses lagen, wurden verworfen.

Tabelle 8.3 zeigt den Einfluß verschiedener Schnitte auf θ^2 auf die Trigger-Rate. Das Monte Carlo reproduziert dieses Verhalten gut. In der Analyse verwendet wurde ein $\theta^2 > 0.1$ (deg)^2 -Schnitt.

θ^2 [deg^2]	0.07	0.1	0.15
r_{MC}	1.47	1.41	1.45
r_{Data}	1.43	1.22	1.04

Tabelle 8.3: Verhältnis aus Änderung der Rate und Änderung des Raumwinkels für verschiedene θ^2-Schnitte. r ist definiert als $r = \Delta R/\theta^2$.

8.3 Rekonstruktion des Protonen-Spektrums

Zur Rekonstruktion des Spektrums der Protonenkomponente der kosmischen Strahlung sind wir zunächst von der chemischen Zusammensetzung gemäß [5] ausgegangen. Außerdem wurde angenommen, daß es sich bei dem Protonenspektrum um ein reines Potenzspektrum ohne Änderungen in der Steigung handelt. Unter diesen Grundannahmen haben wir unser Iterationsverfahren auf die Daten angewendet. Wir bestimmten für verschiedene Schnitte auf die skalierte *Width* den Spektralindex γ_p und die Normalisierungskonstante A_p eines differentiellen Spektrums der Form (E in TeV)

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}E} = A_p \cdot E^{-\gamma_p}\,(\mathrm{s\,sr\,m^2\,TeV})^{-1}. \tag{8.1}$$

Width [deg]	1.15	1.0	0.85	0.75	0.65
A_p	0.0829	0.0975	0.1149	0.1206	0.1274
$\Delta A_{p,\mathrm{stat.}}$	0.0040	0.0052	0.0076	0.0101	0.0149
γ_p	2.675	2.709	2.724	2.726	2.758
$\Delta\gamma_{p,\mathrm{stat.}}$	0.022	0.024	0.030	0.038	0.053

Tabelle 8.4: Zusammenfassung der Spektralindizes des Protonenspektrums in Abhängigkeit von dem skalierten *Width*-Schnitt.

Tabelle 8.4 faßt die Ergebnisse zusammen. Man erkennt eine leichte Abhängigkeit des Spektralindexes vom *Width*-Schnitt. Dies läßt sich durch die erhöhte Kontamination mit schwereren Kernen bei kleinen Schnitten erklären. Für starke Schnitte werden schwere Kerne im Datensample stark unterdrückt, wodurch das Spektrum der Protonen hervortritt.

Abbildung 8.1 zeigt das Spektrum für den skalierten Width-Cut < 0.85 einschließlich statistischer Fehler. Für Abbildung 8.2 wurde das Spektrum mit $E^{2.75}$ multipliziert, damit die statistischen Fehler hervortreten.

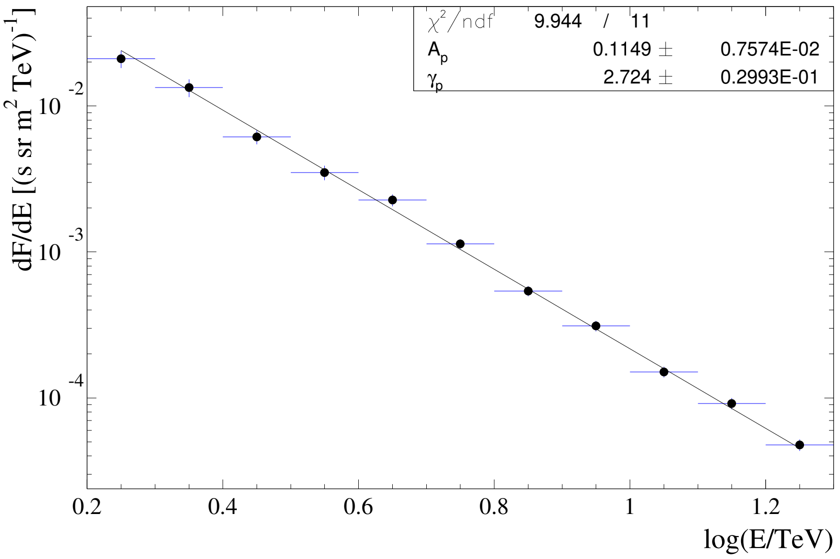

Abbildung 8.1: Spektrum der Protonenkomponente der kosmischen Strahlung, bestimmt bei einem skalierten *Width*-Schnitt < 0.85.

Die Größe der Energieintervalle, in denen wir die Datenpunkte bestimmen, ist bestimmt durch die Energieauflösung. 50% der Ereignisse sollten mit ihren rekonstruierten Energien noch innerhalb ihres eigentlichen Energieintervalls liegen.

Der Mittelwert des Spektrums der Protonen, errechnet für die verschiedenen *Width*-Schnitte, ergibt sich schließlich zu

$$\frac{\mathrm{d}F_p}{\mathrm{d}E} = 0.108 \pm 0.021 \cdot E^{-2.72\pm0.02}\,(\mathrm{s\,sr\,m^2\,TeV})^{-1}. \tag{8.2}$$

Die angegebenen Fehler sind nur statistische Fehler.

Da bei niedrigen Energien nahe der Schwelle für Protonen der Anteil an schweren Kernen vernachlässigbar gering ist, dominiert der Wert für das Spektrum zwischen 1 und 5 TeV den Wert des Spektralindexes und die Flußnormierung.

Bei höheren Energien nimmt der Anteil schwerer Kerne stark zu, wodurch der Fluß der als Protonen identifizierten Kerne stark vor allem durch Helium dominiert wird. Dies führt zur Abschätzung eines systematischen Fehlers bei der Bestimmung des Protonenspektrums, auf den im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

Aus Tabelle 8.4 kann ein systematischer Fehler aus der Variation des Index' des Protonenspektrums bei unterschiedlichen *Width*-Cuts in der Größenordnung von $\delta\gamma_1^{\mathrm{syst.}} \approx +0.03/-0.05$ abgeschätzt werden.

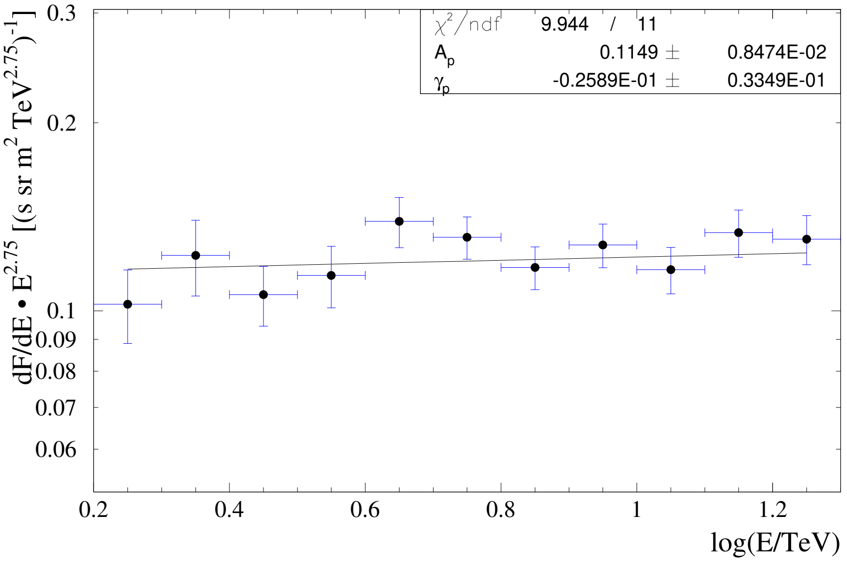

Abbildung 8.2: Mit $E^{2.75}$ multipliziertes Spektrum aus Abbildung 8.1.

8.4 Systematik

Dieser Abschnitt befaßt sich mit einer Reihe von Studien, aus denen man verschiedene systematischen Fehler auf den Spektralindex γ_p und die absolute Flußnormierung A_p des Protonenspektrums abschätzen kann.

8.4.1 Abhängigkeit vom Datensatz

Der Datensatz wurde zunächst in 4 verschiedene Perioden eingeteilt. Diese Perioden waren durch Änderungen an der Hardware gekennzeichnet. Im Mai 1997 wurden die Spiegel neu justiert, wodurch sich die Abbildungsqualität der Teleskope stark verbesserte. Im Juli wurde die Hardware-Schwelle von 10 auf 8 mV, entsprechend von 8 auf 7 ph.e., reduziert.

In einem weiteren Test wurde das gesamte Datensample in 4 gleich große, aber zufällige Datensätze (*Random*) per Zufallszahlengenerator unterteilt.

Die Ergebnisse für das rekonstruierte Spektrum sind in Tabelle 8.5 zusammengefaßt.

Man erkennt keine signifikante Abweichungen vom Spektralindex für das gesamte Datensample. Innerhalb der Fehler sind die verschiedenen rekonstruierten Spektralindizes miteinander verträglich.

Es läßt sich ein systematischer Fehler auf den spektralen Index durch die Variation bei Verwendung der Daten-Untersamples in der Größenordnung von $\delta\gamma_2^{\mathrm{syst.}} \approx +0.05/-0.03$ abschätzen. Dabei muß aber beachtet werden, daß dieser systematische Fehler nicht unabhängig von $\delta\gamma_1^{\mathrm{syst.}}$ ist, da die Datensamples miteinander korreliert sind.

Sample	1	2	3	4	$\Delta\gamma_{p,\mathrm{stat.}}$
Random	13.6 h	12.9 h	13.6 h	13.2 h	
A_p	0.116	0.116	0.113	0.113	
γ_p	2.73	2.73	2.72	2.71	± 0.03
Periode	März-Mai	Mai	Mai-Juli	Juli-August	
Beob. Zeit	14.0 h	13.8 h	12.5 h	11.8 h	
A_p	0.106	0.103	0.118	0.130	
γ_p	2.71	2.70	2.72	2.77	± 0.04

Tabelle 8.5: Rekonstruierter Spektralindex für verschiedene Daten-Untersamples für einen skalierten *Width*-Schnitt von 0.85.

8.4.2 Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung

In einem ersten Test auf die Abhängigkeit unseres Ergebnisses von der angenommenen chemischen Zusammensetzung wurde zunächst in einer reinen Monte-Carlo-Studie überprüft, wie sich eine falsche Annahme über die relativen Teilchenhäufigkeiten auf das Ergebnis der Rekonstruktion auswirkt.

Dazu wurde im Monte Carlo eine chemische Zusammensetzung nach Tabelle 7.2 angenommen. Anschließend wurde aus den simulierten Schauern für Protonen, Helium und Teilchen der LM- bzw. HVH-Gruppen das Protonen-Spektrum rekonstruiert.

Dabei wurde zum einen der jeweilige Anteil schwererer Kerne bei der Rekonstruktion vernachlässigt, wodurch sich ein steileres rekonstruiertes Spektrum ergeben sollte. Im anderen Fall wurde der Helium-Anteil verdoppelt. Dadurch sollte sich ein flacheres Spektrum ergeben.

Tabelle 8.6 faßt die Ergebnisse zusammen.

Häufigkeit	Helium	LM-particles	HVH-particles
verdoppelt	2.733	2.755	2.755
vernachlässigt	2.793	2.762	2.762

Tabelle 8.6: Rekonstruierter Spektralindex für Protonen bei Vernachlässigung oder Verdopplung der relativen Anteile schwerer Kerne im Rekonstruktions-Simulations-Sample. Für das Eingabespektrum wurde 2.75 (skalierte $Width < 0.85$) gewählt sowie eine chemische Zusammensetzung nach [5].

Daraus läßt sich ein systematischer Fehler durch diese mögliche Über- bzw. Unterkorrektur durch eine falsche chemische Zusammensetzung in der Größenordnung von $\delta\gamma_3^{\mathrm{syst.}} \approx +0.04/-0.02$ abschätzen.

In einer weiteren Abschätzung wurde in der Monte-Carlo-Simulation jeglicher Anteil von schwereren Kernen vernachlässigt. Wir sind in diesem Schritt von einer reinen Protonen-Zusammensetzung der kosmischen Strahlung ausgegangen. Danach wurden mit dem so geeichten Monte Carlo die Meßdaten analysiert. Dadurch kann der Einfluß der Spektrumskorrektur $U(E)$ auf das rekonstruierte Spektrum untersucht werden.

Tabelle 8.7 zeigt die Zusammenstellung der Ergebnisse des Protonenspektrums für diesen Test.

Width [deg]	1.15	1.0	0.85	0.75	0.65
A_p	0.1216	0.1322	0.1397	0.1538	0.1552
$\Delta A_{p,\mathrm{stat.}}$	0.0074	0.0085	0.0107	0.0145	0.0197
γ_p	2.647	2.676	2.690	2.727	2.756
$\Delta\gamma_{p,\mathrm{stat.}}$	0.028	0.030	0.035	0.044	0.059

Tabelle 8.7: Zusammenstellung des Spektrums der Protonen-Komponente der kosmischen Strahlung. Hierbei wurde in der Simulation von einer reinen Protonen-Zusammensetzung ausgegangen.

Ein Vergleich dieser Tabelle mit Tabelle 8.4 zeigt, daß wie erwartet für einen strengen *Width*-Cut, der fast alle schwereren Kerne zurückweisen sollte, die Ergebnisse für den Spektralindex sehr gut übereinstimmen. Die Flußnormierung zeigt dagegen, daß auf diese Art der absolute Fluß der Protonen stark überschätzt wird.

Diese Annahme einer reinen Protonen-Zusammensetzung der kosmischen Strahlung erweist sich somit als ein extremer Test für die Stabilität des Ergebnisses der Methode zur Rekonstruktion des Spektrums. Der Spektralindex wird durch die Annahme einer chemischen Zusammensetzung kaum beeinflußt. Für die absolute Flußnormierung erweisen sich dagegen die gewählten relativen Teilchenhäufigkeiten als wesentlich.

8.4.3 Einfluß der effektiven Fläche

Da die effektive Fläche nur auf etwa 5% genau bekannt ist, wurde der Fehler durch diese Ungenauigkeit ebenfalls abgeschätzt. Dazu wurde in der Analyse die effektive Fläche $A_{\mathrm{eff}}(14^\circ)$ für 14° durch die effektive Fläche bei 20° Zenitwinkel ersetzt. Eine erneut durchgeführte Analyse ergab dadurch eine systematische Verschiebung des rekonstruierten Spektralindexes durch 5% Unsicherheit in der effektiven Fläche in der Größenordnung von $\delta\gamma_4^{\mathrm{syst.}} \approx \pm 0.03$.

8.4.4 Systematischer Fehler auf den Spektralindex

Die Abschätzung der Systematiken auf den Spektralindex liefert in der Kombination aller diskutierter Effekte einen gesamten systematischen Fehler auf den rekonstruierten Spektralindex in der Größe

$$\delta\gamma^{\mathrm{syst.}} \approx \delta\gamma_1^{\mathrm{syst.}} + \delta\gamma_2^{\mathrm{syst.}} + \delta\gamma_3^{\mathrm{syst.}} + \delta\gamma_4^{\mathrm{syst.}} = \begin{cases} +0.15, \\ -0.13. \end{cases} \tag{8.3}$$

8.5 Absolute Flußnormierung

Die Genauigkeit der absoluten Flußnormierung wurde schon angesprochen und hängt wesentlich von der Annahme über die chemische Zusammensetzung ab.

Wie man aus Abbildung 7.17 sieht, reduziert sich die Anreicherung der Protonen gegenüber Helium im Datensatz mit steigender Energie erheblich. Bei Energien nahe der Schwelle kann der Anteil schwerer Kerne praktisch vernachlässigt werden, wodurch wir wirklich Protonen in diesen Datenpunkten messen. Bei hohen Energien besteht aber ein großer Anteil der Ereignisse aus fehlidentifizierten Helium-Kernen. Dies muß bei der Bestimmung des Flußes in diesen Punkten systematisch berücksichtigt werden.

Bei gegebener chemischer Komposition [5] ist aus den Monte-Carlo-Simulationen der relative Anteil an Helium im verbleibenden Datensatz bekannt. Damit kann auf den Helium-Anteil bei einer bestimmten Energie effektiv korrigiert werden. Dies liefert uns dann den Wert für den Protonen-Fluß bei einer bestimmten Energie.

Genauso gut kann man aber auch sagen, daß die angenommene chemische Zusammensetzung falsch ist. Zum einen könnte der Helium-Anteil geringer sein. Dadurch erhält man durch Vernachlässigung des Helium-Anteils eine obere Grenze für den Protonen-Fluß in diesem Meßpunkt. Zum anderen könnte der Helium-Anteil größer sein. Die Messungen der Ballon-Experimente lassen dies durchaus zu. Durch Veränderung des relativen Anteils der Helium-Komponente erhält man somit eine obere und untere Grenze für den Protonen-Fluß in den Meßpunkten.

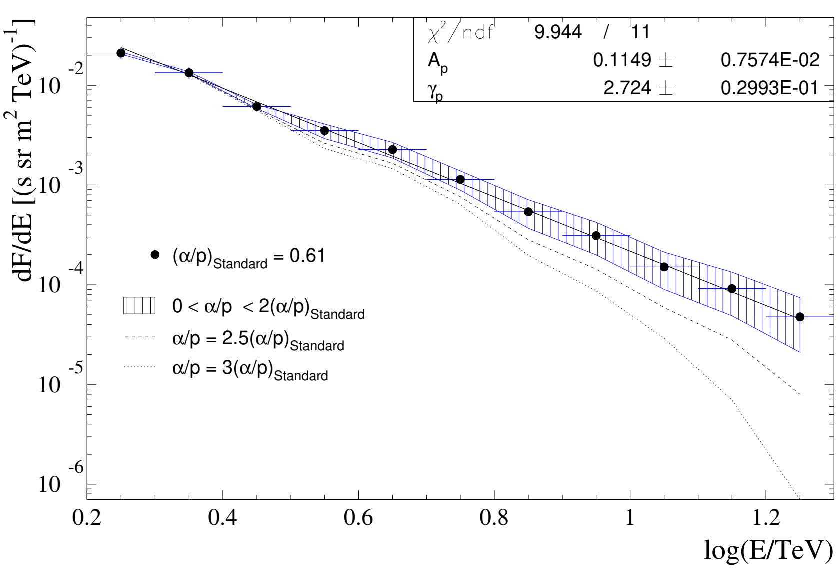

Abbildung 8.3: Rekonstruiertes Protonen-Spektrum für einen skalierten *Width*-Schnitt von 0.85 und eine angenommene chemische Komposition nach [5]. Schraffiert eingezeichnet sind die Systematiken verbunden mit einer Überschätzung (kein Helium) bzw. Unterschätzung (doppelt so viel Helium) des relativen Protonenvorkommens in der kosmischen Strahlung. Ebenfalls eingezeichnet sind die Werte für weitere Helium zu Protonen Verhältnisse.

In Abbildung 8.3 sind die Extremannahmen der Vernachlässigung und der Verdopplung des Helium-Flusses in Form der schraffierten Fläche dargestellt. Der entscheidende Faktor ist dabei das angenommene Verhältnis von Helium zu Protonen in der kosmischen Strahlung, definiert als α/p. Dieses Verhältnis wird zunächst aus Tabelle 7.2 gewonnen und beträgt etwa $(\alpha/\mathrm{p})_{\mathrm{Standard}} \approx 0.61$. Nach dem Trigger bei einer Schwelle $q_0 = 10$ ph.e. reduziert sich das Verhältnis auf 0.32 (vergleiche mit Tabelle 7.3). Bei der Bestimmung der Systematik aufgrund der angenommenen chemischen

Zusammensetzung wurde ein Verhältnis $\alpha/\mathrm{p} = x \cdot (\alpha/\mathrm{p})_{\mathrm{Standard}}$ mit $x = 0 \ldots 3$ angenommen[1].

Nimmt man an, daß die tatsächlich gemessene Anzahl an Teilchen bei einer Energie E aus Protonen und Helium-Kernen besteht, läßt sich folgern, daß ein kleines Verhältnis von α/p eine obere Grenze auf den Protonengehalt liefert, während ein hohes α/p eine untere Grenze liefert. Im Extremfall, daß alle Protonenkerne in Wahrheit nur Heliumkerne sind, würde das die schraffierte Fläche in Abbildung 8.3 bis auf Null herunterziehen.

Unter der Annahme, keine Helium-Kerne bzw. die doppelte Menge an Helium im verbleibenden Datensatz zu haben, ergeben sich die in Abbildung 8.3 eingezeichneten schraffierten Bereiche. Unter diesen vernünftigen Annahmen würden sich die integralen Raten um maximal 20% ändern. Der Einfluß auf die Gesamt-Bildparameter-Verteilungen wäre in diesem Zusammenhang auch nur gering, da sich schon aus einem Vergleich zwischen einem reinen Protonen-Monte-Carlo und den gemessenen Verteilungen eine gute Übereinstimmung ergibt.

Bei niedrigen Energien um 2 TeV macht diese mögliche systematische Fehlinterpretierung des gemessenen Flusses weniger als 5% am Gesamt-Protonenfluß aus.

Bei z. B. einer Energie von 2.2 TeV ($\log_{10} E = 0.35$) ergeben sich durch den angenommenen Gesamtanteil an schweren Kernen damit folgende absoluten Flußnormierungen:

$$A_p(2.2\ \mathrm{TeV}) = 1.33 \left\{ \begin{array}{l} 1.37 \\ 1.31 \end{array} \right. \cdot 10^{-2} (\mathrm{s\,sr\,m^2\,TeV})^{-1} \left| \begin{array}{l} \alpha/\mathrm{p} = 0\,, \\ \alpha/\mathrm{p} = 2(\alpha/\mathrm{p})_{\mathrm{St.}} \end{array} \right. . \tag{8.4}$$

Bei zum Beispiel einer Energie von 18 TeV ($\log_{10} E = 1.25$) ergeben sich die folgenden Werte für den Fluß der Protonen:

$$A_p(18\ \mathrm{TeV}) = 4.8 \left\{ \begin{array}{l} 7.4 \\ 2.1 \end{array} \right. \cdot 10^{-5} (\mathrm{s\,sr\,m^2\,TeV})^{-1} \left| \begin{array}{l} \alpha/\mathrm{p} = 0\,, \\ \alpha/\mathrm{p} = 2(\alpha/\mathrm{p})_{\mathrm{St.}} \end{array} \right. . \tag{8.5}$$

Die Größenordnung des systematischen Fehlers auf die absolute Flußnormierung liegt dadurch bei dieser Analyse, gemittelt über das gesamte Spektrum, bei etwa 40%.

Wie schon in Abschnitt 7.2.1 dargestellt, kann man durch eine Erhöhung der Trigger-Schwelle eine Erhöhung der Energieschwelle erreichen (vergleiche Abbildung 7.4). Dadurch wäre es im Prinzip möglich, auch bei höheren Energien von etwa 10 TeV ohne Annahmen über das α/p-Verhältnis das Protonen-Spektrum genau zu bestimmen, da die Unterdrückung der schweren Kerne durch die Trigger-Bedingung eine hohe Anreicherung der Protonen an der Energieschwelle bewirkt. Ein Nachteil ist die stark reduzierte Statistik bei erhöhter Schwelle (eine Größenordnung im in Abbildung 7.4 diskutierten Fall). An dieser Stelle kann aber die vorliegende Arbeit sicher erfolgreich fortgesetzt werden, um weitere Meßpunkte im Protonenspektrum, bei hohen Energien und mit ähnlich hoher Genauigkeit wie in dieser Arbeit, zu erhalten.

---

[1] Die absolute untere Grenze für den Protonen-Fluß ergibt sich natürlich, wenn $\alpha/\mathrm{p} \to \infty$, d. h. nur α-Teilchen und keine Protonen vorhanden wären.

Kapitel 9

Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

In dieser Arbeit wurde die Entwicklung einer neuen und detaillierten Monte-Carlo-Simulation besprochen. Extensive Vergleiche zwischen Simulation und Experiment wurden durchgeführt und bestätigen den hohen Standard der Simulation.

Diese Simulationen wurden dazu verwendet, das Spektrum der Protonenkomponente der kosmischen Strahlung zum ersten Mal mit der abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Technik zu messen.

In unserer Messung wurde der differentielle Fluß der Protonen oberhalb der Energieschwelle von 1.5 TeV mit hoher Genauigkeit wie folgt bestimmt (E in TeV):

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}E} &= 0.108(\pm 0.021)_{\mathrm{stat.}}(\pm 0.043)_{\mathrm{syst.}} \\ &\cdot \; E^{-(2.72(\pm 0.02)_{\mathrm{stat.}}(+0.15-0.13)_{\mathrm{syst.}})}\,(\mathrm{s\,sr\,m^2\,TeV})^{-1}. \qquad (9.1)\end{aligned}$$

Die Systematiken der angewendeten Methode wurden abgeschätzt und erläutert. Zur Bestimmung des Protonenflusses wurde von einer chemischen Zusammensetzung nach [5] ausgegangen. Der Einfluß dieser Annahme wurde systematisch untersucht und erläutert.

Abbildung 9.1 zeigt das von uns gemessene Spektrum zusammen mit den aus anderen Experimenten gewonnenen Datenpunkten. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung in der Nähe der gewählten Schwellenenergie, unabhängig von der chemischen Zusammensetzung.

In Tabelle 9.1 wird das Ergebnis unserer Messung den Ergebnissen aus Satelliten- und Ballon-Experimenten in dem von uns untersuchten Energiebereich gegenübergestellt.

Der differentielle Fluß wird wie folgt dargestellt:

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}E} = A_p \pm \Delta A_p \cdot E^{-(\gamma_p \pm \Delta\gamma_p)}\,(\mathrm{s\,sr\,m^2\,TeV})^{-1}. \qquad (9.2)$$

Die Datenpunkte der anderen Experimente wurden uns freundlicherweise von [121] zur Verfügung gestellt. Die Referenzen sind entnommen aus [122]: [118] [119] [123] [117]

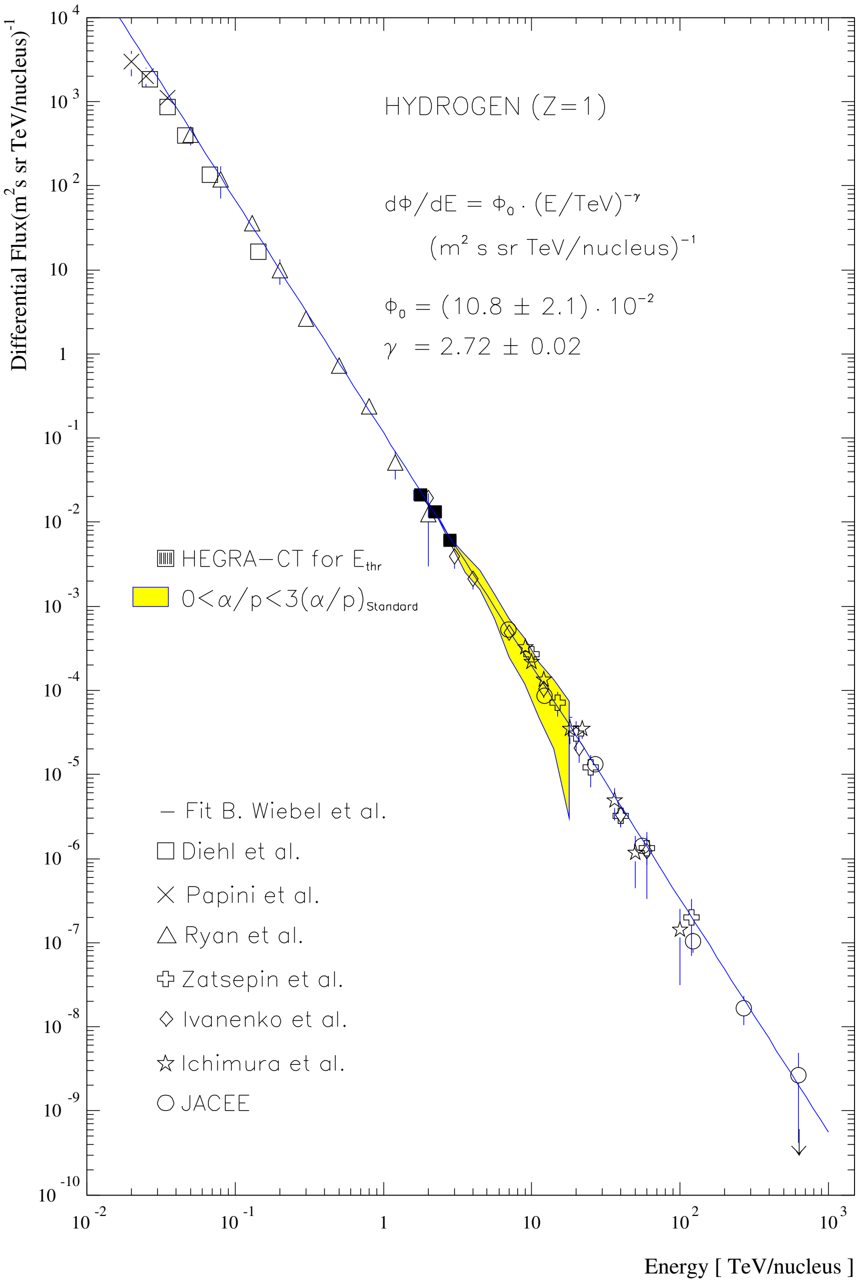

Abbildung 9.1: Differentielles Spektrum der Protonen in der kosmischen Strahlung. Dargestellt sind unsere Meßpunkte nahe an der Energieschwelle für Protonen. Zum Vergleich eingezeichnet sind auch die Ergebnisse von Satelliten- und Ballon-getragenen Experimenten. Unserer Messung schattiert unterlegt ist der systematische Fehler bedingt durch eine Variation des angenommenen α/p-Verhältnisses über den Bereich $0 < \alpha/\mathrm{p} < 3(\alpha/\mathrm{p})_{\mathrm{Standard}}$ relativ zum Wert $(\alpha/\mathrm{p})_{\mathrm{Standard}} = 0.61$ nach [5], der der durchgezogenen Linie entspricht. Die Schattierung entspricht den Extremannahmen, die in Abbildung 8.3 eingezeichnet sind. Für Einzelheiten siehe Abschnitt 8.5.

Experiment	Typ	A_p [10^{-2}]	ΔA_p [10^{-2}]	γ_p	$\Delta\gamma_p$	E-Bereich
JACEE [113]	B	7.49	0.27	2.64	0.12	$\leq$ 40 TeV
JACEE [114]		11.1	$+0.9 - 0.6$	2.80	0.04	2-800 TeV
SOKOL [115]	S	14.9	1.1	2.85	0.14	$>$ 5 TeV
Ichimura et al. [116]	B	11.1	1.1	2.78	0.04	$<$ 10 TeV
MUBEE [117]	B	30.0		3.14	0.08	$>$ 10 TeV
MASS [118]	B			2.33	0.03	$>$ 10.5 GeV
Ryan et al. [119]	B	4.8	0.4	2.75	0.03	$>$ 50 GeV
RICH [120]	B			2.76	0.09(stat.) 0.06(syst.)	20-150 GeV
HEGRA-CT (diese Arbeit)	IACT	10.8	2.1(stat.) 4.3(syst.)	2.72	0.02(stat.) +0.15(syst.) −0.13(syst.)	1.5-3 TeV

Tabelle 9.1: Zusammenstellung der Ergebnisse verschiedener Ballon- (B) und Satelliten-Experimente (S). Ebenfalls angegeben ist das Ergebnis dieser Arbeit.

[124] [125] [115] [116] und [114]. Die Punkte Diehl et al. wurden uns freundlicherweise von D. Müller [120] zur Verfügung gestellt.

Damit wurde mit der abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Technik zum ersten Mal unabhängig von anderen Experimenten der Fluß und das Spektrum der Protonen der kosmischen Strahlung gemessen.

Obwohl in unserer Analyse ein Potenzspektrum als Nullhypothese angenommen wurde, kann dennoch ein Abbrechen des Spektrums unterhalb von 10 TeV (wie in [125] und [123] ausgesprochen) klar ausgeschlossen werden. Weiterhin kann eine Änderung des Spektralindexes um mehr als 1 ebenfalls ausgeschlossen werden.

Diese Arbeit kann in verschiedenen Aspekten sicher erfolgreich fortgesetzt werden. Zum einen benötigt man weitere, in einigen wenigen noch offengebliebenen Details verbesserte Monte-Carlo-Simulationen. Die Statistik der bisher durchgeführten Simulation muß noch weiter erhöht werden. Für verschiedene Perioden und Quellen besteht die Notwendigkeit, speziell angepaßte Monte-Carlo-Datensätze zu erhalten, die die aktuellen Gegebenheiten des Experimentes genau widerspiegeln.

In bezug auf die Analyse der Spektren der Komponenten der kosmischen Strahlung ist ein nächster Schritt die Bestimmung des Spektralindexes der α-Teilchen sowie der Elementgruppen LM und HVH. Damit würden sich Modelle überprüfen lassen, die eine Abhängigkeit des Spektrums vom Verhältnis aus Massenzahl A und Ladung Z voraussagen. Bisher konnten darüber keine sicheren Aussagen aus Messungen abgeleitet werden.

Ein damit zusammenhängender Schritt sollte eine unabhängige Bestimmung der relativen Häufigkeiten der Komponenten der kosmischen Strahlung sein. Selbst eine grobe Festlegung des α/p-Verhältnisses würde den Energiebereich der genauen Bestimmung des Protonenspektrums drastisch erweitern (siehe Abbildung 8.3).

Die abbildende atmosphärische Čerenkov-Technik hat deshalb mit dem bestehenden HEGRA-CT-System das Potential, einen wichtigen Beitrag zur Bestimmung der Spektren der Komponenten der kosmischen Strahlung zu liefern.

Anhang A

Hillas-Parameter

Möge der $i$te PM mit den Koordinaten (x_i, y_i) ein Signal s_i registrieren. Der Ursprung des Koordinatensystems sei im Kamerazentrum. Eine Ellipse wird an das Bild angepaßt und die Hillas-Parameter [126] [127] werden relativ zu einem beliebigen Punkt (x_0, y_0) berechnet (der nicht notwendigerweise identisch mit dem Ursprung des Koordinatensystems sein muß). Die große Hauptachse der Ellipse ist gegeben durch $y = a \cdot x + b$.

Zur Berechnung der Ellipse aus den Amplituden der Photomultiplier werden folgende Momente benötigt:

$$\begin{aligned}
\langle x \rangle &= \frac{\sum s_i (x_i - x_0)}{\sum s_i}\,, \\
\langle y \rangle &= \frac{\sum s_i (y_i - y_0)}{\sum s_i}\,, \\
\langle x^2 \rangle &= \frac{\sum s_i (x_i - x_0)^2}{\sum s_i}\,, \\
\langle y^2 \rangle &= \frac{\sum s_i (y_i - y_0)^2}{\sum s_i}\,, \\
\langle xy \rangle &= \frac{\sum s_i (x_i - x_0)(y_i - y_0)}{\sum s_i}\,.
\end{aligned}$$

Mit den folgenden Vereinfachungen:

$$\begin{aligned}
\sigma_{x^2} &= \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2\,, \\
\sigma_{y^2} &= \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2\,. \\
\sigma_{xy} &= \langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle\,.
\end{aligned}$$

und den folgenden Definitionen:

$$\begin{aligned}
k &= \sigma_{y^2} - \sigma_{x^2}\,, \\
l &= \sqrt{k^2 + 4\sigma_{xy}^2}\,,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= 1 + k/l\,, \\ v &= 2 - u\,, \end{aligned}$$

ergeben sich die (wichtigsten 3) Hillas-Parameter:

$$\begin{aligned} \langle \text{Length} \rangle^2 &= \frac{\sigma_{x^2} + \sigma_{y^2} + l}{2}\,, \\ \langle \text{Width} \rangle^2 &= \frac{\sigma_{x^2} + \sigma_{y^2} - l}{2}\,, \\ \langle \text{Distance} \rangle^2 &= \langle x \rangle^2 + \langle y \rangle^2\,. \end{aligned}$$

Unter Verwendung 3.ter Momente lassen sich auch der sogenannte Asymmetrie-Parameter berechnen, der angibt, wie die Lichtverteilung eines Bildes entlang der großen Halbachse aufgeteilt ist. Hadronische Schauer haben eine hohe Asymmetrie.

Anhang B

Atmosphärische Formelsammlung

Für die Ozonwerte gibt es verschiedene mit unterschiedlichen Einheiten tabellierte Werte. Um die Umrechnung zu erleichtern, werden hier die gängigsten Beziehungen (vgl. u. a. [128]) angegeben.

Von ppmV (Mischungsverhältnis bezogen auf das Volumen in Teile O_3 pro Million Teile Gesamt) in

- ppmM (Mischungsverhältnis bezogen auf die Masse): ×1.657.
- Dichte (kg/m^{-3}): $\times 1.657 \cdot 10^{-6} \rho_t$.
- Anzahldichte (m^{-3}): $\times 2.079 \cdot 10^{19} \rho_t$.
- Partial-Druck $p(O_3)$ (nb): $\times p_t$.

Dabei bezeichnen:

- p_t der atmosphärische Druck in mb (1mb = 100 Pascal) bei gegebener Höhe,
- ρ_t die atmosphärische Dichte in kg/m^3 bei gegebener Höhe.

Weitere wichtige Einheiten sind die

- Dobson[1]-Einheiten (DU): 1 atm·cm = 1000 DU

  Die Menge Ozon über einer gegebenen Fläche wird am einfachsten in Dobson Units angegeben. Das gesamte Ozon in der Säule über dieser Fläche komprimiert auf STP (*Standard Temperature and Pressure*; 273° K und 1 atm) und gleichmäßig über die Fläche verteilt, entspricht einer DU bei 0.1 mm Höhe der verbleibenden Säule. Eine DU enthält etwa $2.69 \cdot 10^{16}$ Moleküle O_3.
- Säulenhöhe Ω $(\mathrm{cm \cdot atm})_{\mathrm{STP}}$: $L \frac{\mathrm{ppmV}}{10} \frac{p T_0}{p_0 T}$.

  Dabei sind p_0 und T_0 die STP-Bedingungen und L die Höhe in km und p bzw. T der Druck bzw. die Temperatur in der Höhe L.

---

[1] G. M. B. Dobson (1920-1960), befaßte sich früh mit atmosphärischem Ozon.

Oder: $\Omega = 7.897 \cdot 10^{-4} \int_0^{p_0} p(\mathrm{O}_3)\,\mathrm{d}\ln p_t$

Integration des Partialdrucks des Ozons über $\ln p_t$ gibt die Säulenhöhe über einem gegebenen Druck p_0.

Anhang C

Zufallszahlen

Die Qualität jeder Simulation, und im besonderen jeder Monte-Carlo-Simulation hängt wesentlich von der Qualität des verwendeten Zufallszahlengenerators ab.

Ein guter Zufallszahlengenerator muß eine bekannte Wahrscheinlichkeitsverteilung (z. B. eine Gleichverteilung innerhalb eines bestimmten endlichen Bereichs) vernünftig wiedergeben. Wir wollen keine eingebauten Tendenzen, Neigungen oder Perioden. Gewöhnlich sollen einmal erzeugte Zufallszahlen mit vorherigen Zufallszahlen nicht korreliert sein.

Den von uns verwendeten Zufallszahlengenerator [129], portiert nach C von K. Bernlöhr [130], haben wir verschiedenen Tests unterworfen, um in gewissen vernünftigen Grenzen 'gute' Zufallszahlen zu erhalten, ohne zuviel an Geschwindigkeit zu verlieren.

Im folgenden beschreiben wir einige der durchgeführten Tests. Der von uns verwendete Generator erfüllt unsere Qualitätskriterien, die eine ausreichend lange Periode bei geringer Rechenzeit fordern. Die Periode unseres Generator ist 1048576. Da die Zufallszahlen in verschiedenen Zusammenhängen verwendet werden, spielt diese relativ kurze Periode keine Rolle. Diese Periode gilt auch nur bei gleichverteilten Zufallszahlen, da bei Erzeugung von gauß- oder poisson-verteilten Zufallszahlen (fast) automatisch jede mögliche Periode zerstört wird.

C.1 Testverfahren für Zufallszahlengeneratoren

Die Qualität eines Zufallszahlengenerators kann sowohl quantitativ als auch qualitativ ermittelt werden [131] [132].

C.1.1 χ^2-Test

Der χ^2-Test mißt, wie gut die angenommene Verteilung durch die Verteilung der Zufallszahlen wiedergegeben wird.

Dazu wird das Intervall, in dem die Zufallszahlen erzeugt werden, in eine endliche Zahl von Klassen-Intervallen eingeteilt (der Einfachheit halber werden diese Klassenintervalle gleich groß gewählt).

Dann zählen wir die Anzahl der Zufallszahlen innerhalb einer solchen Klasse und vergleichen diese gefundene Zahl mit der erwarteten Zahl in diesem Intervall, in dem wir die χ^2-Summe berechnen:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(\text{beobachtet}_i - \text{erwartet}_i)}{\text{erwartet}_i}. \tag{C.1}$$

m ist die Anzahl der Klassen-Intervalle. $m-1$ bezeichnet man als die 'Anzahl an Freiheitsgraden' (*number of degrees of freedom*; die 1 wird als 'Constraint' abgezogen, weil nicht auf die absolute Zahl an Ereignissen getestet wird!). Kleine χ^2-Werte sind für diesen Test gute Werte. In statistischen Tabellen kann die Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes χ^2 bei $m-1$ Freiheitsgraden ermittelt werden, bei vorgegebenem Konfidenzintervall. Damit der Test zufriedenstellend ausfällt, sollte das berechnete χ^2 innerhalb eines Abstandes von $2 \cdot \sqrt{m}$ von m liegen (wenn mehr als 10 Ereignisse innerhalb einer Klasse liegen).

C.1.2 Autokorrelations-Test

Ein Autokorrelations-Test zeigt die Beziehungen zwischen zwei Zahlen x_i und $y_{i+\tau}$ bei gegebener Phase τ auf und kann dadurch Tendenzen und Perioden enthüllen.

Der Autokorrelationskoeffizient $\rho(\tau)$ wird berechnet nach

$$\rho(\tau) = \frac{\sum_i x_i y_{i+\tau} - \frac{1}{n-\tau} \sum_i x_i \sum_i y_{i+\tau}}{\sqrt{\sum_i x_i^2 \sum_i y_{i+\tau}^2}}. \tag{C.2}$$

Die Summen laufen dabei bis $n - \tau$ bei n Datenpunkten. Ein idealer Zufallszahlengenerator wird für $\tau = 0$ $\rho(\tau) = 1$ und sonst $\rho(\tau) = 0$ liefern. Eine Spitze bei einem bestimmten $\tau \neq 0$ bezeichnet die Periode, eine leicht abfallende $\rho(\tau)$-Verteilung weist auf eine leichte Abhängigkeit der Verteilung der Zufallszahlen hin.

C.1.3 Qualitative Tests

Der einfachste und augenscheinlichste Test ist, in einem Diagramm Paare von Zufallszahlen gegeneinader aufzutragen. Anhäufungen bei bestimmten Werten fallen dann direkt 'in's Auge'.

Ein anderer Test ist ein *Random Walk*-Test in 2 Dimensionen. Dazu wird der gesamte Bereich der Zufallszahl in 4 Intervalle eingeteilt. Dann wird eine Zufallszahl erzeugt. Fällt die Zahl in das erste Intervall, wird X um eins erhöht. Fällt die Zahl in das zweite Intervall, wird Y um eins erhöht. Eine Zahl im dritten Intervall bedeutet, X um eins zu erniedrigen. Eine Zahl im 4. Intervall erniedrigt Y um eins.

In einem ordentlichen *Random Walk* ist die zurückgelegte mittlere quadratische Distanz zum Ausgangspunkt proportional dem Quadrat der verstrichenen Zeit:

$$\langle \Delta D^2 \rangle \propto t. \tag{C.3}$$

Dazu werden t Schritte in n *Random Walks* ausgeführt. Nach Mittelung über alle n *Walks* trägt man $\langle \Delta D^2 \rangle$ gegen t auf. Eine solche Darstellung sollte ungefähr linear sein. Alles andere weist auf Probleme hin.

Literaturverzeichnis

[1] V. F. Hess, *Phys. Zeitschr.*, 13:1084–1091, 1912.

[2] W. Bothe, W. Kolhörster, *Zeitschr. f. Physik*, 56:751–777, 1929.

[3] A. M. Hillas, *Cosmic Rays.* Pergamon Press, 1972.

[4] T. K. Gaisser, *Cosmic Rays and Particle Physics.* Cambridge University Press, 1990.

[5] B. Wiebel, Chemical composition in high energy cosmic rays. *Wuppertal Preprint WUB 94-08*, April 1994.

[6] S. Swordy, *Proc. of the 23rd ICRC, Calgary*, 1993.

[7] J. A. Simpson, *Ann. Rev. Nucl. & Particle Sci.*, 33:323, 1983.

[8] J. Knapp, *Vergleich hadronischer Wechselwirkungsmodelle zur Simulation ausgedehnter Luftschauer der kosmischen Strahlung, Habilitationsschrift.* Institut für Experimentelle Kernphysik, Universität Karlsruhe, 1997.

[9] C. E. Fichtel, J. Linsley, *Astrophys. J.*, 300:474, 1986.

[10] S. Swordy, *Proc. of the 24th ICRC, Rome*, 1995.

[11] A. P. Szabo, R. J. Protheroe, *Astropart. Phys.*, 2:375, 1994.

[12] K. Greisen, *Phys. Rev. Lett.*, 16:748, 1966.

[13] G. T. Zatsepin et al., *JETP Lett.*, 4:78, 1966.

[14] T. Shibata, *Proc. of the 24th ICRC, Rome*, 1995.

[15] J. A. Simpson, M. Garcia-Munoz, *Space Sci. Rev.*, 46:205, 1987.

[16] L. O'C. Drury, F. A. Aharonian, H. J. Völk, *Astron. Astrophys.*, 287:959–971, 1994.

[17] E. Fermi, *Phys. Rev.*, 75:1169–1174, 1949.

[18] A. R. Bell, *Month. Not. R. astr. Soc.*, 182:147–156, 1978.

[19] L. O'C. Drury, *Rep. Prog. Phys.*, 46:973–1027, 1983.

[20] W. I. Axford et al., *Proc. of the 15th ICRC, Plovdiv, 11*, page 132, 1977.

[21] W. I. Axford, *Proc. 17th ICRC, Paris, 12*, pages 155–203, 1977.

[22] M. S. Longair, *High Energy Astrophysics Vol. 2.* Cambridge University Press, 1994.

[23] H. J. Völk, P. L. Biermann, *Astrophys. J. Lett.*, 333:L65, 1988.

[24] P. L. Biermann, *Astron. Astrophys.*, 271:649, 1993.

[25] G. Kanbach, *Currents in High-Energy Astrophysics*, Kapitel: The sky as viewed from the Compton Gamma Ray Observatory, Seiten 1–20. Kluwer Academic Publishers, 1995.

[26] T. Naito, F. Takahara, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 20:477, 1994.

[27] E. G. Berezhko, H. J. Völk, *Astropart. Phys.*, 7:183, 1997.

[28] T. Tanimori et al., (astro-ph/9801275).

[29] R. M. Sternheimer et al., *Phys. Rev.*, 103:511, 1956.

[30] R. M. Sternheimer et al., *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 30:261, 1984.

[31] Particle Data Group, Particle Physics Booklet, July 1996.

[32] M. von Ardenne, *Effekte der Physik und ihre Anwendungen.* Verlag Harri Deutsch, 1990.

[33] O. C. Allkofer, *Teilchendetektoren.* Verlag Karl Thiemig KG, 1971.

[34] O. C. Allkofer, *Introduction to Cosmic Radiation.* Verlag Karl Thiemig, 1975.

[35] W. Heitler, *Quantum Theory of Radiation.* Oxford University Press, 1954.

[36] B. Rossi, *High Energy Particles.* Prentice Hall, New York, 1952.

[37] K. Greisen, *Prog. Cosmic Ray Physics*, 3:1, 1956.

[38] K. Kamata, J. Nishimura, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 6:93, 1958.

[39] M. S. Longair, *High Energy Astrophysics.* Cambridge University Press, 1981.

[40] A. Plyashesnikov, A. Konopelko, *Preprint Moscow Lebedev Phys. Inst.*, (N92), 1988.

[41] A. Konopelko, A. Plyasheshnikov, A. Schmidt, *Preprint Moscow Lebedev Phys. Inst.*, (N6):48, 1992.

[42] A. Plyasheshnikov et al., *Atomnaja Energija*, 39, 1975.

[43] A. M. Hillas, *Proc. 16th ICRC, Kyoto, 6*, page 13.

[44] J. Ranft et al., *Particle Accelerators*, 4:11, 1972.

[45] Y. M. Shabelski, *Nuclear Physics*, 45:223, 1987.

[46] A. Konopelko, A. Plyasheshnikov, in Vorbereitung.

[47] J. N. Capedevielle, *Proc. VII*th *ISVHECRI, Ann Arbor*, 1992.

[48] J. N. Capdevielle et al.: The Karlsruhe Extensive Air Shower Simulation Code CORSIKA. Technical Report KfK 4998, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Institut für Kernphysik, 1992.

[49] D. Heck et al., *CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers.* Forschungszentrum Karlsruhe. Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6019.

[50] P. A. Cherenkov, *Phys. Rev.*, 52:378, 1937.

[51] *Nobel Lectures in Physics*, Elsevier, 1964.

[52] C. Grupen, *Teilchendetektoren.* B. I. Wiss. Verlag, 1993.

[53] W. Roedel, *Physik unserer Umwelt: Die Atmosphäre.* Springer-Verlag, Berlin, 1992.

[54] C. E. Junge, *Air Chemistry and Radioactivity.* Academic Press, New York, 1963.

[55] A. Kohnle, Rekonstruktion von Luftschauern aus Simultanbeobachtungen mit den zwei HEGRA- Cherenkovteleskopen. Diplomarbeit, MPI für Kernphysik, Heidelberg, 1995.

[56] M. Ulrich, *Eine neue Bildanalysemethode für Abbildende Atmosphärische Cherenkov Teleskope und die zweidimensionale Richtungsrekonstruktion von TeV-Photonen des Krebs-Nebels.* Doktorarbeit, 1996.

[57] A. Kohnle et al. (HEGRA Kollaboration), *Astropart. Phys.*, 5:119–131, 1996.

[58] F. A. Aharonian, A. K. Konopelko, (astro-ph/9712044), 1997.

[59] A. M. Hillas, *Proc. 19*th *ICRC, La Jolla, 3*, page 445, 1985.

[60] M. Punch et al. (Whipple Kollaboration), *Nature*, 358:477, 1992.

[61] W. Rhode et al. (HEGRA Kollaboration), *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, 48:491, 1996.

[62] A. Lindner für die HEGRA-Kollaboration, *Proc. of the 25*th *ICRC, Durban, 5*, page 113, 1997.

[63] H. Krawczynski et al. (HEGRA Kollaboration), *NIM A*, 383:431, 1996.

[64] A. Karle et al. (HEGRA Kollaboration), *Astropart. Phys.*, 3:321, 1995.

[65] W. Rhode et al. (HEGRA Kollaboration), *NIM A*, 378:399, 1996.

[66] R. Mirzoyan et al. (HEGRA Kollaboration), *NIM A*, 351:513–526, 1994.

[67] G. Rauterberg et al. (HEGRA Kollaboration), *Proc. 24*th *ICRC, Rome, 3*, page 460, 1995.

[68] D. J. Fegan, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 3:1013–1060, 1997.

[69] A. Konopelko, M. Hemberger, in Vorbereitung.

[70] F. A. Aharonian et al. *Astropart. Phys.*, 6:343–368, 1997a.

[71] F. A. Aharonian et al. *Astropart. Phys.*, 6:369–377, 1997b.

[72] G. Hermann et al.: Triggering of Imaging Air Cherenkov Telescopes: PMT trigger rates due to night-sky photons. *MPI H - V36 - 1995*, 1995.

[73] G. Hermann, *Entwicklung einer hochauflösenden Kamera für abbildende Tscherenkov-Teleskope und Nachweis von TeV-γ-Strahlung aus Richtung des Krebsnebels.* Doktorarbeit, 1996.

[74] C. Köhler et al., *Astropart. Phys.*, 6:77–85, 1996.

[75] A. Daum et al. (HEGRA Kollaboration), *Astropart. Phys.*, 8:1–11, 1997.

[76] F. A. Aharonian et al. (HEGRA Kollaboration), *Astron. Astrophys.*, 327:L5–L8, 1997.

[77] G. Hermann et al. (HEGRA Kollaboration), in M. Potgieter B. C. Raubenheimer und D. J. van der Walt (Hrsg.), *Proc. 25th ICRC, Durban, 5*, pages 133–136, 1997.

[78] F. Aharonian (HEGRA Kollaboration), in R. C. Lamb (Hrsg.), *Proc. Towards a Major Atmos. Cherenkov Telescope III, Calgary*, page 81.

[79] H1-Kollaboration, *F-package for Input/Output.*

[80] L. Eltermann, Air Force Cambridge Res. Lab. Ref. 40. AFC RL-68-153, 1968.

[81] S. L. Valley, Hrsg.: *Handbook of Geophysics and Space Environments.* McGraw-Hill Book Company, 1965.

[82] D. L. King, Atmospheric Extinction at the Roque de los Muchachos Observatory, La Palma. RGO/La Palma Technical Note 31, Royal Greenwich Observatory, 1985.

[83] Dr. E. Cuevas (GAW), private Mitteilung.

[84] US-Standard Atmosphere 1976, *NOAA-S/T 76-1562.*

[85] *The MODTRAN 2/3 Report and LOWTRAN 7 Model*, 01/11/96.

[86] D. S. Hayes, *Astrophys. J.*, 197:593–601, 1975.

[87] D. Evans, z. B. http://www.ast.cam.ac.uk/~dwe/SRF/camc.html.

[88] D. Jones, Typical Count Rates and Extinction Coefficients with the People's Photometer. TGO/La Palma Technical Note 10, Royal Greenwich Observatory, 1984.

[89] P. Murdin, Geology and Meteorology of Sahara Dust. Technical Note 41, Royal Greenwich Observatory, 1986.

[90] D. A. Lewis, *Exp. Astr.*, 1:213–226, 1990.

[91] G. Pühlhofer, Aufbau der Steuerung für das Čerenkov-Teleskop 3 des HEGRA-Teleskop-Systems. Diplomarbeit, MPI für Kernphysik, Heidelberg, 1995.

[92] G. Pühlhofer et al., *Astropart. Phys.*, 8:101–108, 1997.

[93] J. M. Davies & E. S. Cotton, *Journal of Solar Energy*, 1(2 und 3):16–22, 1957.

[94] N. Bulian et al., *astro-ph/9712063*, 1997.

[95] M. Heß, Analysis of the digitized PM-pulses of CT's. Technical Report, MPI für Kernphysik, 1996.

[96] K. Mattila, P. Väisänen, G. F. O. von Appen-Schnur, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 119:153–170, 1996.

[97] G. Auriemma et al., *Astropart. Phys.*, 3:215–229, 1995.

[98] R. Mirzoyan, E. Lorenz, *NIM A*, 351, 1994.

[99] C. Wieland, Entwicklung einer Apparatur zur Messung des Nachthimmleslichts. Diplomarbeit, MPI für Kernphysik, 1996.

[100] M. Heß, Private Mitteilung.

[101] M. Heß, *Untersuchung der Struktur von Luftschauern und Suche nach TeV-Gamma-Strahlung von Supernova-Überresten.* Doktorarbeit, MPI für Kernphysik, 1998.

[102] F. Aharonian et al., *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 21:419–428, 1995.

[103] S. D. Biller et al. (Whipple Kollaboration), *Proc. 24*th *ICRC, Rome*, 1995.

[104] A. Fraß, Eine Methode zur Kalibrierung eines abbildenden Tscherenkow-Teleskops. Diplomarbeit, MPI für Kernphysik, 1997.

[105] A. Fraß et al., *Astropart. Phys.*, 8:91–99, 1997.

[106] A. Konopelko et al. (HEGRA Kollaboration), *Astropart. Phys.*, 4:199–215, 1996.

[107] H. Lampeitl, Triggerung des HEGRA-Tscherenkovteleskopsystems. Diplomarbeit, MPI für Kernphysik, Heidelberg, 1997.

[108] CERN. *MINUIT, Function Minimization and Error Analysis.* Program Library Long Writeup D506.

[109] P. K. MacKeown (Whipple Kollaboration), *Proc. 18*th *ICRC Bangalore*, page 175, 1983.

[110] A. V. Plyasheshnikov, A. K. Konopelko, F. A. Aharonian, M. Hemberger, W. Hofmann, H. J. Völk, Study of mass composition and energy spectrum of primary cosmic radiation by imaging atmospheric Cherenkov technique. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 24:653–672, 1998.

[111] A. Konopelko, in M. Cresti (Hrsg.), *Proc. Towards a Major Atmos. Cherenkov Detector IV, Padova*, page 373, 1995.

[112] V. Blobel, Unfolding methods in high-energy physics experiments. Technical Report 84-118, DESY, 1984.

[113] K. Asakimori et al., *Proc. of the 23rd ICRC, Calgary*, 1993.

[114] K. Asakimori et al., *Proc. 25th ICRC Durban*, 1997.

[115] I. P. Ivanenko et al., *Proc. 23rd ICRC Calgary*, 1993.

[116] M. Ichimura et al., *Phys. Rev. D*, 48(5):1949–1975, 1993.

[117] V. I. Zatsepin et al., *Proc. 23rd ICRC Calgary*, 1993.

[118] P. Papini et al., *Proc. 23rd ICRC Calgary*, 1993.

[119] M. J. Ryan et al., *Phys. Rev. Lett.*, 28(15):985–988, 1972.

[120] E. Diehl et al., *ApJ, submitted*, 1998.

[121] B. Wiebel, private Mitteilung.

[122] B. Wiebel-Sooth, P. Biermann, H. Meyer, *accepted by Astron. Astrophys. Preprint astro-ph/9709253*, 1997.

[123] V. I. Zatsepin et al., *Proc. 21st ICRC Adelaide*, 1990.

[124] I. P. Ivanenko et al., *Sov. J. Nuc. Phy.*, 45:664–665, 1987.

[125] I. P. Ivanenko et al., *Proc. 21st ICRC Adelaide*, 1990.

[126] T. C. Weekes et al., *Astrophys. J.*, 342:379–395, 1989.

[127] P. T. Reynolds et al. (Whipple Kollaboration), *Astrophys. J.*, 404:206, 1993.

[128] G. M. Keating L. S. Chiou N. C. Hsu, *Adv. Space Res.*, 18(9/10):(9/10)11–(9/10)58, 1996.

[129] CERN, *CERNLIB, Application Software and Databases.*

[130] K. Bernlöhr, Private Mitteilung.

[131] R. Sedgewick, *Algorithmen.* Addison-Wesley, 1994.

[132] W. Press et al, *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing.* Cambridge University Press, 2nd edition, 1992.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

- Meinen Eltern, die mir das Studium der Physik in Karlsruhe und Heidelberg ermöglichten.
- Herrn Prof. Dr. H. J. Völk für die Ermöglichung dieser Arbeit am Max-Planck-Institut für Kernphysik, seine stetige Unterstützung und seine intensive Betreuung während der Entstehung dieser Arbeit.
- Herrn Dr. F. A. Aharonian für sein fortwährendes Interesse und seine Unterstützung während der Hochs und Tiefs dieser Arbeit.
- Herrn Dr. A. Konopelko für seine ständige Diskussionsbereitschaft in Fragen der Monte-Carlo-Simulationen der Luftschauer und Datenanalyse. Herrn Dr. A. Plyasheshnikov danke ich für weitere nützliche Anregungen.
- Herrn Prof. Dr. W. Hofmann für seine ständige Diskussions- und Kritikbereitschaft, die sicher wesentlich zu dieser Arbeit beitrug.
- Herrn Prof. Dr. D. Müller (University of Chicago) für seine Diskussionsbereitschaft während seines Aufenthaltes als A. v. Humboldt-Preisträger am MPI für Kernphysik.
- Der Heidelberger CT-Gruppe für den Aufbau und Betrieb des Experimentes. Das ständige Engagement jetziger und ehemaliger Mitglieder stellte die hohe Qualität der Daten sicher: K. M. Aye, Priv.-Doz. Dr. habil. K. Bernlöhr, Dr. A. Daum, S. Elfahem, A. Fraß, Dr. G. Hermann, M. Heß, Dr. A. Heusler, I. Jung, R. Kankanian, A. Katona, C. Köhler, A. Kohnle, T. Kutter, H. Lampeitl, J. Mattes, R. Mattheus, Dr. M. Panter, G. Pühlhofer, Dr. C. Renault, Dr. M. Ulrich, Dr. C. A. Wiedner, C. Wieland, H. Wirth. Regelmäßige Diskussionen sorgten für zahlreiche Anstöße.
- Herrn Dr. A. Daum und Dr. G. Hermann sei besonders gedankt für hilfreiche Anregungen, die zur Qualität der Detektor-Simulation beitrugen. C. Köhler danke ich besonders für seinen wesentlichen Beitrag zur Simulation der atmosphärischen Extinktion.
- Allen Mitgliedern der HEGRA-Kollaboration für die geleistete Arbeit auf dem Roque de los Muchachos und die stets aufgeschlossene und freundliche Atmosphäre während meiner Schichten dort und auf verschiedenen CT- und HEGRA-Meetings.
- Herrn Prof. Dr. H. Rebel dafür, daß er sich als Zweitkorrektor zur Verfügung gestellt hat und für seine Geduld in der Endphase dieser Arbeit.
- Dr. H. Krawczynski für das Korrekturlesen von Auszügen des Manuskripts und interessante und offene Gespräche.
- Und nicht zuletzt bei Dir – Steffi – für Deine Geduld und die Hilfe, die Du mir während der Entstehung dieser Arbeit warst.

Lebenslauf

	Marc Hemberger
Staatsangehörigkeit	deutsch
Familienstand	ledig
14.03.1968	geboren in Düsseldorf
1974 - 1977	Theodor-Heuß-Grundschule (Oftersheim)
1977 - 1978	Friedrich-Grundschule (Plankstadt)
1978 - 1980	Karl-Friedrich-Schimper-Realschule (Schwetzingen)
1980 - 1987	Besuch des Hebel-Gymnasiums (Schwetzingen); Abschluß Abitur (allgemeine Hochschulreife)
01.07.87 - 30.09.88	Grundwehrdienst
01.10.88 - 31.03.91	Aufnahme des Studiums der Physik an der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH). Abschluß des Grundstudiums mit der Diplom-Vorprüfung
01.04.91 - 31.03.95	Fortsetzung des Physik-Studiums an der Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg. Diplomarbeit durchgeführt am Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg. Thema der von Prof. Dr. J. P. Wurm betreuten Diplomarbeit: *Lasertest und Monte-Carlo-Simulation der neuen Generation von Silizium-Driftkammern im CERES-Experiment*. Abschluß mit dem Diplom am 13.12.94.
seit Juni 1995	Doktorand am Max-Planck-Institut für Kernphysik. Thema der von Prof. Dr. H. J. Völk und Dr. F. A. Aharonian betreuten Doktorarbeit: *Untersuchung der primären geladenen kosmischen Strahlung oberhalb 1 TeV mit den Methoden der abbildenden atmosphärischen Čerenkov-Technik.*

Heidelberg, den 3. Juli 1998

Marc Hemberger