INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Naturwissenschaftlich-Mathematischen

Gesamtfakultät

der

Ruprecht-Karls-Universität

Heidelberg

vorgelegt von

Diplom-Physiker Matthias Ulrich

aus Karlsruhe

Tag der mündlichen Prüfung: 9. Juli 1996

Eine neue Bildanalysemethode für Abbildende Atmosphärische Cherenkov Teleskope und die zweidimensionale Richtungsrekonstruktion von TeV-Photonen des Krebs-Nebels

Gutachter: Prof. Dr. Werner Hofmann
Prof. Dr. Dirk Schwalm

# Inhaltsverzeichnis

# Einleitung

Astronomie ist "die Wissenschaft von der Materie im Weltall in allen ihren Erscheinungsformen" [Fischer 81]. Schon im sichtbaren Licht läßt der Blick durch ein Fernrohr in den nächtlichen Sternenhimmel erahnen, in welch vielfältiger Form uns Objekte des Weltalls erscheinen.

Die ältesten überlieferten astronomischen Beobachtungen gehen zurück bis ins 3. Jahrhundert v. Chr. Noch heute sind die registrierten Aufzeichnungen der Chinesen von unmittelbarem Wert. So wurde nach chinesichen Berichten im Jahre 1054 die Explosion eines Sterns, einer sogenannten Supernova, beobachtet. Der Überrest ist der uns bekannte Krebs-Nebel (Abb. 0.1).

Abbildung 0.1: *Aufnahme des Krebs-Nebels. Ausdehnung 7'×5'.*

Heutzutage hat sich das "sichtbare Fenster" ins Weltall weit geöffnet. Mit modernen Geräten ist es uns möglich elektromagnetische Strahlung, angefangen von den Radiowellen über das sichtbare Licht bis hin zur Röntgen- und Gammastrahlung nachzuweisen. Der direkte Nachweis von elektromagnetischen Wellen ist vom Erdboden aus nur im Sichtbaren und im Radiobereich möglich. Für den größten Teil der Strahlung ist die Atmosphäre undurchlässig. So war es erst in den sechsziger Jahren durch den Einsatz von Satelliten möglich, auch in den übrigen Wellenlängenbereichen des elektromagnetischen Spektrums Astronomie zu betreiben.

Die $\gamma$-Astronomie weist $\gamma$-Strahlung bei Energien oberhalb von $10^5 - 10^6$ eV nach. Der Nachweis wird allerdings mit zunehmender Energie immer schwieriger, da die Intensität der Strahlung bzw. der Fluß der $\gamma$-Quanten sehr schnell abnimmt. Bedingt durch die kleine Nachweisfläche der satellitengestützten Detektoren ist damit dem direkten Nachweis der Gammastrahlung eine technische Grenze in der Energie von ungefähr $\leq$ 100 GeV gesetzt. Jedoch ist es möglich hochenergetische $\gamma$-Quanten vom Boden aus indirekt über die von ihnen in der Atmosphäre ausgelösten Luftschauer nachzuweisen. Allerdings lösen auch die $\approx 10^4$ mal häufiger vorkommenden geladenen Teilchen der Kosmischen Strahlung Luftschauer aus und stellen damit einen hohen Untergrund dar, der möglichst effektiv unterdrückt werden muß.

Zu den leistungsfähigsten Instrumenten in der bodengestützten $\gamma$-Astronomie haben sich dabei in den letzten Jahren *Abbildende Atmosphärische Cherenkov-Teleskope* entwickelt. Diese sammeln mit einem großen Spiegel das bei der Entwicklung eines Luftschauers in der Atmosphäre entstehende Cherenkov-Licht und fokussieren es auf eine Kamera aus Photoelektronenvervielfachern (engl. Photomultiplier). Mittels einer Bildanalyse können die störenden Untergrundereignisse effektiv verworfen werden. Durch Abbildende Atmosphärische Cherenkov-Teleskope konnte erstmals die Emission sehr hochenergetischer (VHE) $\gamma$-Strahlung von astrophysikalischen Objekten bei Energien oberhalb von $10^{11}$ eV sicher nachgewiesen werden.

Zu den ersten Objekten dieser Art gehört der Krebs-Nebel, ein Supernova-Überrest in dessen Zentrum sich ein Pulsar befindet. Er wurde in den Jahren 1989-1991 mit einem Cherenkov-Teleskop der Whipple-Gruppe mit hoher statistischer Signifikanz zum ersten Mal als Quelle sehr hochenergetischer $\gamma$-Strahlung nachgewiesen [Vacanti et al. 91]. Weitere Experimente konnten diese Messungen in den vergangenen Jahren bestätigen (ASGAT [Goret et al. 93], CANGOROO [Tanimori et al. 94], Themistocle [Djannati-Atai et al. 95], Crimea [Kalekin et al. 95], HEGRA [Konopelko et al. 96]). Der $\gamma$-Fluß im TeV-Bereich zeigte darüberhinaus bei allen Messungen über den Zeitraum der letzten 7 Jahre einen konstanten Wert von $8 \times 10^{-12}\ \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}^2\text{sec}}$ [Konopelko et al. 96] oberhalb von 1 TeV. Der Krebs-Nebel ist die mit Abstand stärkste Quelle sehr hochenergetischer $\gamma$-Strahlung, die bis heute beobachtet wurde. Aufgrund dieser Tatsachen wird er auch häufig als "Standard-Kerze" für die Emission von TeV $\gamma$-Strahlung betrachtet. Damit ist der Krebs-Nebel im elektromagnetischen Spektrum über den gesamten Bereich angefangen von der Radiostrahlung bis hin zur $\gamma$-Strahlung mit Energien von einigen TeV sichtbar.

Daneben wurde auch TeV $\gamma$-Strahlung von den beiden aktiven Galaxien Markarian 421 [Punch et al. 92] und Markarian 501 [Quinn et al. 96] beobachtet. Die Kerne dieser aktiven Galaxien, sogenannte AGN's, zeichnen sich besonders durch ihre starke und zeitvariable Energieabstrahlung aus, die nicht-thermischer Natur ist. Die Kerne aktiver Galaxien gelten als die leuchtkräftigsten Objekte des Universums. Ihrer Entfernungen zu unserer Galaxie erreichen zum Teil kosmologische Werte, so daß die Absorption von TeV-$\gamma$-Strahlung durch den Infrarot-Hintergrund des Universums anfängt eine Rolle zu spielen. Man erwartet deshalb ein Abknicken (cutoff) des Energiespektrums im TeV-Bereich. Die Messung des Spektrums eines solchen entfernten Objektes, stellt damit eine wissenschaftliche Herausforderung auf dem Gebiet der $\gamma$-Astronomie dar.

Atmosphärische Cherenkov-Teleskope sind zur Zeit die einzigen Detektoren, mit denen $\gamma$-Strahlung im Energiebereich um 1 TeV nachgewiesen werden kann. Für eine komplette Himmelsdurchmusterung allerdings ist ein Cherenkov-Teleskop nicht geeignet, da zum einen das Gesichtsfeld auf wenige Grad ($< 5^0$) begrenzt ist und zum anderen nur bei klaren und mondlosen Nächten beobachtet werden kann. Ein Cherenkov-Teleskop wird deshalb auf solche Objekte gerichtet, die vermeindliche Quellen hochenergetischer $\gamma$-Strahlung darstellen. Dafür werden also fundierte astrophysikalische Modelle für eine Vorhersage benötigt. Während für den Emissionsmechanismus der TeV-$\gamma$-Strahlung vom Krebs-Nebel detaillierte Modelle existieren, die das beobachtete Energiespektrum genau beschreiben ([de Jager & Harding 92], [Aharonian 95]), weiß man über die Beschleunigungsmechanismen in aktiven Galaxien noch verhältnismäßig wenig. Anders ist es bei den sogenannten Supernovaüberresten, die als die Quellen der Kosmischen Strahlung gelten. Detaillierten Modellen zufolge sollten die Supernovaüberreste (SNR) im TeV-Bereich sichtbar sein und im Bereich der Sensitivität von modernen Cherenkov-Teleskopen liegen

[Drury et al. 94]. Allerdings konnte bisher keine $\gamma$-Emission von einem solchen Objekt nachgewiesen werden. Im Gegensatz zu den bereits beobachteten TeV-Punktquellen erwartet man, daß sich die TeV-$\gamma$-Emission dieser Objekte über ein Gebiet von der Größenordnung $1^0$ am Himmel erstreckt [Völk 93].

Für die Beobachtung von ausgedehnten Objekten werden deshalb Cherenkov-Teleskope benötigt, die ein möglichst großes Gesichtsfeld besitzen und eine gute Richtungsauflösung haben. Die HEGRA-Kollaboration [1] baut zur Zeit ein System aus 5 Cherenkov-Teleskopen auf der Kanarischen Insel La Palma auf, die diese Anforderungen erfüllen werden [Aharonian 93].

Im Rahmen dieser Arbeit wurde für die Auswertung der Daten des Teleskop-Systems ein Softwarepaket für die Bildanalyse, die stereoskopische Schauerrekonstruktion (Kapitel 3) und die grafische Darstellung der Ereignisse entwickelt. In Verbindung damit wurde ein geeignetes Datenformat festgelegt, das die Analyse der koinzident gemessenen Ereignisse ermöglicht.

In Kapitel 4 wird die Modellierung der Cherenkov-Lichtverteilung eines 1-TeV-$\gamma$-Schauers in der Fokalebene eines Cherenkov-Teleskopes beschrieben. Die modellierte Cherenkov-Lichtverteilung wird in einer Anpassungsprozedur verwendet. Dabei wird an alle gemessenen Schauerbilder eines Ereignisses in den einzelnen Teleskopen eines Systems das Modell angepaßt, so daß daraus Schauerparameter bestimmt werden können. Dies wird in Kapitel 5 an simulierten Daten durchgeführt. In Kapitel 6 wird das Modell an echte Daten angepaßt. Es wird gezeigt, daß damit bereits mit einem einzelnen Cherenkov-Teleskop die Richtung einzelner Ereignisse zweidimensional rekonstruiert werden können. Die rekonstruierte Richtung wird dann zur Signalanalyse verwendet, wodurch die Sensitivität des Teleskopes erhöht wird.

[1] HEGRA steht für "High Energy Gamma Ray Astronomy". Der HEGRA-Kollaboration gehören an: die Universitäten Hamburg, Kiel, Madrid (Spanien), Wuppertal und Yerevan (Armenien) und die Max–Planck–Institute für Physik in München und für Kernphysik in Heidelberg.

# Kapitel 1

# Hochenergie $\gamma$-Astronomie und Kosmische Strahlung

## 1.1 Kosmische Strahlung

Die *Kosmische Strahlung* ist energiereiche Teilchenstrahlung aus dem Weltall. Sie besteht ungefähr zu 98 % aus Atomkernen und zu 2 % aus Elektronen [Longair 92]. Die Zahl der Atomkerne wiederum setzt sich aus 87 % Protonen und 12 % Heliumkernen zusammen, die restlichen 1 % sind schwerere Kerne. Die $\gamma$-Strahlung macht im Vergleich dazu weniger als 0.1 % aus.

Der Fluß aller Teilchen der Kosmischen Strahlung als Funktion der Gesamtenergie des Teilchens ist in Abb. 1.1 für Energien oberhalb von $10^{11}$ eV dargestellt. Der Verlauf des Energiespektrums läßt sich durch ein Potenzgesetz beschreiben:

$$d\Phi/dE = \Phi_0 \; E^{-\alpha} \tag{1.1}$$

Dabei ist $\Phi$ der Teilchenfluß, $E$ die Energie und $\alpha$ der differentielle spektrale Index. Für Energien bis ca. $10^{15}$ eV verläuft das Spektrum mit einem spektralen Index von 2.67. Bei höheren Energien bis $10^{19}$ eV ist der Verlauf steiler und ist $\propto E^{-3.08}$. Bei den höchsten Energien scheint das Spektrum wieder flacher zu werden, jedoch kann das aufgrund der geringen Statistik dieser Ereignisse — der Teilchenfluß bei $10^{20}$ eV liegt bei 1 Teilchen km$^{-2}$ Jahrhundert$^{-1}$ sr$^{-1}$ — nicht bestätigt werden.

Auffallend im Spektrum ist das Abknicken im Energiebereich zwischen $10^{15} - 10^{16}$ eV, dem sogenannten Knie. Es wird vermutet, daß eine Änderung im Beschleunigungsmechanismus der geladenen Kosmischen Strahlung stattfindet. Theoretischen Modellen zufolge, können geladene Teilchen an der Schockfront, die zwischen der abgestoßenen Materiehülle eines Supernovaüberrestes und dem interstellaren Medium entsteht, in einem statistischen Prozeß (nach Art der Fermi-Beschleunigung) allmählich auf hohe Energien beschleunigt werden. Damit können aber nur Energien bis $10^{14} - 10^{15}$ eV erreicht werden. Für die Erzeugung höherer Teilchenenergien kennt man bisher keinen Beschleunigungsmechanismus.

Bis zu der Energie von $10^{15}$ eV gibt es zwischen den verschiedenen geladenen Kernen in der Kosmischen Strahlung keinen signifikanten Unterschied im spektralen Index, mit Ausnahme der Elektronen. Das Energiespektrum der Elektronen ist wesentlich steiler gegenüber dem Gesamtspektrum und hat einen spektralen Index von $-3.3$, was damit zusammenhängt, daß die Elektronen aufgrund ihrer geringen Masse sehr effektiv Energie durch Bremsstrahlung, Synchrotronstrahlung, sowie inverse Comptonstreuung verlieren können.

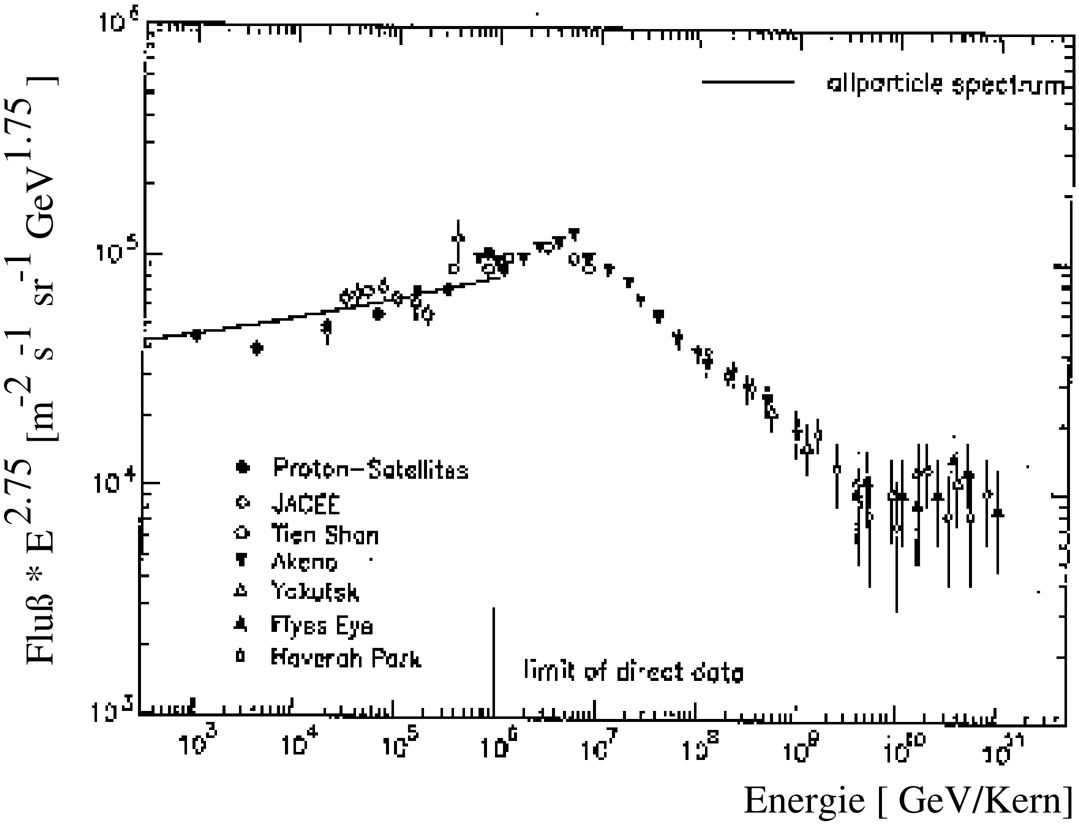


Abbildung 1.1: *Aufgetragen ist der differentielle Energiefluß aller Teilchen der Kosmischen Strahlung. Das Spektrum ist doppeltlogarithmisch aufgetragen und mit $E^{1.75}$ multipliziert [Wiebel, 94].*

Die Richtungen, aus der die Teilchen der Kosmischen Strahlung kommen, sind isotrop. Durch die Ablenkung in den interstellaren Magnetfeldern und die Diffusion aufgrund von Vielfachstreuung an Plasmawellen geht jede Richtungsinformation verloren. Erst bei Energien oberhalb von $10^{16}$ eV scheint die Strahlung anisotrop zu werden, jedoch können aus den Daten nur Grenzen dafür angegeben werden.

Der Ursprung der Kosmischen Strahlung ist bis heute nicht eindeutig geklärt. Für die Suche nach den Quellen der Kosmischen Strahlung kommen nur neutrale Komponenten, wie Neutronen, Neutrinos und $\gamma$-Quanten in Frage, da nur sie auf die Richtung ihres Ursprung zurückweisen. Neutronen scheiden aber aufgrund ihrer kurzen Lebensdauer von 889 sec aus, außer bei sehr hohen Energien ($E > 10^{18} eV$). Die Untersuchung der $\nu$-Komponente ist Grundlage der $\nu$-Astronomie. Der Nachweis der Neutrinos mit ihren kleinen Wirkungsquerschnitten ist schwer. Bisher konnten Neutrinos nur von der Sonne und der Supernova 1987A nachgewiesen werden und zwar im niederenergetischen Bereich bei 5-10 MeV. Bei höheren Neutrinoenergien wurde bisher keine Quelle entdeckt. Die leistungsfähigste Methode stellt derzeit die $\gamma$-Astronomie dar.

## 1.2 Erzeugung und Quellen hochenergetischer Gamma-Strahlung

Bei der Erzeugung von hochenergetischen geladenen Teilchen in einer Quelle können hochenergetische $\gamma$-Quanten als Sekundärprodukt bei verschiedenen Wechselwirkungen entstehen. Im wesentlichen spielen dabei folgende Prozesse ein Rolle:

- Bei hochenergetischen Elektronen:
  - Bremsstrahlung
  - Synchrotronstrahlung
  - inverse Comptonstreuung
- Bei hochenergetischen Protonen und Kernen:
  - $\pi^0$-Produktion bei Kern-Kern-Stößen ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma$)
  - $\pi^0$-Produktion bei Kern-Photon-Stößen ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma$)

Als Quellen der hochenergetischen $\gamma$-Strahlung kommen verschiedene bekannte astrophysikalische Objekte in Betracht, von denen im folgenden einige typische Beispiele genannt werden:

### Pulsare

Ein Pulsar ist ein sehr dichter ($\approx 10^{13}$ g/cm$^3$) und schnell rotierender Neutronenstern, der aus einem kleinen, festliegenden Bereich des Sterns Strahlung emittiert. Aufgrund der Rotation kommt es ähnlich wie bei einem Leuchtturm zur Aussendung eines periodischen Signals. Der Neutronenstern selbst ist der Zustand, den ein massereicher Stern nach einer Supernovaexplosion erreicht. Befindet sich der Pulsar inmitten eines sich ausdehnenden Nebels, der aus der abgestoßenen Materiehülle des Vorgängersterns entstanden ist, so kann der Nebel durch die Strahlung vom Pulsar zum Leuchten gebracht werden. Man spricht man dann von einem Plerion.

Bekanntestes Beispiel dafür ist der Krebs-Nebel M1 mit einer Ausdehnung von $5 \times 7$ Bogenminuten am Himmel. Im Zentrum des Nebels befindet sich ein Pulsar mit einer Rotationsdauer von 33 ms. Der Krebs-Nebel wurde im elektromagnetischen Spektrum vom Radio- bis in den TeV-Bereich beobachtet. Über die Entstehung von $\gamma$-Strahlung im Krebs-Nebel existieren detaillierte theoretische Modelle. Im einfachsten Modell wird davon ausgegangen, daß relativistische Elektronen in dem starken Magnetfeld ($10^{12}$ G) des Neutronensterns Synchrotronstrahlung emittieren. Dieselben Elektronen wiederum beschleunigen durch inverse Comptonstreuung die Synchrotronphotonen auf Energien von einigen TeV ("Synchrotron-Self-Compton-Modell" [de Jager & Harding 92]). Weitergehende Modelle zeigen, daß bei der Emission von $\gamma$-Strahlung im Energiebereich bis 100 GeV auch Bremsstrahlung der Elektronen in den dichten Filamenten des Nebels eine Rolle spielen könnten [Aharonian 95],[Atoyan 96].

Neben dem Krebs-Pulsar (Krebs-Nebel) wurden TeV $\gamma$'s von einem weiteren Pulsar ( PSR 1706-44 ) beobachtet [Kifune et al. 95], der vom Südhimmel aus beobachtet werden kann.

### Supernova Überreste

Als potentielle Quellen der Kosmischen Strahlung gelten die Überreste von Supernovae Explosionen (Supernova Remnants, SNR) in der Sedovphase [Kirk 94], also einige hunderte bis tausende von Jahren nach der Explosion. Bei der Ausbreitung ihrer Materiehülle in das interstellare Medium (ISM) oder den eigenen zuvor abgestrahlten Sternenwind entsteht eine Schockfront, an der geladenen Teilchen durch den Prozeß der diffusiven Schockbeschleunigung auf Energien bis zu $10^{15}$ eV beschleunigt werden können. Beim Zusammenstoß der hochenergetisch geladenen Teilchen, vor allem Protonen, mit Kernen des interstellaren Mediums entstehen $\pi^0$-Mesonen, die in zwei hochenergetische $\gamma$-Quanten zerfallen. Besonders vielversprechend für eine hohe $\gamma$-Emission sind SNR, die sich in benachbarte Molekülwolken hinein ausbreiten. Gegenüber dem ISM haben Molekülwolken eine höhere Dichte, wodurch eine erhöhte Pion-Produktion zu erwarten ist. Für die Beschleunigungsmechanismen und die $\gamma$-Erzeugung existieren detaillierte theoretische Modelle [Drury et al. 94],[Kirk et al. 94]. Durch den Nachweis hochenergetischer $\gamma$-Strahlung von SNR's und die Bestätigung dieser Modelle könnten SNR's als die Hauptquellen der Kosmischen Strahlung bis $10^{15}$ eV identifiziert werden, da nur SNR's aufgrund ihrer Häufigkeit die Energien erzeugen können, um die geschätzte Energiedichte der Kosmischen Strahlung von $\approx$1 eV/cm$^3$ zu erklären.

**Aktive Galaxienkerne**

Die Kerne aktiver Galaxien (Radiogalaxien, Quasare, Seyfert-Galaxien), sogenannte AGN's, sind die energiereichsten uns bekannten Objekte im Universum. Man vermutet, daß sich im Zentrum ein schwarzes Loch befindet, das die umliegende Materie akkretiert und dabei Energie von $10^{48}$ erg/s abstrahlt. In Richtung senkrecht zur Akkretionsscheibe entstehen zwei Jets, die im Radiobereich beobachtet werden können. Die Jets werden in Zusammenhang mit der Beschleunigung von Protonen gebracht, die über $\pi^0$-Produktion hochenergetische $\gamma$-Strahlung erzeugen. Protonen können dabei auf Energien bis zu $10^{20}$ eV beschleunigt werden. Aus diesem Grund sind sie möglicherweise die Quellen der Kosmischen Strahlung oberhalb des Knies. Die Beschleunigungsmechanismen sind jedoch noch nicht sehr gut verstanden.

Bisher wurde von den beiden AGN's Markarian 421 und 501 TeV-$\gamma$-Strahlung gemessen [Punch et al. 92], [Petry et al. 96], [Quinn et al. 96]. Der gemessene $\gamma$-Fluß zeichnet sich besonders durch kurzeitige Schwankungen aus, was bei dem Objekt Markarian 421 beobachtet wurde [Kerrick et al. 95]. Der Fluß im TeV-Bereich erhöhte sich für wenige Tage um ca. das Zehnfache gegenüber dem durchschnittlichen Wert.

Das Hauptinteresse der $\gamma$-Astronomie mit Cherenkov-Teleskopen gilt derzeit der Beobachtung von potentiellen Quellen, die einer der drei genannten Gruppen von astrophysikalischen Objekten angehören. Als weitere mögliche Quellen von $\gamma$-Strahlung werden auch Röntgendoppelsterne, Galaxienhaufen und interstellare Gaswolken betrachtet, was hier nicht näher diskutiert wird.

## 1.3 Absorption extragalaktischer Gamma-Strahlung

Hochenergetische $\gamma$-Strahlung erfährt auf ihrem Weg vom Entstehungsort bis zur Erde Absorptions- und Streuprozesse. Für die $\gamma$-Astronomie von Bedeutung sind Absorptionsverluste in Materie (z.B. interstellares Medium, Dunkelwolken) und die Wechselwirkung mit niederenergetischen Photonen. Letzteres hat vor allem große Bedeutung bei extragalaktischen Objekten. Die hochenergetischen $\gamma$-Qanten können mit niederenergetischen Photonen unter Bildung eines $e^+e^-$- oder sogar $\mu^+\mu^-$-Paares vernichtet werden.

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

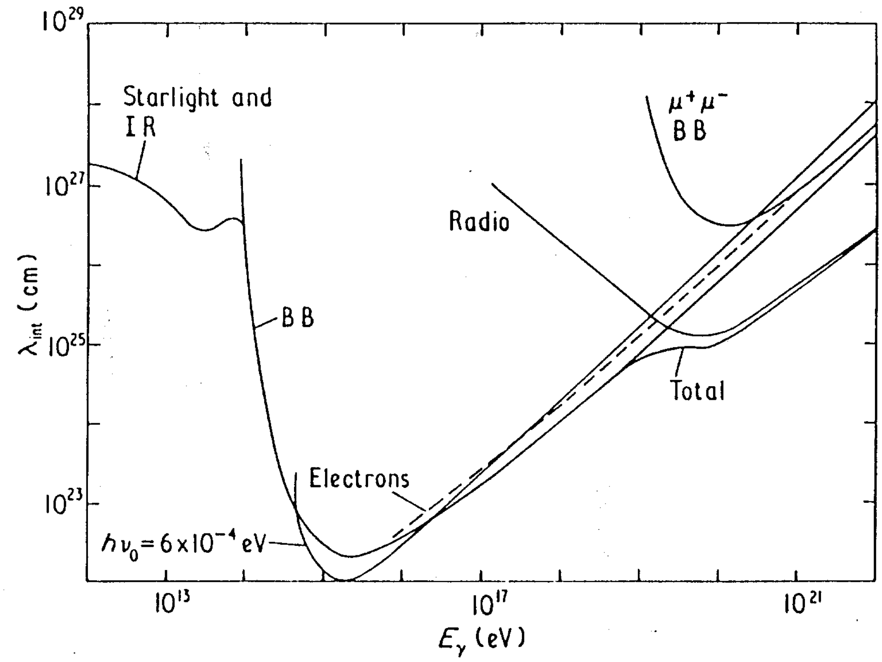


Abbildung 1.2: *Dargestellt ist die mittlere freie Weglänge für hochenergetische $\gamma$-Quanten verschiedener Energie. Bis zu $\gamma$-Energien von $10^{15}$ eV spielen niederenergetische Photonen des Mikrowellenhintergrundes (BB) und des Sternen- und Infrarotlichts (IR) für die Absorption eine Rolle [Wdowczyk et al 72].*

Niederenergetische Photonen kommen im Universum z.B. in Form von Röntgenstrahlung, Sternenlicht und der 2.7 K Mikrowellenhintergrundstrahlung vor. Die Schwelle für diesen Prozeß ist:

$$E_\gamma \geq \frac{0.26 \text{ TeV}}{E_{\text{Photon}}} \tag{1.2}$$

Nimmt man beispielsweise für die Energie des niederenergetischen Photons 0.5 eV an, so liegt die Schwelle für die $e^+e^-$-Erzeugung bei 1.3 TeV. D.h. für Energien im TeV-Bereich spielt die Absorption von $\gamma$-Strahlung sehr weit entfernter Objekte eine große Rolle. In Abb. 1.2 ist die mittlere Absorptionslänge für verschiedene Energien der $\gamma$-Qanten dargestellt. Die Stärke des Infrarot- und Sternenlichthintergrunds ist allerdings nur auf ca. 3 Größenordnungen bekannt, so das über die Messung eines Energiespektrums einer extragalaktschen Quelle, wie z.B. der aktiven Galaxie Markarian 421, auch ein oberer Grenzwert für die Stärke des Hintergrundes gegeben werden kann.

## 1.4 Nachweis der hochenergetischen Gamma-Strahlung

Die hochenergetische Gamma-Strahlung kann mit Satelliten oberhalb der Atmosphäre bis zu Energien von $\leq 100$ GeV direkt nachgewiesen werden. Die obere Grenze für die Energieschwelle bei Satelliten ist durch ihre kleine effektive Nachweisfläche von $\approx 1$ m$^2$ bedingt. Die Erhöhung der Energieschwelle um das Zehnfache würde bei einem Energiespektrum $\propto E^{-2.7}$ bedeuten, daß ein um einen Faktor 50 kleinerer Fluß nachgewiesen werden muß.

Der direkte Nachweis der $\gamma$-Quanten oberhalb der Atmosphäre mit modernen Detektortechniken aus der Hochenergiephysik (z.B. Funkenkammern, Kalorimeter) hat den großen Vorteil, daß die einzelnen $\gamma$'s leicht identifiziert werden können und der hadronische Untergrund dadurch sehr effektiv unterdrückt wird. Eines der erfolgreichsten Satellitenexperimente ist EGRET, das sich auf dem CGRO-Satellit befindet und im April 1991 ins Weltall geschossen wurde. Seitdem hat EGRET den Himmel nach $\gamma$-Quellen durchmustert und dabei zahlreiche gefunden, die teilweise mit bekannten Objekten identifiziert werden konnten. Unter den Objekten befinden sich 5 Pulsare und ca. 35 AGN's [Thompson et al. 95]. Letztere gehören zur Gruppe der Blasare, von denen man in einem einfachen Modell der AGN's annimmt, daß deren Jets einen kleinen Winkel zur Beobachtungsrichtung bilden.

Den Nachteil der kleinen effektiven Nachweisfläche von Satellitenexperimenten können bodengestützte Techniken durch den indirekten Nachweis ausgleichen. Für die hochenergetischen $\gamma$-Quanten ist die Atmosphäre nicht transparent. Sie lösen beim Zusammenstoß mit Atomkernen in der Atmosphäre eine Vielzahl von sekundären Teilchen, einen sogenannten Luftschauer aus. Ist die primäre Energie des $\gamma$-Quants groß genug, so können die Sekundärteilchen am Boden nachgewiesen werden. Bei niedrigeren Primärenergien kommen die Sekundärteilchen nicht mehr am Boden an. Jedoch kann der Schauer in einigen Kilometern Höhe durch das in der Atmosphäre erzeugte Cherenkov-Licht mit sogenannten Atmosphärischen Cherenkov-Teleskopen nachgewiesen werden. Die Energieschwellen dieser Teleskope erreichen derzeit Werte bis zu 300 GeV herunter und schließen damit fast die Lücke zu den Satellitenexperimenten.

Die Entstehung des atmosphärischen Cherenkov-Lichts und die Funktionsweise eines Cherenkov-Teleskops wird im nächsten Kapitel beschrieben.

# Kapitel 2

# Abbildende Atmosphärische Cherenkov-Teleskope

## 2.1 Luftschauer

Hochenergetische $\gamma$-Quanten oder hochenergetische Teilchen der Kosmischen Strahlung wechselwirken in großen Höhen mit Atomkernen der Atmosphäre. Dabei wird eine Kaskade von Sekundärteilchen ausgelöst. Ein sogenannter ausgedehnter Luftschauer (Extensive Air Shower) entsteht. Die fortschreitende Entwicklung eines Luftschauers, insbesondere die Anzahl $N_i(E, X)$ der Teilchensorte $i$ mit der Energie $E$ in der atmosphärischen Tiefe $X$ kann theoretisch durch gekoppelte Transportgleichungen beschrieben werden [Gaisser 90], [Hayakawa 69]:

$$\frac{dN_i(E,X)}{dX} = -\left(\frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{d_i}\right) N_i(E,X) + \sum_j \int \frac{F_{ji}(E_i,E_j)}{E_i} \frac{N_j(E_j)}{\lambda_j} dE_j \tag{2.1}$$

Dabei gibt $\lambda_i$ die mittlere freie Weglänge und $d_i$ die Zerfallslänge an. $F_{ji}(E_i, E_j)$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Teilchen der Sorte $j$ mit der Energie $E_j$ auf einen Kern in der Atmosphäre trifft und dabei ein Teilchen der Sorte $i$ mit der Energie $E_i$ produziert. In $F_{ji}$ geht die Art der Wechselwirkung und Wirkungsquerschnitte ein, die bei Energien oberhalb von einigen TeV aus Beschleunigerdaten nur extrapoliert werden können. In der Praxis werden die Gleichungen wegen ihrer Komplexität nicht gelöst, sondern man simuliert die Entwicklung von Luftschauern mit Monte-Carlo-Methoden. Abb. 2.1 zeigt den simulierten Verlauf der Schauerentwicklung $N_{e^-}(E > 5\ \text{MeV}, X)$ für Elektronen im Schauer mit mehr als 5 MeV Energie.

Abhängig von der Art des Primärteilchens unterscheidet man zwischen elektromagnetischen und hadronischen Luftschauern.

### 2.1.1 Elektromagnetische Luftschauer

Ein elektromagnetischer Schauer wird durch ein hochenergetisches $\gamma$-Quant oder Elektron (Positron) ausgelöst. Die wesentlichen physikalischen Prozesse, die zu elektromagnetischen Schauern führen, sind Paarbildung und Bremsstrahlung. Compton-Streuung spielt bei diesen Energien eine untergeordnete Rolle. Für die Emission von Bremsstrahlung beträgt eine Strahlungslänge in Luft $X_0 = 36.2\ \text{g/cm}^2$ [Leo 94]. Für Paarbildung beträgt die freie Weglänge etwa $9/7\ X_0$. Die Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers läßt sich bereits durch ein einfaches Modell beschreiben: Ein primäres $\gamma$-Quant mit der Energie $E_0$ erzeugt nach einer Strahlungslänge

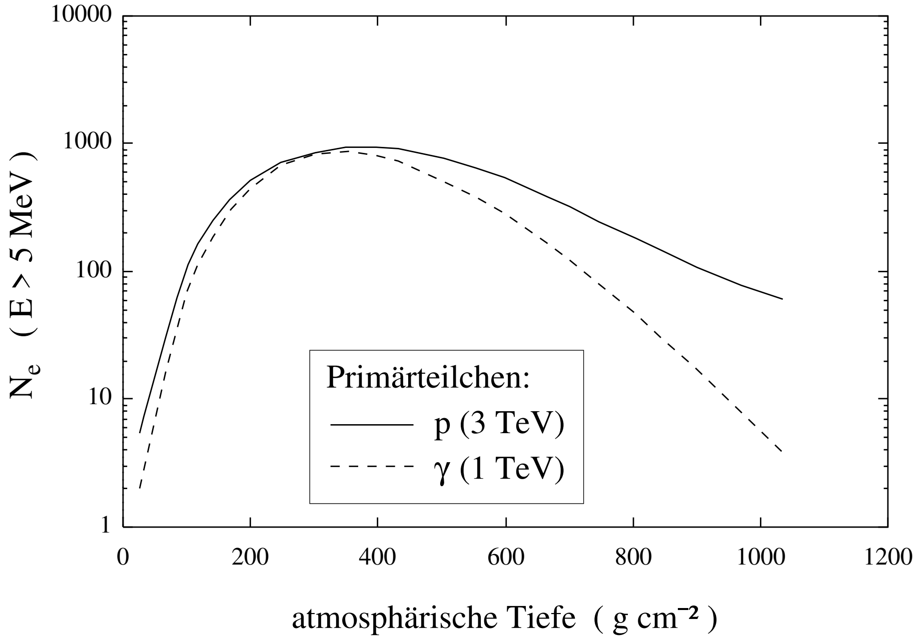


Abbildung 2.1: *Zahl der Elektronen $N_{e^-}(E > 5\ MeV, X)$ in einem 1 TeV $\gamma$-Schauer und einem 3 TeV Protonschauer als Funktion der atmosphärischen Tiefe X. Bild von [Bernlöhr 96].*

ein Elektron-Positron-Paar, auf die die Primärenergie im Mittel gleich verteilt wird. Nach einer weiteren Strahlungslänge emittieren beide jeweils ein Bremsstrahlungs-$\gamma$-Quant. Der Vorgang wiederholt sich, wobei die Zahl der Teilchen nach jeder Strahlungslänge verdoppelt und die Energie pro Teilchen halbiert wird. Erreicht die Energie pro Teilchen den kritischen Wert von $E_{krit} = 81$ MeV in Luft, so werden Energieverluste durch Ionisation dominant. Der Schauer hat dann die maximale Anzahl an Sekundärteilchen. Danach nimmt ihre Anzahl wieder ab, bis sie schließlich nach vielen Streuprozessen absorbiert oder zerfallen sind. Die atmosphärische Eindringtiefe des Maximums $X_{max}$ eines elektromagnetischen Schauers gemittelt über viele Schauer kann aus der Primärenergie bestimmt werden [Gaisser 90]:

$$X_{max} = X_0 \ln \frac{E_0}{E_{krit}} \tag{2.2}$$

### 2.1.2 Hadronische Luftschauer

Der Zusammenstoß eines stark wechselwirkenden Teilchens (Proton, Atomkern) der kosmischen Strahlung mit einem Nukleon der Atmosphäre erzeugt eine Vielzahl von sekundären Teilchen, die ihrerseits wieder mit der Atmosphäre wechselwirken und einen hadronischen Luftschauer auslösen. Dabei treten alle aus der Elementarteilchenphysik bekannten Prozesse auf.

Qualitativ kann beispielsweise ein Protonschauer folgendermaßen beschrieben werden: Nach einer Wechselwirkungslänge von 83 g/cm$^2$ stößt das Proton mit einem Nukleon der Atmosphäre zusammen. Dabei entstehen überwiegend Pionen und Kaonen. Das Proton selbst gibt dabei einen großen Teil seiner Energie ab und bleibt nahe der Schauerachse. Die produzierten Sekundärteilchen erhalten Transversalimpuls und werden von der Achse weggestreut. Während die neutralen Pionen instantan in zwei $\gamma$-Quanten zerfallen und einen elektromagnetischen Subschauer auslösen, können die geladenen Pionen und Kaonen aufgrund ihrer längeren Lebensdauer wieder mit Nukleonen der Atmosphäre wechselwirken oder aber sie zerfallen in Myonen:

$$\begin{array}{lclclcl} \pi^0 & \rightarrow & \gamma\,\gamma & & & & \\ \pi^+ & \rightarrow & \mu^+ + \nu_\mu, & \pi^- & \rightarrow & \mu^- + \overline{\nu}_\mu \\ K^+ & \rightarrow & \mu^+ + \nu_\mu, & K^- & \rightarrow & \mu^- + \overline{\nu}_\mu \end{array}$$

Die Wechselwirkungslängen einiger hadronischer Sekundärteilchen in Luft sind:

$$\begin{aligned} \lambda_p(1\ \mathrm{TeV}) &= 83\,\mathrm{g/cm^2} \\ \lambda_\pi(1\ \mathrm{TeV}) &= 107\,\mathrm{g/cm^2} \\ \lambda_K(0.1\ \mathrm{TeV}) &= 138\,\mathrm{g/cm^2} \end{aligned}$$

Sie sind deutlich größer als in einem elektromagnetischen Schauer. Ein Protonschauer dringt deshalb tiefer in die Atmosphäre ein (vgl. Abb. 2.1).

Charakteristisch für einen hadronischen Schauer ist also eine hadronische Komponente nahe der Schauerachse, die begleitet ist von elektromagnetischen Subkaskaden. Der ganze Schauer wird von einer großen Anzahl an Myonen begleitet. Für die Entstehung von atmosphärischem Cherenkov-Licht ist hauptsächlich der elektromagnetische Anteil verantwortlich. In einem Protonschauer geht in einem Energiebereich von 0.1-10 TeV etwa 30-50% der Primärenergie in den elektromagnetischen Anteil.

Abb. 2.2 stellt noch einmal exemplarisch den Unterschied zwischen einem elektromagnetischen und hadronischen Schauer dar.

## 2.2 Atmosphärisches Cherenkov-Licht

### 2.2.1 Cherenkov-Effekt

In einem dielektrischen Medium ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen kleiner als im Vakuum. Bewegt sich ein geladenes Teilchen durch ein solches Medium mit einer Geschwindigkeit, die größer ist als die Ausbreitungsgeschwindigkeit, so wird das Dielektrikum entlang der Bahn des Teilchens polarisiert. Die anschließende Depolarisation entlang der Spur ist mit der kohärenten Emission von elektromagnetischer Strahlung verbunden, die im Sichtbaren mit Cherenkov-Licht bezeichnet wird . Aufgrund der kohärenten Emission des Cherenkov-Lichts überlagern sich die Wellenzüge nach dem Huygenschen Prinzip und es entsteht eine schockartige Wellenfront (Abb. 2.3), vergleichbar mit dem Mach'schen Kegel bei einem Überschall-Flugzeug. Die kegelförmige Ausbreitungsrichtung des Cherenkov-Lichts schließt einen ganz bestimmten Winkel mit der Richtung des Teilchens ein. Der sogenannte Cherenkov-Winkel $\vartheta_C$ ist durch die Geschwindigkeit des Teilchens $v$ und den Brechungsindex $n$ des Mediums bestimmt.

$$\cos(\vartheta_C) = \frac{c}{v\,n} = \frac{1}{\beta\,n(\omega)} \tag{2.3}$$

Dabei ist $c$ die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit und $\beta = v/c$ die Teilchengeschwindigkeit in Einheiten von $c$. Die Bedingung $\beta > 1/n$ für die Emission von Cherenkov-Licht wird von einem Teilchen erfüllt, dessen gesamte Energie die Schwellenenergie von

$$E_{min} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - 1/n^2}} \tag{2.4}$$

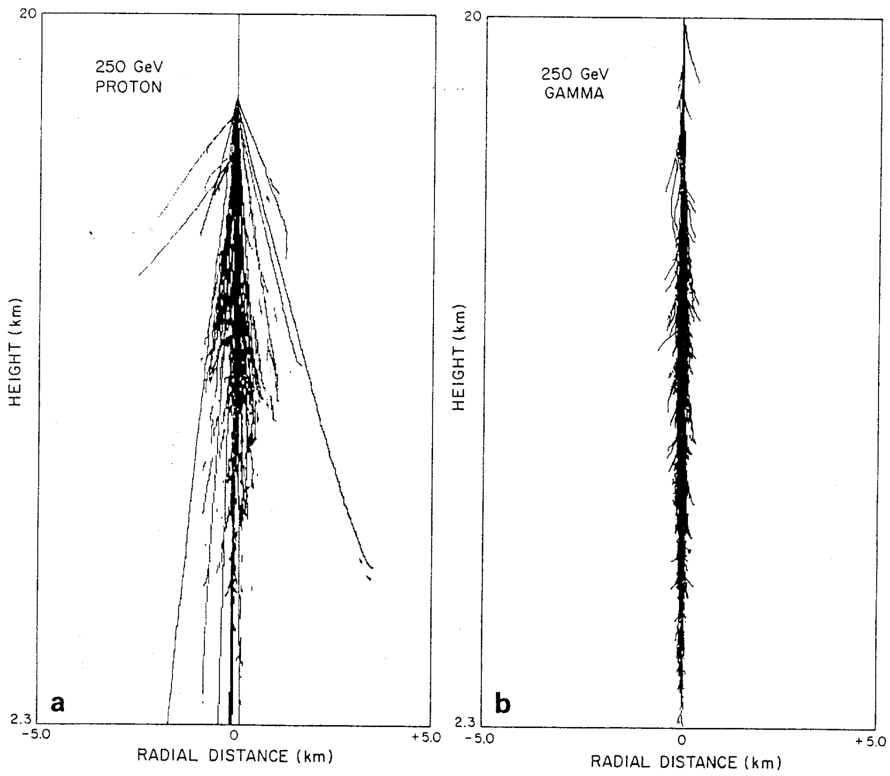


Abbildung 2.2: *Entwicklung eines 250 GeV Proton-Schauers (links) und eines 250 GeV $\gamma$-Schauers (rechts) in der Atmosphäre. [Weekes 92]*

überschreitet, wobei $m_0$ die Ruhemasse des Teilchens ist. Für Teilchen höchster Energien $\beta = 1$ ergibt sich damit ein maximaler Cherenkov-Winkel von $\vartheta_{C,max} = \arccos 1/n$.

Cherenkov-Strahlung wird bei allen Frequenzen $\omega$ emittiert für die der Brechungsindex $n(\omega) > 1$ ist. Der Energieverlust $dE$ eines Teilchens mit der Ladung $ze$ durch Cherenkov-Strahlung ist entlang einer Wegstrecke $dx$ [Leo 94]:

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 \frac{\alpha\hbar}{c} \int\limits_{\beta\, n(\omega)>1} d\omega\omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2\, n(\omega)^2}\right) \tag{2.5}$$

Dabei ist $\alpha$ die Feinstrukturkonstante und $\hbar$ die Planck-Konstante. Rechnet man dies um in die Anzahl an Photonen $N$, die im Wellenlängenbereich von $\lambda_1$ bis $\lambda_2$ abgestrahlt werden, so ergibt sich das für das Cherenkov-Licht charakteristische $1/\lambda^2$-Spektrum:

$$-\frac{dN}{dx} = 2\pi z^2 \alpha \sin^2 \vartheta_C \int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{d\lambda}{\lambda^2} \tag{2.6}$$

Cherenkov-Licht wird deshalb im sichtbaren Wellenlängenbereich überwiegend im Blauen emittiert.

Die Größenordnung des Effektes sei anhand eines Beispiels dargestellt. Der Brechungsindex in Luft unter Normalbedingungen beträgt $n = 1.00029$. Damit ergibt sich für ein relativistisches

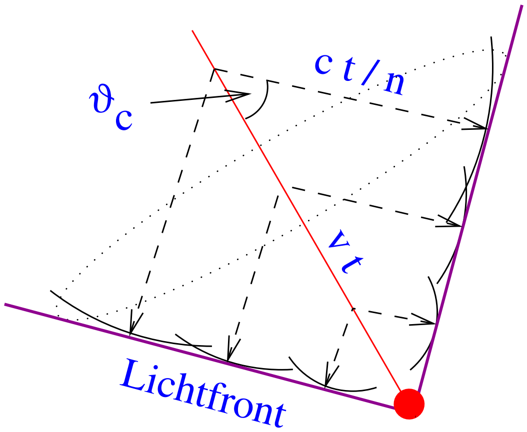


Abbildung 2.3: *Dargestellt ist die konstruktive Überlagerung einzelner Elementarwellen zu einer Lichtfront. Der Cherenkov-Winkel $\vartheta_C$ ist durch die Geschwindigkeit des geladenen Teilchens und die Lichtgeschwindigkeit im Medium $c/n$ bestimmt.*

Teilchen mit $\beta = 1$ und $z = 1$ für den Cherenkov-Winkel $\vartheta_C = 1.38^0$ und für die Zahl der emittierten Photonen pro Wegstrecke im Bereich 350-500 nm $dN/dx \approx 0.28$ Photonen/cm.

### 2.2.2 Atmosphärisches Cherenkov-Licht durch Luftschauer

Die geladenen Sekundärteilchen in einem Luftschauer, deren Energie die Schwellenenergie von $E_{min}$ (Gl. 2.4) überschreiten, erzeugen beim Durchqueren der Atmosphäre Cherenkov-Licht. Für die Emission von atmosphärischem Cherenkov-Licht sind überwiegend die Elektronen und Positronen verantwortlich. Die nächst schwereren Teilchen, wie Myonen oder Pionen, kommen in wesentlich geringerer Anzahl im Schauer vor und haben zudem eine 200-300 mal höhere Masse und damit eine höhere Schwellenenergie, weswegen ihr Beitrag unwesentlich ist.

Die Atmosphäre stellt ein optisch dichtes Medium dar, dessen Brechungsindex $n$ vom Meeresniveau an mit zunehmender Höhe $h$ exponentiell abnimmt. Der Brechungsindex ist proportional der Dichte $X$ der Atmosphäre, so daß für eine isotherme Atmosphäre angenommen werden kann:

$$X = X_{\mathrm{N.N.}} \exp\left(-h/h_0\right) \text{ ,wobei } X_{\mathrm{N.N.}} = 1030\,\mathrm{g/cm^2} \text{ ist} \tag{2.7}$$

$$n = 1 + \eta_0 \exp\left(-h/h_0\right) \text{ , mit } \eta_0{=}0.00029 \tag{2.8}$$

Der Wert $h_0$ hängt bei einer realen Atmosphäre von der Höhe ab und hat auf Meeresniveau den Wert $h_0 = 8.4$ km und für Höhen über 12 km $h_0 = 6.4$ km. Aufgrund der Änderung des Brechungsindexes ändert sich der Cherenkov-Winkel mit der Höhe der Emission (Abb. 2.4). Der maximale Cherenkov-Winkel beträgt auf Meereshöhe $1.38^0$. Das in einer Höhe $H$ emittierte Licht kommt auf einem Kreis mit Radius $R$ am Boden an. Dieser Radius ändert sich ebenfalls mit der Emissionshöhe und ist $R = H\,\vartheta_C$ (Abb. 2.4).

Würden sich alle Teilchen in einem Luftschauer parallel und nahe der Schauerachse bewegen, so käme außerhalb des maximalen Cherenkov-Radius kein Licht am Boden an. Aufgrund der Vielfachstreuung der geladenen Teilchen kommt aber auch Licht außerhalb des maximalen Cherenkov-Radius an. An der Lateralverteilung (Abb. 2.5) bei $\gamma$-Schauern ist zu erkennen, daß der maximale Cherenkov-Ring im Gegensatz zu hadronischen Schauern nicht völlig verschmiert

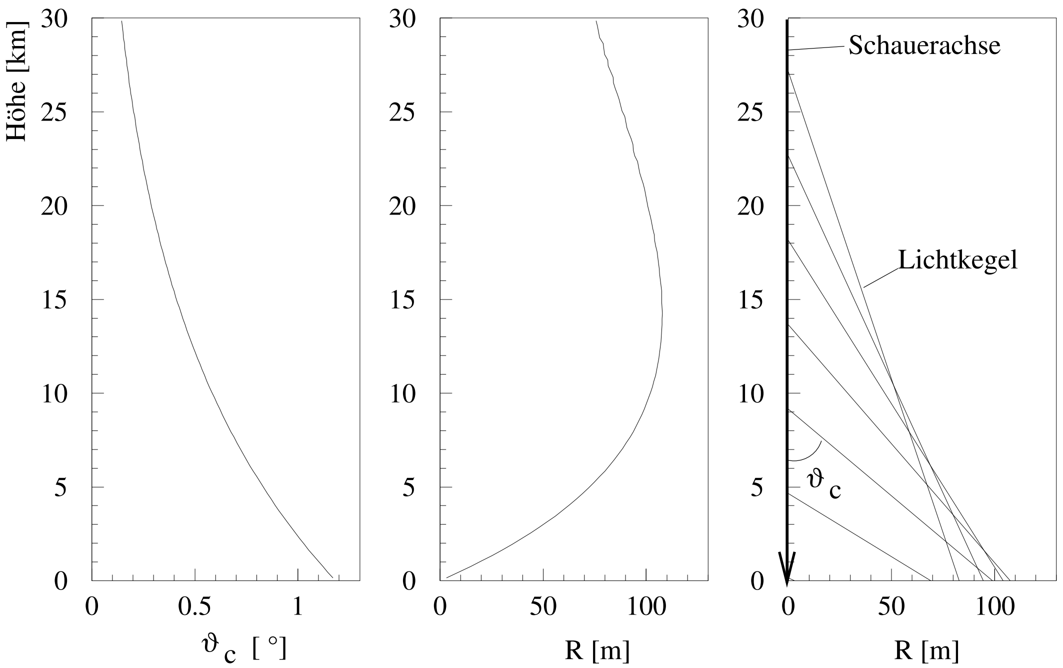


Abbildung 2.4: *Aufgetragen ist der Cherenkov-Winkel $\vartheta_C$ und der Cherenkov-Radius $R$ gegenüber der Höhe über 2200 m. Zur Verdeutlichung ist rechts die Geometrie des sich mit der Höhe verändernden Cherenkov-Lichtkegels dargestellt.*

wird. Das bedeutet, daß ein $\gamma$-Schauer gerade am Anfang der Entwicklung durch parallel fliegende Teilchen approximiert werden kann.

### 2.2.3 Abschwächung des Cherenkov-Lichts in der Atmosphäre

Die Entstehung des atmosphärischen Cherenkov-Lichts erstreckt sich über mehrere Kilometer innerhalb der Atmosphäre. Die Cherenkov-Photonen werden dabei auf ihrem Weg durch die Atmosphäre an Luftmolekülen und Aerosolen gestreut oder sogar absorbiert. Für die Abschwächung sind im wesentlichen drei Prozesse relevant:

**Rayleigh-Streuung** Die Streuung an punktförmigen polarisierbaren Teilchen wird durch die Rayleigh-Streuung beschrieben. Der Wirkungsquerschnitt ist $\propto 1/\lambda^4$, wobei $\lambda$ die Wellenlänge des Lichtes ist. Kurzwellige Cherenkov-Photonen werden deshalb an punktförmigen Teilchen wesentlich stärker gestreut als langwellige.

**Mie-Streuung** Eine nicht ganz so starke Abhängigkeit $\propto 1/\lambda^{1..1.5}$ zeigt die Streuung an größeren Teilchen, wie zum Beispiel an Aerosolen.

**Ozon-Absorption** Größte Bedeutung für die Absorption von Cherenkov-Licht hat bodennahes Ozon. Durch die Spaltungsreaktion $O_3 + Photon \rightarrow O_2 + O$ werden vor allem Cherenkov-

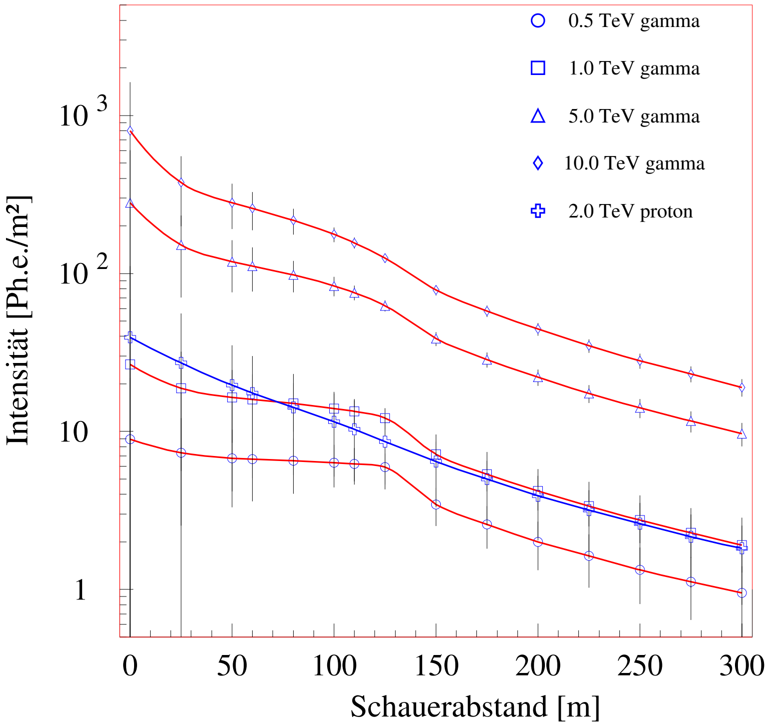


Abbildung 2.5: *Laterale Intensitätsverteilung des Cherenkov-Lichts gemittelt über viele Schauer bis 300 m Abstand vom Schauer für verschiedene Primärenergien von $\gamma$-Schauern. Die Intensität bei jedem Abstand ist integriert über den Raumwinkel von $2\pi$. Die senkrechten Balken geben die Schwankung an.*

Photonen im Wellenlängenbereich von 200-300 nm absorbiert.

Durch diese Abschwächungprozesse wird der charakteristische $1/\lambda^2$-Abfall des Cherenkov-Licht-spektrums vor allem im Kurzwelligen stark abgeschwächt. Durch die Ozon-Absorption wird das Spektrum zu Wellenlängen unterhalb 300 nm hin sogar abgeschnitten. Abb. 2.6 zeigt das simulierte Spektrum eines $\gamma$- bzw. Proton-Schauers auf der Höhe des HEGRA-Geländes, bei der die troposphärische Ozon-Verteilung über La Palma berücksichtigt wurde.

## 2.3 Abbildung durch Cherenkov-Teleskope

### 2.3.1 Prinzip eines Cherenkov-Teleskops

Die prinzipielle Funktionsweise eines Cherenkov-Teleskopes läßt sich folgendermaßen beschreiben (vgl. Abb. 2.7): Das Cherenkov-Licht eines Luftschauers wird durch einen sphärischen oder parabolischen Spiegel auf eine Kamera fokussiert, die sich in der Brennebene des Spiegels befin-

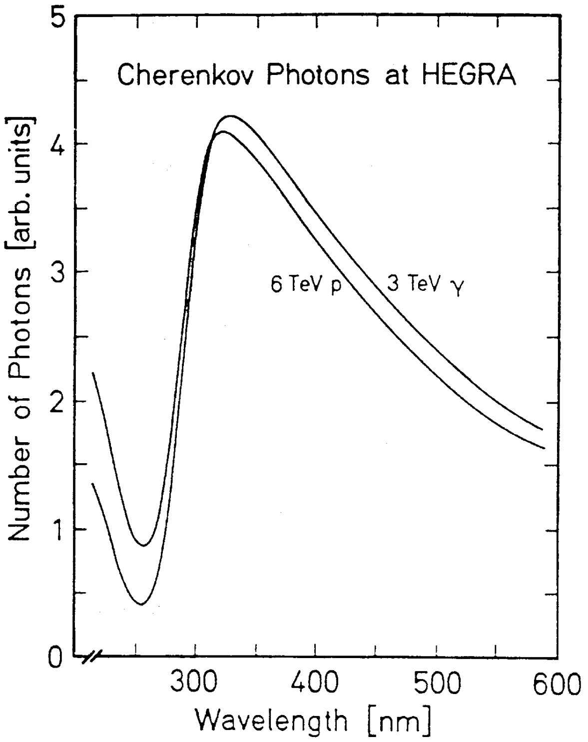


Abbildung 2.6: *Spektrum des Cherenkov-Lichtes eines vertikalen $\gamma$ und Proton-Schauers auf der Höhe des HEGRA-Geländes. [Mirzoyan 94]*

det. Licht, das unter gleichen Winkeln relativ zur optischen Achse auf den Spiegel trifft, wird auf denselben Punkt in der Brennebene abgebildet. Die Lichtintensität, die in einem Punkt in der Fokalebene gemessen wird, ist also die Intensität des Cherenkov-Lichts, das unter einem ganz bestimmten Winkel relativ zur Teleskopachse auf den Spiegel trifft. Ein Cherenkov-Teleskop mißt also die Winkelverteilung des Cherenkov-Lichtes eines Luftschauers in einem bestimmten Abstand. Es ist deshalb vorteilhaft Koordinaten $(\theta_x, \theta_y)$ in der Brennebene in Winkeleinheiten zu definieren. Ist $s_x, s_y$ eine Position in der Brennebene und $f$ die Brennweite, so gilt $\tan\theta_{x,y} \approx \theta_{x,y} = s_{x,y}/f$. Dabei wurde eine Kleinwinkelnäherung des Tangens gemacht, da alle relevanten Winkel kleiner als $5^0$ sind. Das Gesichtsfeld eines Cherenkov-Teleskopes wird damit durch die Fläche der in der Brennebene angebrachten Kamera und der Fokallänge bestimmt. Mit Granularität bezeichnet man das Gesichtsfeld eines Bildelementes der Kamera (engl. pixel).

### 2.3.2 Entstehung des Cherenkov-Lichtbildes in der Fokalebene

#### Orientierung und Lage des Bildes

Die Entstehung und Orientierung des Schauerbildes in der Fokalebene eines Cherenkov-Telekopes kann an einem vereinfachten Modell dargestellt werden, wenn man annimmt, daß das Cherenkov-Licht entlang der Schauerachse isotrop emittiert wird. Von jedem Punkt der Schauerachse trifft dann ein Lichtstrahl auf den Spiegel, der auf einem Punkt in der Fokalebene abbgebildet wird (vgl. Abb. 2.8). Das Abbild der Schauerachse in der Fokalebene ist eine Gerade, die immer zum

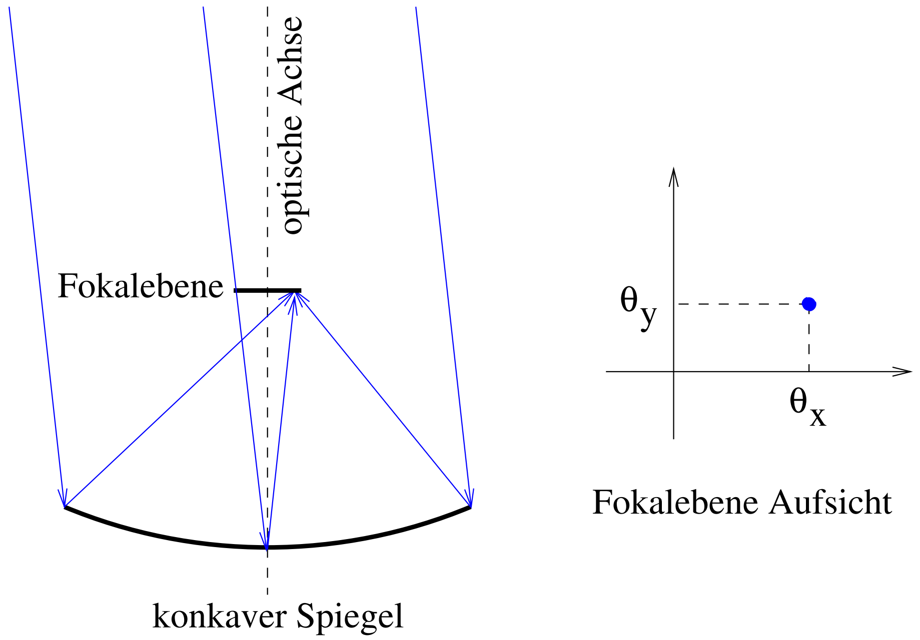


Abbildung 2.7: *Abbildungsprinzip eines Cherenkov-Teleskops. Parallele Lichtstrahlen werden von einem Hohlspiegel auf den selben Punkt in der Fokalebene abbgebildet (links). Der beleuchtete Punkt in der Fokalebene (rechts).*

Schauer hin orientiert ist. Licht aus unendlich großer Höhe von der Schauerachse würde auf einen Punkt $(\theta_x, \theta_y)$ in der Fokalebene abbgebildet werden. Da sich das Licht aus unendlicher Höhe parallel der Schauerachse ausbreiten würde, gibt dieser Punkt gerade die Neigung des Schauers bezüglich der Teleskopachse an.

Bei einem $\gamma$-induzierten vertikalen Schauer der Energie 1 TeV entsteht 50 % des Cherenkov-Lichts in einem zylindrischen Volumen um die Schauerachse zwischen 6.5-10 km Höhe über NN. und einem Durchmesser von 40 m (Abb. 2.9) [Hillas 96]. Durch den Bereich der Cherenkov-Lichtemission wird die Länge des Bildes durch die Winkeldifferenz $\phi_2 - \phi_1$ bestimmt. Zwischen dem Winkel $\phi$ und der Höhe $h$ gilt die Beziehung $\phi = R/h$. Das Bild hat annähernd eine elliptische Form, deren Charakterisierung durch Bildparameter im nächsten Abschnitt dargestellt wird. Aus Abb. 2.9 wird ersichtlich, daß die Winkeldifferenz $\phi_2 - \phi_1$ mit wachsendem Schauerabstand $R$ größer wird. D.h. das Bild wird länger und der Bildschwerpunkt wandert von der Teleskopachse gesehen weiter nach außen. In Abb. 2.8 b) heißt das, $D$ wird größer bei gleichem $(\theta_x, \theta_y)$. Für parallel zur Teleskopachse einfallende Schauer ($\theta_x = 0, \theta_y = 0$) ist damit die Lage des Bildschwerpunktes mit dem Schauerabstand korreliert ist. Dies ist für die $\gamma$-Schauer aus der Richtung einer Punktquelle der Fall.

Im allgemeinen fluktuieren aber individuelle Schauer längs ihrer Achse in der Tiefe. Vereinfacht gesagt heißt das, der Bereich maximaler Cherenkov-Lichtemission in Abb. 2.9 wandert nach unten, wenn der Schauer tiefer eindringt und nach oben, wenn er nicht so tief eindringt. Bei gleichem Schauerabstand kann sich deshalb der Bildschwerpunkt auch durch die Fluktuation des Schauers in der Tiefe verschieben. Rechnerisch kann das folgendermaßen ausgedrückt werden: Ist beispielsweise $\rho(\phi_{max})$ die Intensität des Cherenkov-Lichtes aus der Höhe des Schauermaximums $h_{max}$, das unter dem Winkel $\phi_{max} = R/h_{max}$ gemessen wird, so wird, wenn sich das

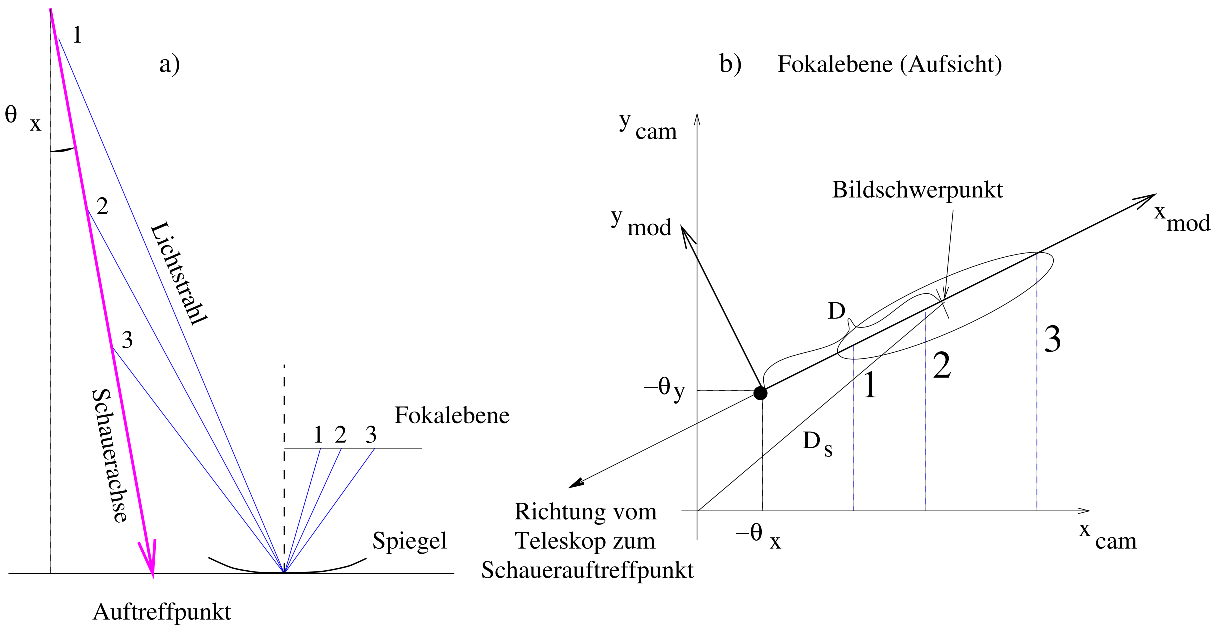


Abbildung 2.8: *Dargestellt ist die Abbildung der Schauerachse auf die Fokalebene eines Cherenkov-Teleskops und die Orientierung des entstehenden Bildes in der Fokalebene. Die Neigung der Schauerachse bedeutet eine Verschiebung des Bildes um* $(-\theta_x, -\theta_y)$ *in der Fokalebene.*

Schauermaximum um $\Delta h$ in der Tiefe verschiebt, dieselbe Intensität $\rho$ unter dem Winkel $\phi'_{max}$ gesehen:

$$\phi'_{max} \approx \phi_{max} + \frac{d\phi}{dh}\Delta h = \phi_{max} - \frac{R}{h^2_{max}}\Delta h = \phi_{max}(1 - \frac{\Delta h}{h_{max}}) \tag{2.9}$$

Oder unter Verwendung von Gl. 2.7 durch die atmosphärische Tiefe $X$ ausgedrückt:

$$\phi'_{max} = -\frac{R}{h_0 \ln X/X_{N.N.}} \approx \phi_{max} \underbrace{\left(1 - \left[\ln \frac{X_{max}}{X_{N.N.}}\right]^{-1} \frac{\Delta X}{X_{max}}\right)}_{q} \tag{2.10}$$

Dabei wurde eine Taylorentwicklung bis zur ersten Ordnung nach $h$ bzw. $X$ gemacht. Der Winkel unter dem dieselbe Intensität gesehen wird ändert sich also um einen Skalierungsfaktor $q$, der von der Eindringtiefe abhängt.

### Lichtverteilung des Cherenkov-Bildes

Aus den vorangegangenen Beschreibungen wird klar, daß aus der Lage und der Orientierung eines Bildes nicht auf die Schauerrichtung bzw. den Schauerabstand geschlossen werden kann. Die Lichtverteilung des Cherenkov-Bildes ist aber asymmetrisch entlang der langen Achse und hängt charakteristisch von Schauerparametern, insbesondere vom Schauerabstand ab. Ein Modell für die Intensitätsverteilung $\rho(x_{mod}, y_{mod})$ des Cherenkov-Lichtes in der Fokalebene kann nicht in geschlossener analytischer Form hergeleitet werden. In Kapitel 4 wird $\rho(x_{mod}, y_{mod})$ auf numerische Weise modelliert. In diesem Abschnitt soll jedoch genannt werden wie sich die winkelabhängige Intensitätsverteilung des Cherenkov-Lichtes prinzipiell zusammensetzt läßt.

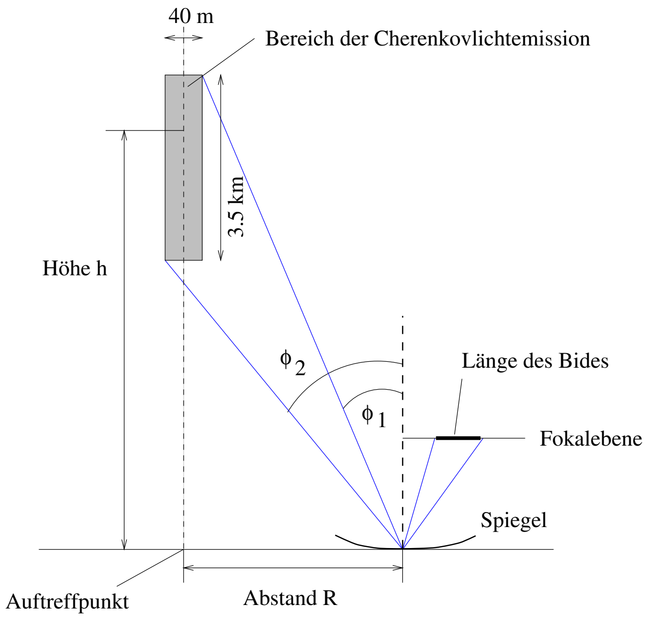


Abbildung 2.9: *Dargestellt ist die Entstehung der Bildform in der Fokalebene. Das Cherenkov-Licht wird in einem Volumen in der Höhe h emittiert und erzeugt in der Fokalebene ein Bild mit einer Länge, die durch $\phi_2 - \phi_1$ bestimmt wird.*

In Abb. 2.10 ist in einer Momentaufnahme der Schauerentwicklung ein Schauerelektron exemplarisch herausgegriffen. Dieses Elektron erzeugt in der Atmosphäre Cherenkov-Licht, das sich auf einem Kegel mit Öffnungswinkel $\vartheta_C$ relativ zur Bewegungsrichtung des Elektrons ausbreitet. Das Licht trifft am Boden annähernd auf einem Kreis verteilt auf. Ein Teil des Lichtkreises überstreicht den Teleskopspiegel, der das Licht sammelt und auf die Fokalebene abbildet. Aus der Superposition aller Cherenkov-Lichtkegel entsteht schließlich das Cherenkov-Lichtbild. Dabei gehen folgende Verteilungen der Elektronen in der Schauerentwicklung ein [1]:

- Die longitudinale Schauerentwicklung, also die Zahl der Schauerelektronen in Abhängigkeit von der atmosphärischen Tiefe $X$
- Die Energieverteilung der Elektronen in Abhängigkeit von der atmosphärischen Tiefe $X$
- Die Lateralverteilung der Elektronen (Zahl der Elektronen im Abstand $r$ zur Schauerachse)
- Die Streuwinkelverteilung der Elektronen

### 2.3.3 Bildparameter

Eine einfache, aber effektive Parametrisierung der Cherenkov-Bilder wurde von [Hillas 85] eingeführt. Durch Bestimmen der zweiten Momente der Intensitätsverteilung erhält man, analog dem Trägheitsmoment in der Mechanik, einen Tensor. Durch Diagonalisieren erhält man schließlich die Hauptachsen des Bildes und die mittlere quadratische Breite und Länge der Verteilung

[1] Parametrisierungen für die Verteilungen finden sich in [Hillas 82]

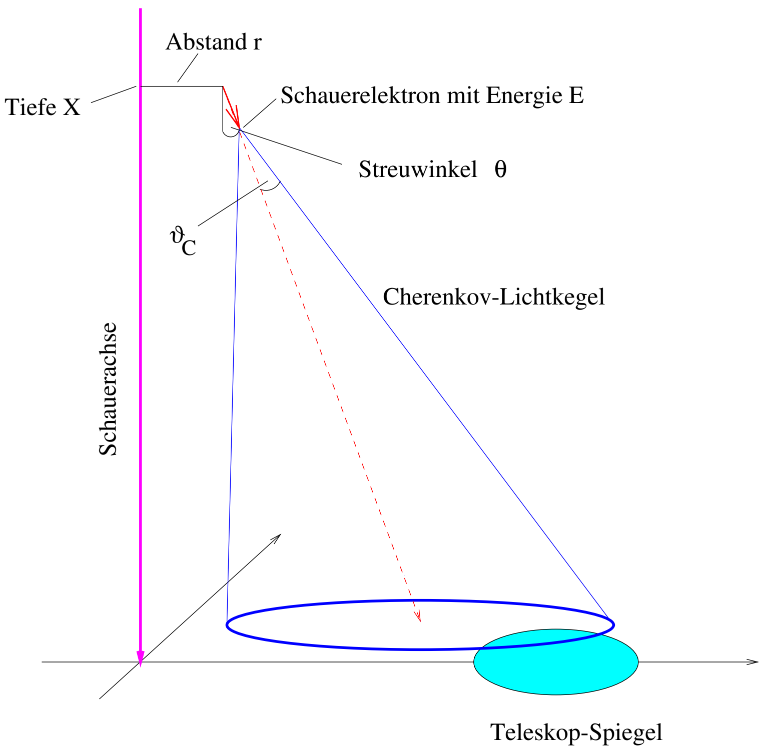


Abbildung 2.10: *Dargestellt ist ein von der Schauerachse weggestreutes Elektron, das einen Cherenkov-Lichtkegel erzeugt. Ein Segment des Lichtkreises am Boden überstreicht die Spiegelfläche. Das Cherenkov-Bild des Schauers entsteht durch die Überlagerung der Cherenkov-Lichtkegel aller Elektronen/Positronen im Schauer.*

entlang der beiden Achsen. Sie werden als die Bildparameter *width* und *length* bezeichnet (Abb. 2.11). Der Abstand des Bildschwerpunktes vom Zentrum der Kamera wird als *distance* bezeichnet. Die wichtigste Eigenschaft der $\gamma$-Schauerbilder ist ihre Orientierung. Diese wird durch die Parameter *alpha* und *miss* charakterisiert. Kommen die $\gamma$-Schauer alle parallel zur Teleskopachse, wie das bei der Beobachtung einer Punktquelle der Fall ist, so haben die $\gamma$-Schauerbilder kleine *alpha* Werte. Eine Kombination aus Breite und Orientierung ist der sogenannte *azwidth* Parameter, der die Breite des Bildes aus der Richtung des Zentrum gesehen angibt; entsprechend der Parameter *azlength*. Zur Charakterisierung der Kompaktheit der Bilder wird die *concentration* eingeführt. Sie ist definiert durch das Verhältnis der Lichtmenge in den beiden hellsten Pixeln zur Gesamtlichtmenge. Zur Bestimmung der zweiten Momente bzw. der Hillas-Bildparameter an einem Cherenkov-Bild werden nicht alle Pixel verwendet, sondern nur die, die über einer vorgegebenen Schwelle, dem sogenannten *tailcut* liegen. Er wird so gewählt, das nur die Pixelamplituden verwendet werden, die über dem Rauschen liegen. Ein typischer Werte für den tailcut beträgt 5 Photoelektronen (ph.e.).

Durch diese Art der Parametrisierung, bei der nur die zweiten Momente der Lichtverteilung benutzt werden, wird das Bild durch eine Ellipse approximiert wird. Die Information über die innere asymmetrische Struktur des Bildes wird dabei nicht verwendet. Eine neue Methode, die die gesamte Information der Lichtverteilung im Bild ausnützt wird in dieser Arbeit vorgestellt.

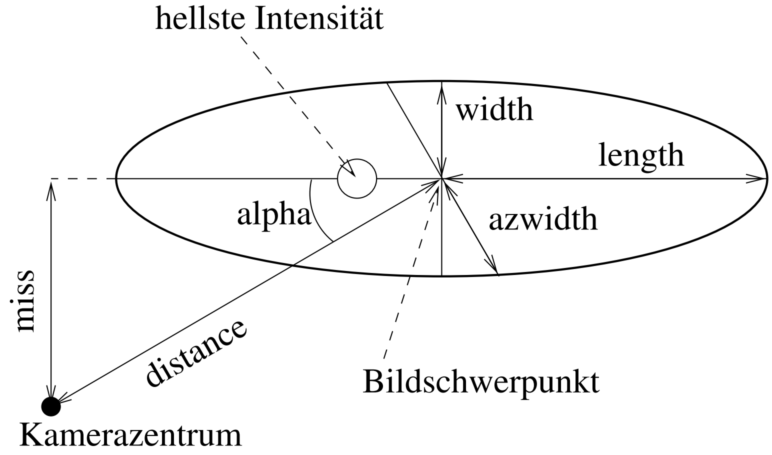


Abbildung 2.11: *Schematisch dargestellt durch eine Ellipse ist die Lichtverteilung in der Kamera. Eingezeichnet sind die Hillas-Bildparameter.*

### 2.3.4 Unterschiede zwischen $\gamma$- und Proton-Schauerbildern

Die Cherenkov-Bilder von $\gamma$- und Proton-Schauern unterscheiden sich in ihrer Form. Protonschauerbilder sind im Mittel breiter und nicht ganz so kompakt, wie die Bilder von $\gamma$-Schauern. Das liegt an dem größeren Transversalimpuls in hadronischen Schauern, der sich in den Bildparametern widerspiegelt. In Abb. 2.12 sind die Verteilungen von vier verschiedenen Bildparametern von Proton und $\gamma$-induzierten Schauern dargestellt. Dabei wurden für die Proton-Schauer isotrope Einfallsrichtungen innerhalb des Gesichtfeldes der Kamera simuliert. Die Richtungen der $\gamma$-Schauer wurden alle parallel zur Teleskopachse, also wie im Fall einer Punktquelle, simuliert. Für das Energiespektrum der Protonen und der $\gamma$'s wurde ein Potenzgesetz der Form $dN/dE \propto E^{-2.7}$ simuliert.

Durch geeignetes Schneiden in den Verteilungen der Hillas-Bildparameter, Anwendung von sogenannten *Cuts*, können die $\gamma$-Ereignisse gegenüber dem überwältigenden hadronischen Untergrund angereichert werden. Zusätzlich zur Unterdrückung der Untergrundereignisse durch Form-*Cuts* ist die Orientierung der Ellipse das effektivste Unterscheidungsmerkmal. Handelt es sich bei der $\gamma$-Quelle um eine Punktquelle und ist das Teleskop immer exakt auf diese ausgerichtet, so sind die $\gamma$-Schauer alle parallel zur Teleskopachse und die Ellipsen zeigen in Richtung Kameramitte. Abb. 2.13 zeigt die *alpha* Verteilung für eine $\gamma$-Punktquelle im Vergleich mit dem isotropen hadronischen Untergrund [2].

[2]Protonenereignisse machen etwa 73 % [Konopelko 96] der getriggerten Untergrundereignisse aus.

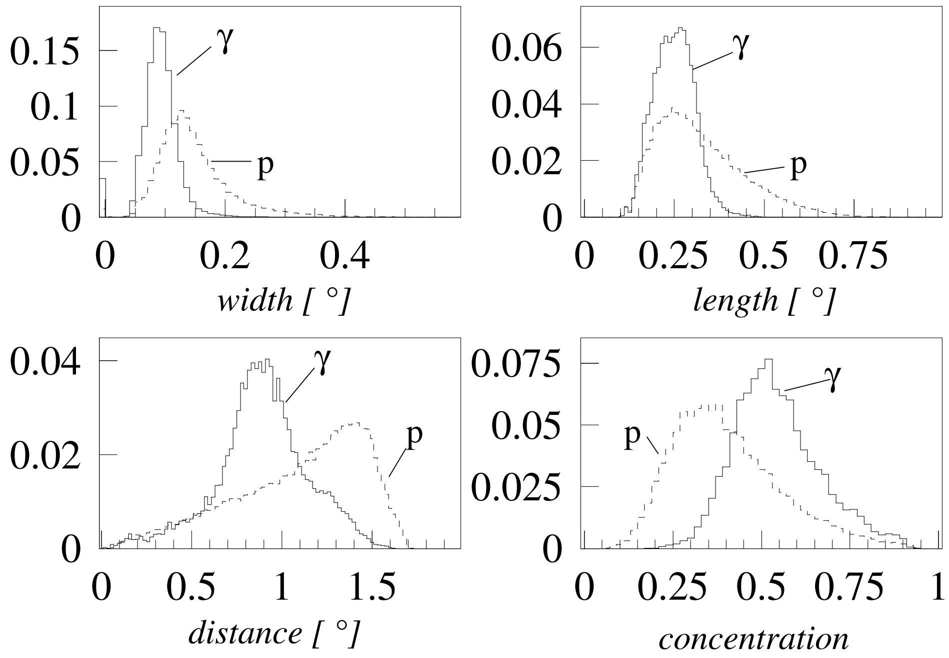


Abbildung 2.12: *Dargestellt sind für $\gamma$'s und Protonen p die Verteilungen der Bildparameter width, length, distance und concentration. Die Parameter wurden für eine 169 Pixelkamera mit $0.25^0$ Pixelgröße bestimmt. Die Energieverteilung der simulierten Ereignisse wurde nach einem Potenzgesetz mit einem spektralen Index von -2.7 gewürfelt. Die $\gamma$-Schauer sind alle parallel der Teleskopachse.*

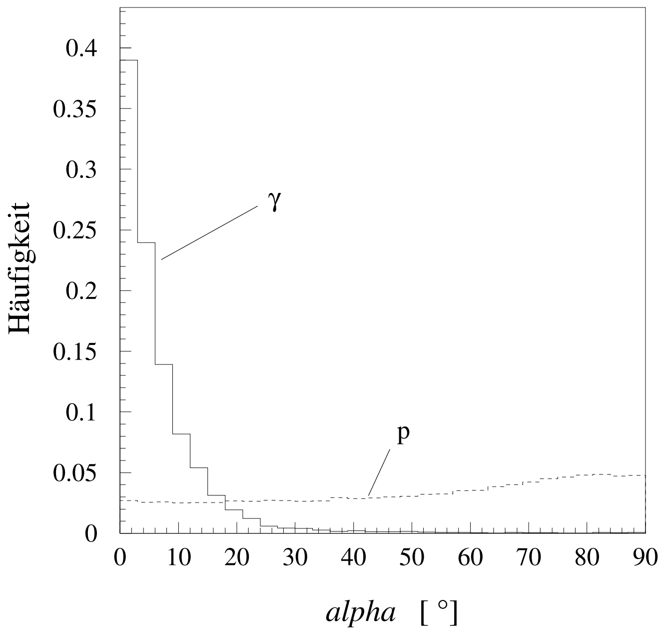


Abbildung 2.13: *Dargestellt sind für $\gamma$'s und Protonen p die Verteilungen des alpha Parameters.*

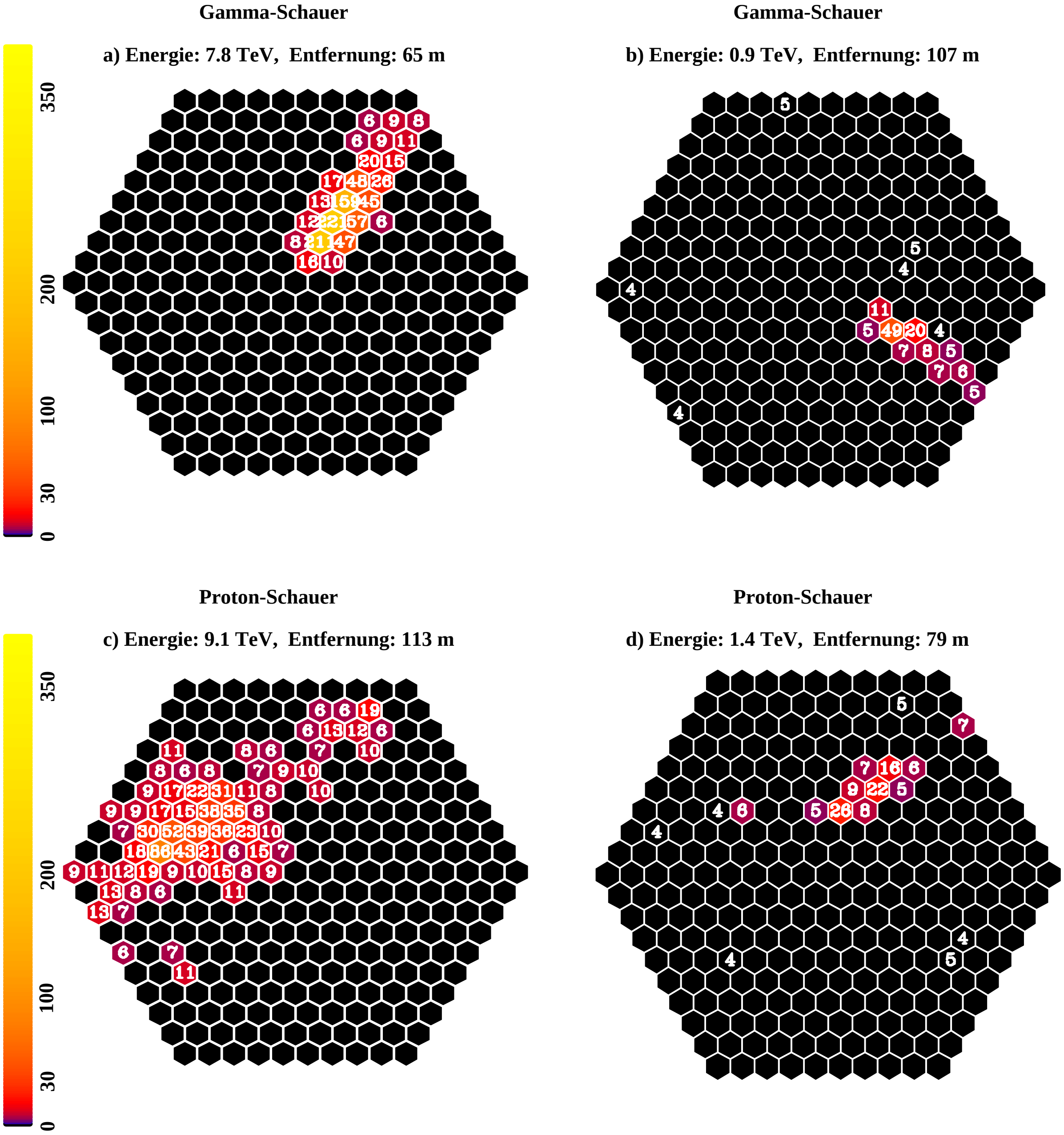


Abbildung 2.14: *Dargestellt sind Cherenkov-Bilder von zwei $\gamma$-Schauern a)+b) und von zwei Proton-Schauern c)+d) in einer 271-Pixel-Kamera.*

# Kapitel 3

# Das HEGRA Cherenkov-Teleskop-System

## 3.1 Aufbau des Systems

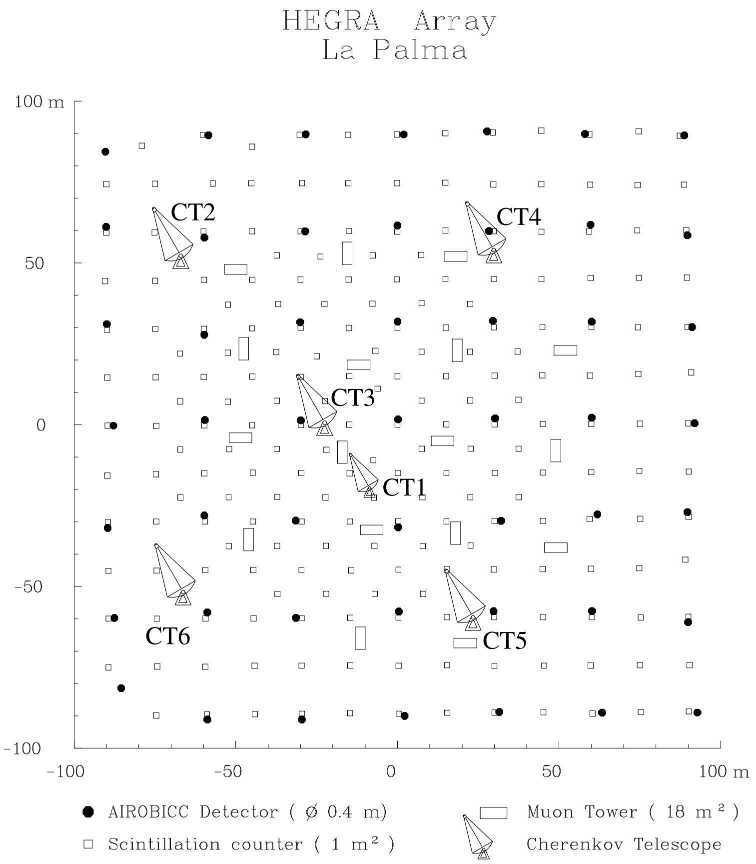


Abbildung 3.1: *Anordnung der 5 System-Teleskope CT2-6 und des Prototyp-Teleskopes CT1 innerhalb des HEGRA-Geländes auf La Palma. CT4-6 sind im Aufbau.*

Zur Zeit befindet sich auf der Kanarischen Insel La Palma ein System aus 5 atmosphärischen Cherenkov-Teleskopen der HEGRA-Kollaboration im Aufbau. Das System wird auf dem Gelände des Institutio Astrofisica de Canarias (IAC) am Roque de los Muchachos auf einer Höhe von 2200 m über NN ($28.76^0$ N, $17.88176^0$ W) errichtet, auf dem auch die weiteren HEGRA-Detektoren (Szintilatorarray, AIROBICC und Myontürme) untergebracht sind.

Die 5 Teleskope mit jeweils einer Spiegelfläche von 8.5 $m^2$ werden an den Ecken und dem Zentrum eines Viereckes angeordnet (Abb. 3.1). Der Abstand des zentralen Teleskopes zu einem anderen liegt zwischen $70 - 100$ m. Alle Teleskope sollen mit einer hochauflösenden Kamera betrieben werden. Im Zentrum der Anordnung befindet sich außerdem ein Prototyp-Teleskop (CT1), das seit September 1992 in Betrieb ist. Dieses Teleskop wird ausführlich in [Mirzoyan 94] beschrieben. Das erste der 5 System-Teleskope (CT2) ist seit Dezember 1993 in Betrieb und ist noch mit einer 61-Pixel-Kamera, die eine Granularität von $0.43^0$ hat, ausgestattet. Im Oktober 1995 nahm das zentrale Teleskop des Systems (CT3) zum ersten Mal Daten mit der neuen hochauflösenden 271-Pixel-Kamera [Hermann 96]. Das Teleskop wird im nächsten Abschnitt beschrieben. Die weiteren 3 Teleskope werden derzeit montiert und sollen Anfang 1997 in Betrieb gehen.

## 3.2 Das erste System-Teleskop mit hochauflösender Kamera

Abbildung 3.2: *Bild des ersten System-Teleskops mit hochauflösender Kamera.*

Das Teleskop (Abb. 3.2) besitzt einen segmentierten Spiegel mit einer Gesamtfläche von 8.5 $m^2$. Der Spiegel besteht aus 30 sphärisch gekrümmten Einzelspiegeln mit jeweils einem Durchmesser von 60 cm und einer Fokallänge von 492 cm. Die einzelnen Spiegel sind auf einem Träger in einer Anordnung nach [Davies & Cotton 57] befestigt. Der gesamte Spiegelträger befindet sich auf einer azimutalen Montierung, die über zwei Schrittmotoren gesteuert wird. Die Ausrichtung der beiden Achsen wird über 14-Bit graykodierte Drehgeber kontrolliert [Pühlhofer 96].

Das Herzstück des Teleskopes ist eine Kamera aus 271 Photomultiplierröhren (PMTs), die in hexagonal dichter Packung angeordnet sind. Der Abstand zweier PMTs beträgt 21 mm. Die Kamera wird durch 4 Masten in der Brennebene des Spiegel gehalten. Vor den PMTs befindet sich eine Matrix aus aluminisierten Lichttrichtern, die das Cherenkov-Licht durch Reflexion innerhalb eines halben Öffnungswinkels von $21^0$ auf den zentralen Bereich der Photokathode konzentrieren. Die äußere Öffnung ist hexagonal. Durch die dichte Anordnung der Lichttrichtermatrix wird die Kamera über die gesamte Fläche sensitiv. Ein Pixel der Kamera besteht aus einer Photomultiplierröhre, dem Lichttrichter und einem Vorverstärker. Die Ausleseelektronik ist auf VME-Basis aufgebaut und befindet sich in einer Hütte neben dem Teleskop. Das Signal jedes Pixels wird durch eine Diskriminator-Trigger-Logik geschleift und anschließend mit einem 100-MHz-Flash-ADC System digitalisiert. Überschreitet das Signal in zwei der Pixel eine vorgegebene Schwelle von betragsmäßig 18 mV, so wird das FADC-System über den VME-Bus von einer 68040-CPU ausgelesen. Die Daten werden über ein lokales Netz auf einen zentralen Rechner geschickt. Dieser liest bei jedem Ereignis eine Rubidium-Uhr und einen 5-MHz-Zähler aus, um dann die Daten zusammen mit der Ereigniszeit auf Platte zu schreiben. Im späteren Betrieb soll zusätzlich auf koinzidente Ereignisse in mehr als 2 Teleskopen getriggert werden. Die Koinzidenzeinheit wird ebenfalls vom zentralen Rechner kontrolliert. Die technischen Daten von CT3 sind in der Tabelle 3.3 noch einmal zusammengestellt.

| | |
|---|---|
| Montierung: | |
| Art | azimutal |
| Nachführung | Schrittmotorsteuerung |
| Kontrolle | 14-bit Drehgeber (gray-coded), Auflösung $0.022^0$ |
| Spiegel: | |
| Form | 30 sphärische Einzelspiegel in Davies-Cotton-Anordnung |
| Durchmesser | 60 cm |
| Fokallänge | $492 \pm 4$ cm |
| Reflektivität | $> 84$ % (300-600 nm) |
| Gesamtfläche | 8.5 $m^2$ |
| Kamera: | |
| Photomultiplierröhre (PMT) | Thorn-EMI 9083 KAFL, ø=19 mm,<br>Bialkali-Photokathode QE=26 % (350 nm) |
| Anzahl | 271 |
| Pixelmatrix | offene Lichttrichter, hexagonal dichte Packung |
| Pixelabstand | 21 mm ($0.244^0$) |
| Gesichtsfeld | $4.6^0$ |
| Auslese: | |
| Elektronik | 100-MHz-FADC-System und Diskriminator-Trigger-Logik<br>auf VME-Basis |
| CPU | Cetia 68040 unter LynxOS<br>Online-Datentransfer auf Pentium-90-CPU unter Linux 1.2.4 |

Abbildung 3.3: *Technische Daten von CT 3*

## 3.3 Die 3-dimensionale geometrische Rekonstruktion der Schauerachse mit dem HEGRA-Teleskop-System

In den folgenden Überlegungen wird davon ausgegangen, daß alle Teleskope in dieselbe Richtung schauen (parallele Teleskopachsen) und das Kamerazentrum auf der Teleskopachse liegt. Im allgemeinen Fall kann durch eine entsprechende Verschiebung der einzelnen Cherenkov-Bilder in der Kamera dieser Fall konstruiert werden.

### 3.3.1 Koordinatensysteme zur Rekonstruktion der Schauerachse

#### Position der Teleskope im Referenzsystem

Zur Festlegung der Position der Teleskope wird ein rechtshändiges Koordinatensystem definiert, dessen $x_{\mathrm{ref}}$-Achse nach Norden, $y_{\mathrm{ref}}$-Achse nach Westen und $z_{\mathrm{ref}}$-Achse zum Zenit zeigt. Dies entspricht also genau dem Horizontsystem des Beobachters. Die Position des zentralen Teleskopes (CT3) wird als Koordinatenursprung genommen. Als Bezugspunkt für die Position eines Teleskopes wird der Spiegelmittelpunkt gewählt. $\vec{T}_1, \vec{T}_2, ...$ sollen im folgenden die Positionen der einzelnen Teleskope bezeichnen.

#### Räumliche Orientierung der Teleskope

Durch die Angabe einer Himmelskoordinate, auf die das Teleskop zeigen soll, ist die räumliche Orientierung des Teleskopes festgelegt. Für ein azimutal montiertes Teleskop also durch die Höhe h und den Azimut A und für ein äquatorial montiertes durch die Deklination $\delta$ und den Stundenwinkel t. Definiert man entlang der optischen Achse in Blickrichtung des Teleskopes die z-Achse und legt die x-y-Ebene in die Spiegelebene, so wird die räumliche Lage der drei Achsen bezüglich dem Referenzsystem durch eine Rotationsmatix beschrieben.

$$R_{\mathrm{az,\ normal}} = \begin{pmatrix} \sin \mathrm{h} \cos \mathrm{A} & -\sin \mathrm{h} \sin \mathrm{A} & -\cos \mathrm{h} \\ \sin \mathrm{A} & \cos \mathrm{A} & 0 \\ \cos \mathrm{h} \cos \mathrm{A} & -\cos \mathrm{h} \sin \mathrm{A} & \sin \mathrm{h} \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

$$R_{\mathrm{az,\ reverse}} = \begin{pmatrix} -\sin \mathrm{h} \cos \mathrm{A} & \sin \mathrm{h} \sin \mathrm{A} & \cos \mathrm{h} \\ -\sin \mathrm{A} & -\cos \mathrm{A} & 0 \\ \cos \mathrm{h} \cos \mathrm{A} & -\cos \mathrm{h} \sin \mathrm{A} & \sin \mathrm{h} \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

$$R_{\mathrm{eq}} = \begin{pmatrix} \sin\delta \sin\varphi \cos \mathrm{t} + \cos\delta \cos\varphi & -\sin\delta \sin \mathrm{t} & \cos\delta \sin\varphi - \sin\delta \cos\varphi \cos \mathrm{t} \\ \sin\varphi \sin \mathrm{t} & \cos \mathrm{t} & -\cos\varphi \sin \mathrm{t} \\ \sin\delta \cos\varphi - \cos\delta \sin\varphi \cos \mathrm{t} & \cos\delta \sin \mathrm{t} & \sin\delta \sin\varphi + \cos\delta \cos\varphi \cos \mathrm{t} \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

Dabei ist $R_{\mathrm{az}}$ die Rotationsmatrix für ein azimutal und $R_{\mathrm{eq}}$ für ein äquatorial montiertes Teleskop. Bei der azimutalen Montierung wird zusätzlich noch zwischen "normal" und "reverse" Modus unterschieden. Ist ein azimutal montiertes Teleskop auf eine Himmelsposition A,h ausgerichtet, so kann dieselbe Position durch Drehen um $180^0$ um die Azimutachse und durch Drehen um $180^0$-2h um die Altitudeachse erreicht werden. Die Winkel sind wie folgt definiert:

| Winkel | Name | Bereich | |
|---|---|---|---|
| $\varphi$ | geogr. Breite | $[-90^0, 90^0]$ | |
| t | Stundenwinkel | $[0^0.360^0]$ | von Süden über Westen |
| $\delta$ | Deklination | $[-90^0, 90^0]$ | |
| h | Höhe (Altitude) | $[-90^0, 90^0]$ | |
| A | Azimut | $[0^0, 360^0]$ | von Norden über Osten |

Für den Fall, daß das äquatoriale Teleskop zum Zenit schaut, also $\delta = \varphi$ und t=$0^0$ ist, sind die drei Koordinatenachsen des Teleskopes jeweils parallel denen des Referenzsystems. Bei der Ausrichtung eines azimutalen Teleskopes zum Zenit ist die Orientierung nicht eindeutig. In der obigen Definition wird deshalb davon ausgegangen, daß für die Einstellung A=$0^0$ und h=$90^0$ im Normal-Modus die drei Koordinatenachsen jeweils parallel denen des Referenzsystems sind. Die Orientierung der Kamera bezüglich der drei Teleskopachsen wird in dieser Stellung festge-

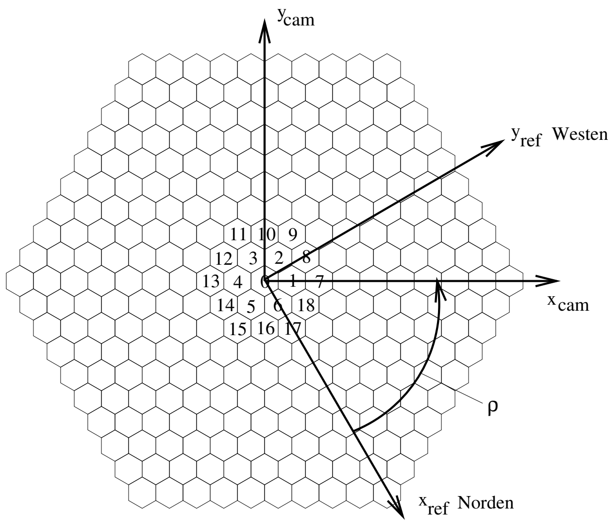


Abbildung 3.4: *Lage der Pixelmatrix bezüglich des Referenzsystems, wenn das Teleskop zum Zenit ausgerichtet ist. Blickrichtung ist von der Rückseite der Kamera auf den Spiegel.*

legt. Abb. 3.4 zeigt eine Aufsicht auf die Kamera, gesehen von der Rückseite der Kamera in Richtung Spiegel, wenn das Teleskop zum Zenit schaut. Das Kamerakoordinatensystem $\vec{x}_{\rm cam}$ ist in dieser Stellung um den Winkel $\rho$ gegen die $x_{\rm ref}$-Achse, die nach Norden zeigt, gedreht. Der Winkel $\rho$ muß experimentell bestimmt werden. Für CT3 ist $\rho = 0^0$. In diesem Kamerasystem, in dem jedem Pixel eine feste Position zugeordnet ist, findet die eigentliche Bildparameterberechnung statt. Damit kann für jedes Teleskop die räumliche Lage des Bildes, insbesondere die der Bildachse in der Fokalebene bestimmt werden. Die Transformation vom Referenzsystem in das Kamerasystem ist schließlich:

$$\vec{x}_{\rm cam} = \mathcal{R}_{\rm rot}\mathcal{R}_{\rm az\ (eq)}\,\vec{x}_{\rm ref} \ \text{mit}\ \mathcal{R}_{\rm rot} = \begin{pmatrix} \cos\rho & \sin\rho & 0 \\ -\sin\rho & \cos\rho & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

### 3.3.2 Rekonstruktion der Schauerrichtung

Die Bildachse der Lichtverteilung in der Kamera ist immer zum Schauer hin gerichtet (Abschnitt 2.3.2). Aus der Orientierung einer Bildachse allein kann aber die Richtung des Schauers nicht bestimmt werden. Wird jedoch der Schauer mit 2 Teleskopen gleichzeitig beobachtet, so ist die Neigung eindeutig durch den Schnittpunkt der beiden Bildachsen in der Kameraebene bestimmt (Abb. 3.5 b)). Bei mehr als zwei Teleskopen werden die Bildachsen paarweise miteinander geschnitten. Die Schnittpunkte aus den Geradenpaaren werden dann gemittelt, wobei jeder Schnittpunkt mit dem $\sin(|\vartheta|)$ des Schnittwinkels $\vartheta$ gewichtet wird.

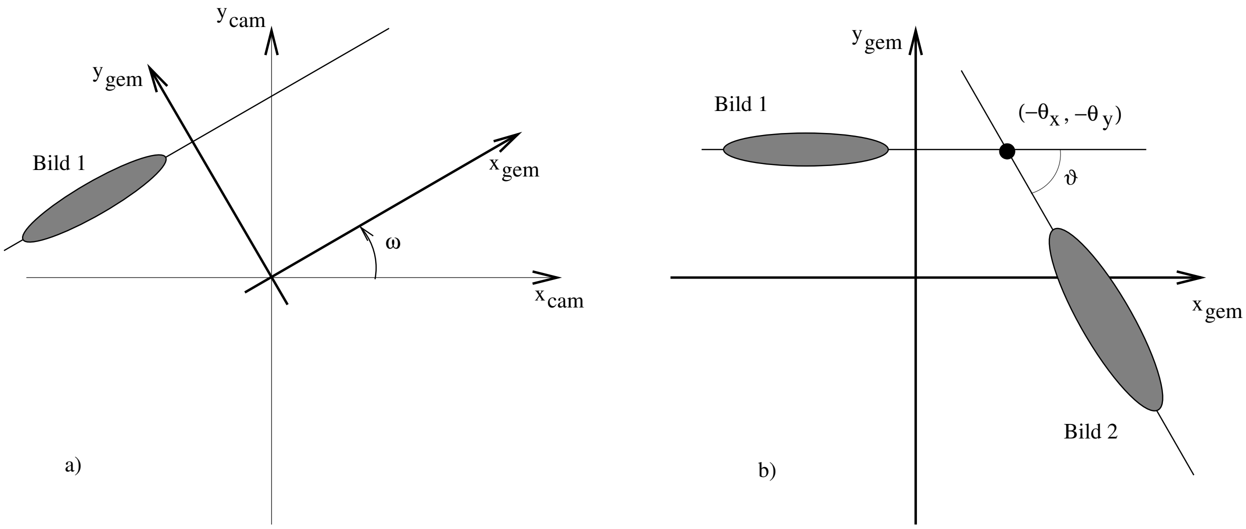


Abbildung 3.5: *Schematische Darstellung der Rekonstruktion der Schauerneigung* $(\theta_z, \theta_y)$ *aus dem Schnittpunkt zweier Bildachsen.*

Um die Rekonstruktion dieses Schnittpunktes durchführen zu können, müssen die Kamerabilder zuvor in ein gemeinsames Koordinatensystem transformiert werden, das um den Winkel $\omega$ rotiert ist (Abb. 3.5 a)). Die Definition des Winkels wird aus Abb. 3.6 ersichtlich. Für den

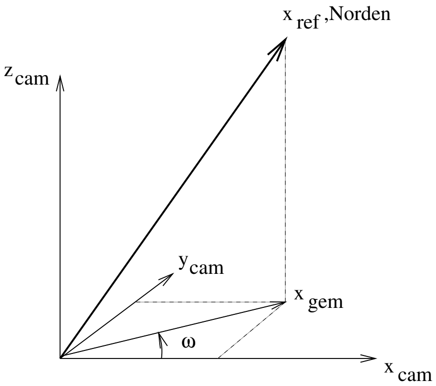


Abbildung 3.6: *Definition des Rotationswinkels* $\omega$ *zur Transformation in ein gemeinsames Koordinatensystem.*

Winkel $\omega$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} \omega &= \arctan(\sin \mathrm{A}/(\sin \mathrm{h} \cos \mathrm{A})) - \rho && \text{, normal} \\ \omega &= \arctan(-\sin \mathrm{A}/(-\sin \mathrm{h} \cos \mathrm{A})) - \rho && \text{, reverse} \\ \omega &= \arctan(\sin \varphi \sin \mathrm{t}/(\sin \delta \sin \varphi \cos \mathrm{t} + \cos \delta \cos \varphi)) - \rho && \text{, äquatorial} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Schließlich erhält man mit $\theta_x, \theta_y$ die Neigung des Schauers relativ zur Teleskopachse. Durch die Rücktransformation des Richtungsvektors ins Referenzsystem erhält man schließlich die Schauerrichtung $(h_s, A_s)$ im System des Beobachters:

$$\begin{pmatrix} \cos h_s \cos A_s \\ -\cos h_s \sin A_s \\ \sin h_s \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\theta_x^2+\theta_y^2}} \mathcal{R}^{-1} \begin{pmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

### 3.3.3 Rekonstruktion des Schauerauftreffpunktes

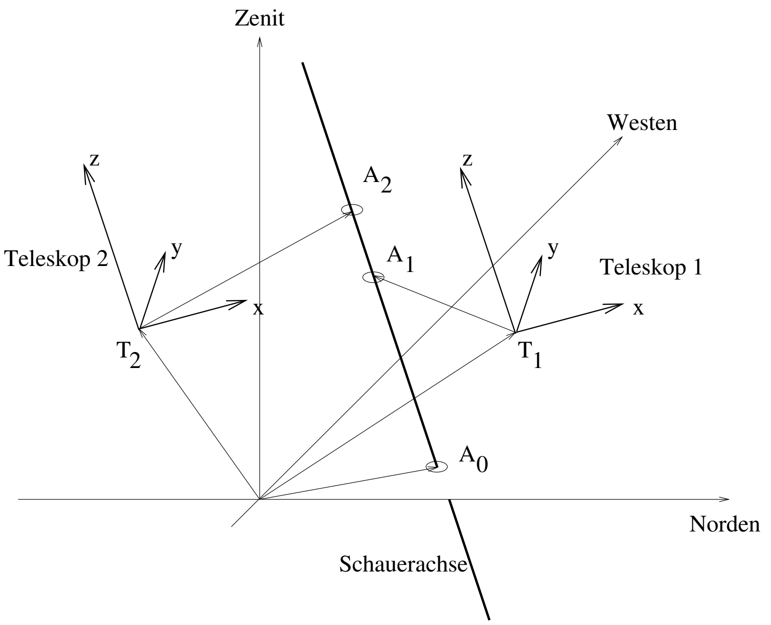


Abbildung 3.7: *Darstellung der Vektorgeometrie zur räumlichen Rekonstruktion der Schauerachse. Beschreibung, siehe Text.*

Der Schauerauftreffpunkt ist im einfachsten Fall, wenn alle Teleskope zum Zenit schauen und sich auf einer Höhe befinden, durch den Schnittpunkt der Bildachsen bestimmt, die vom jeweiligen Ort des Teleskopes ausgehen. Im allgemeinen besteht aber zwischen den Teleskopen eine Höhendifferenz, weshalb die Rekonstruktion des Schauerauftreffpunktes etwas komplizierter wird.

Aus der Kenntnis des zuvor bestimmten Richtungsvektors der Schauerachse $\vec{s} = (\cos h_s \cos A_s, -\cos h_s \sin A_s, \sin h_s)$ kann durch die räumliche Lage zweier Bilder die Position der Schauerachse eindeutig bestimmt werden. Ist $\vec{A}_0 = (x_c, y_c, 0)$ der gesuchte Schauerauftreffpunkt am Boden (vgl. Abb. 3.7), so schneidet die Schauerachse die Spiegelebene von

Teleskop 1 im Punkt $\vec{A}_1$. Dieser hat den Abstand $r_1$ zum Spiegelmittelpunkt. Die Orientierung der Ellipsenhauptachse in der Kamera von Teleskop 1 wird durch den Richtungsvektor $\vec{b}_1^{\mathrm{cam}} = (\cos\beta, \sin\beta, 0)$ dargestellt. $\beta$ ist der Winkel zwischen der Ellipsenhauptachse und der $x_{\mathrm{cam}}$-Achse des Kamerasystems. Die Darstellung im Referenzsystem ist $\vec{b}_1 = \mathcal{R}^{-1}\vec{b}_1^{\mathrm{cam}}$. Entsprechende Definitionen gelten für das zweite Teleskop. Da beide Bildachsen jeweils die Schauerachse schneiden, kann aus der Geometrie ein System von sechs Gleichungen aufgestellt werden, das die sechs Unbekannten $x_c, y_c, r_1, r_2, w_1, w_2$ enthält.

$$\begin{aligned} \vec{T}_1 + r_1\vec{b}_1 &= \vec{A}_0 + w_1\vec{s} \\ \vec{T}_2 + r_2\vec{b}_2 &= \vec{A}_0 + w_2\vec{s} \end{aligned} \tag{3.7}$$

Dabei ist $w_{1,2}$ der Abstand von $\vec{A}_{1,2}$ zum Auftreffpunkt. Die Schauerabstände in den beiden Spiegelebenen ergeben sich aus:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} &= \mathcal{C}^{-1} \begin{pmatrix} (\vec{T}_1)_z - (\vec{T}_2)_z(\vec{s})_x - (\vec{T}_1)_x - (\vec{T}_2)_x \\ \\ (\vec{T}_1)_z - (\vec{T}_2)_z(\vec{s})_y - (\vec{T}_1)_y - (\vec{T}_2)_y \end{pmatrix} \\ \text{, wobei } \mathcal{C} &= \begin{pmatrix} \left[(\vec{b}_1)_x - (\vec{b}_1)_z(\vec{s})_x\right] & -\left[(\vec{b}_2)_x - (\vec{b}_2)_z(\vec{s})_x\right] \\ \\ \left[(\vec{b}_1)_y - (\vec{b}_1)_z(\vec{s})_y\right] & -\left[(\vec{b}_2)_y - (\vec{b}_2)_y(\vec{s})_y\right] \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{3.8}$$

Damit folgt schließlich für die Position des Schauerauftreffpunktes am Boden:

$$\begin{aligned} x_c &= \left[(\vec{T}_1)_x - (\vec{T}_1)_z\,(\vec{s})_x\right] + r_1\,\left[(\vec{b}_1)_x - (\vec{b}_1)_z\,(\vec{s})_x\right] \\ \\ y_c &= \left[(\vec{T}_1)_y - (\vec{T}_1)_z\,(\vec{s})_y\right] + r_1\,\left[(\vec{b}_1)_y - (\vec{b}_1)_z\,(\vec{s})_y\right] \end{aligned} \tag{3.9}$$

Für den Fall, daß mehr als zwei Teleskope beteiligt sind, wird der Schauerauftreffpunkt wieder paarweise bestimmt und anschließend das gewichtete Mittel gebildet. Dabei werden wieder dieselben Gewichte genommen, wie bei der Bestimmung der Schauerrichtung mit dem gleichen Geradenpaar.

Aus einen Datensatz von koinzidenten Ereignissen, die mit den Teleskopen CT1-3 genommen wurden, ist die beschriebene Rekonstruktion der Richtung und des Auftreffpunktes eines Schauerereignisses in Abb. 3.8 dargestellt.

## 3.4 Alternative Methoden

Über die geometrische Lage und Orientierung der Schauerbilder in mehreren Teleskopen kann auf recht einfache Weise die räumliche Lage der Schauerachse rekonstruiert werden. In dieser Arbeit wird eine alternative Methode vorgestellt, die auch von der Intensitätsverteilung des Cherenkov-Bildes Gebrauch macht. Die Auswertung der vollen Bildinformation durch diese Methode verbessert die Rekonstruktion von Richtung und Auftreffpunkt des Schauers. Die Rekonstruktion kann außerdem schon mit einem Cherenkov-Teleskop gemacht werden.

Diese Art der Rekonstruktion setzt allerdings voraus, daß durch die Digitalisierung des Cherenkov-Bildes mit der Kamera die Struktur der Lichtverteilung hinreichend gut aufgelöst werden kann. Das setzt eine hochauflösende Kamera mit einem großen Gesichtsfeld und einer Granularität $< 0.25^0$ voraus.

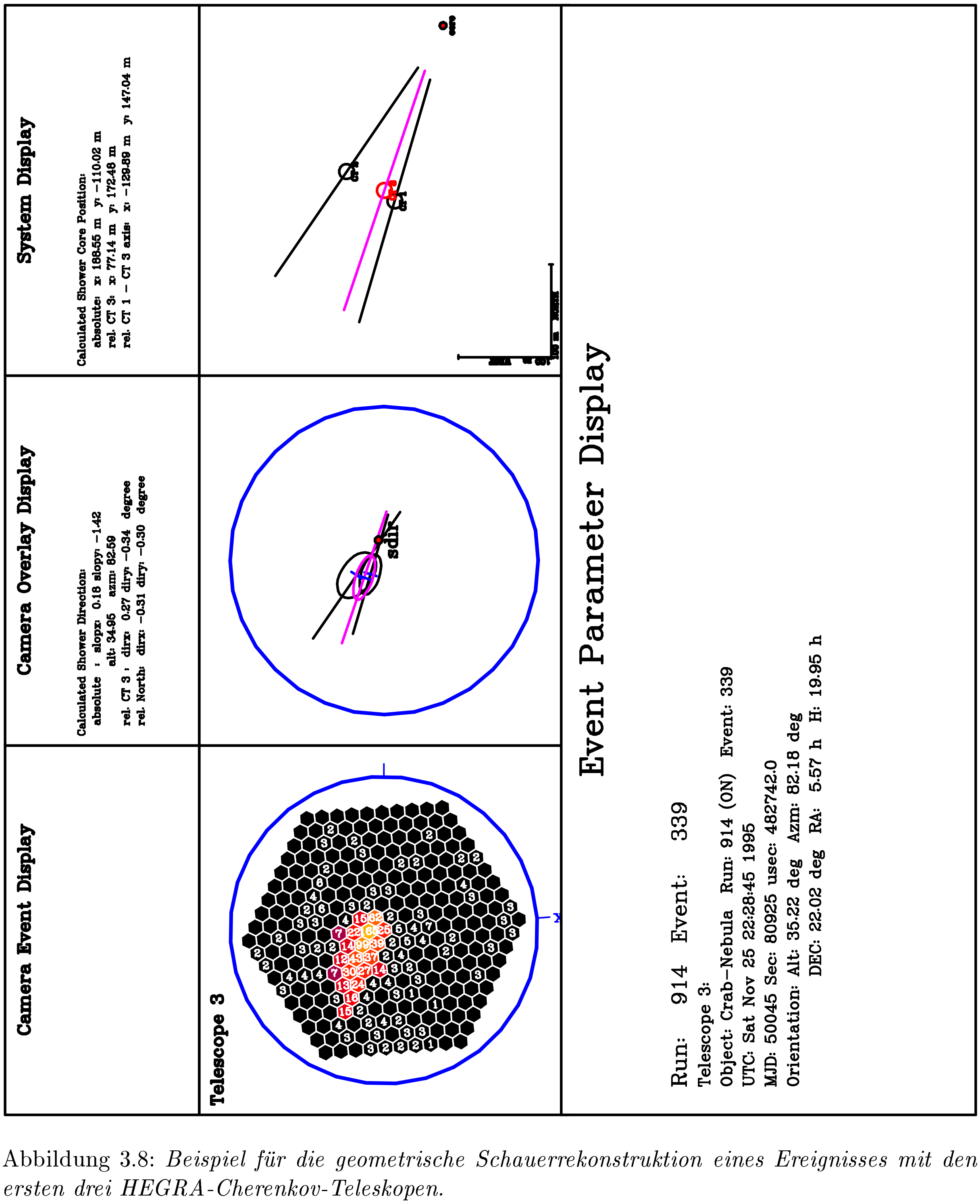


Abbildung 3.8: *Beispiel für die geometrische Schauerrekonstruktion eines Ereignisses mit den ersten drei HEGRA-Cherenkov-Teleskopen.*

# Kapitel 4

# Modell der Cherenkov-Lichtverteilung eines $\gamma$-induzierten Luftschauers

Das Bild in der Fokalebene eines Cherenkov-Teleskopes stellt die winkelabhängige Intensitätsverteilung des Cherenkov-Lichtes eines ausgedehnten Luftschauers dar. Die Form und Intensitätsverteilung dieses Bildes hängt von der geometrischen Lage des Schauers, d.h. der Neigung und dem Abstand relativ zum Teleskop ab. Näherungsweise hat das Bild eine elliptische Form, dessen Hauptachse in Richtung Schauer zeigt. Der Intensitätsverlauf entlang dieser Achse zeigt eine Asymmetrie, in der sich die Entwicklung des Schauer in der Atmosphäre widerspiegelt. Es ist deshalb möglich, aus der Intensitätsverteilung des Cherenkov-Lichtes die geometrische Lage der Schauerachse zu rekonstruieren. Dazu benötigt man eine geeignete Parametrisierung des Bildes. Die exakte Beschreibung verlangt die Kenntnis der longitudinalen Schauerentwicklung, die Energie- und Lateralverteilung der Schauerteilchen in jeder Höhe und deren Winkelverteilung. Hinzu kommen noch Abschwächungseffekte in der Atmosphäre und Eigenschaften des Cherenkov-Teleskopes. Wegen der Komplexität des Problems ist deshalb eine geschlossene analytische Beschreibung des Cherenkov-Bildes als Funktion verschiedener Schauerparameter nicht möglich. Die naheliegende Methode ist daher, die Cherenkov-Bilder aus einer Monte Carlo Simulation selbst zu parametrisieren. Mit Hilfe eines Monte Carlo Programms wurde die Intensitätsverteilung des Cherenkov-Lichts in der Fokalebene eines Teleskopes modelliert. Das Modell wird dann bei einem $\chi^2$-Anpassungsverfahren (Fit) verwendet.

## 4.1 Simulationsprogramm

Die Monte Carlo Simulationen in dieser Arbeit wurden mit einem Simulationsprogramm gemacht, das von [Plyasheshnikov 88] und [Konopelko 92] entwickelt wurde. Die Simulation enthält

- die Schauerentwicklung,
- die Emission von Cherenkov-Licht in der Atmosphäre
- und die Simulation des Teleskops.

### Atmosphäre

Für die Entwicklung des Schauers und der Emission von Cherenkov-Licht ist der Verlauf der atmosphärischen Dichte wichtig. Das Programm greift auf tabellierte Werte zurück, die den Werten der US-Standardatmosphäre von 1976 entsprechen (Abb. 4.1). Eine an diese Werte angepaßte Funktion ist $p = 1030 \frac{g}{cm^2} \exp - \frac{h}{7.1\,km}$.

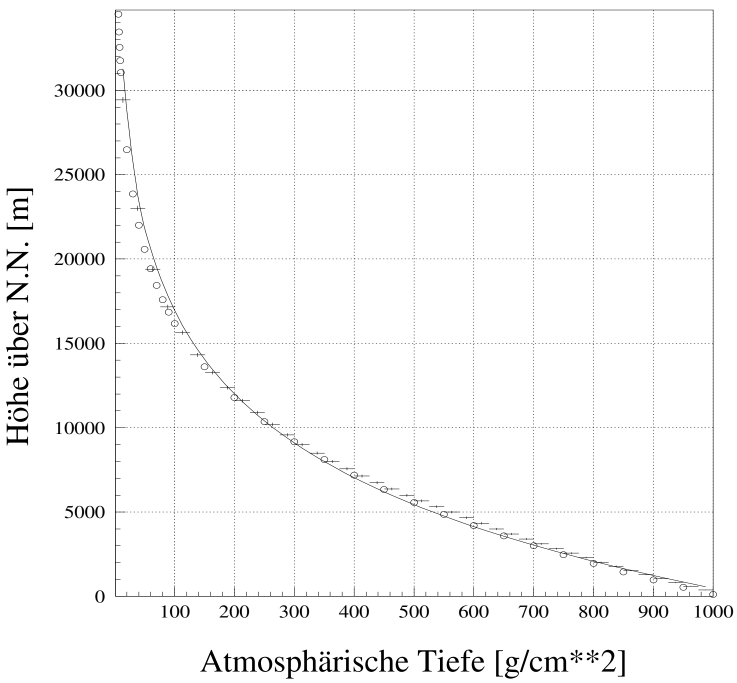


Abbildung 4.1: *Beziehung zwischen Druck p und Höhe h über N.N., wie sie im Simulationsprogramm verwendet wird (Kreuze). Im Vergleich dazu (Kreise) Werte aus der US Standardatmosphäre von 1976. Die durchgezogene Linie stellt die Beziehung* $p = 1030 \frac{g}{cm^2} \exp - \frac{h}{7.1\,km}$ *dar.*

Bei der Ausbreitung des Cherenkov-Lichtes in der Atmosphäre wird die Abschwächung durch Rayleigh-Streuung und die Absorption durch Ozon- und Aerosol-Moleküle berücksichtigt. Die Wirkungsquerschnitte dafür wurden nach Angaben der Arbeit [Eltermann 68] berechnet.

### Simulation der elektromagnetischen Kaskade

Die Simulation der elektromagnetischen Schauer enthält die elektromagnetischen Prozesse

- Paarbildung, Compton-Streuung und Photoeffekt der $\gamma$-Quanten und
- Bremsstrahlung, Annihilation, Ionisation und Vielfachstreuung der Elektronen und Positronen.

Die Vielfachstreuung stellt den rechenintensivsten Teil in einer Luftschauersimulation dar. In diesem Simulationsprogramm wird deshalb nicht jeder einzelne Streuprozeß simuliert, sondern folgendermaßen behandelt: Ein Elektron beispielsweise, dessen Streuprozeß simuliert werden soll, bekommt zunächst einen Trajektorienabschnitt $\Delta X$ zugewiesen, der angibt, um welche Strecke (Einheiten g/cm$^2$) es sich in diesem Simulationschritt weiterbewegen soll. $\Delta X = 0.2\,E/[\mathrm{MeV}]\,1\mathrm{g/cm}^2$ ist proportional der Energie, wobei $\Delta X = 5$ g/cm$^2$ maximal zugelassen wird. Die Richtung des Trajektorienabschnittes wird unter Verwendung bekannter analytischer Funktionen für die Lateral- und Winkelverteilung der Schauerelektronen gewürfelt, ebenso der Energieverlust, den das Elektron erfährt. Die Verteilungen stammen aus Theorien von Landau-Vavilov und Molière, die in der Literatur zu finden sind. Eine Untersuchung dieser Verteilungen wird in der Arbeit [Plyasheshnikov 75] gemacht. Schritt für Schritt wird so die Bahn des Elektrons weiterverfolgt, bis das Teilchen unterhalb 21 MeV ist, der Schwelle für Cherenkov-Lichtemission auf Meereshöhe. Innerhalb jedes Trajektorienabschnittes werden die restlichen Wechselwirkungen simuliert. Entsteht dabei ein neues Teilchen, so wird seine Position gespeichert und nach Beendigung der Simulation des Teilchens, das gerade bearbeitet wird, dieselbe Prozedur für das neue Teilchen durchgeführt. Durch die semianalytische Simulation der Vielfachstreuung, kann die Simulationszeit deutlich verkürzt werden.

In der Simulation nicht berücksichtigt werden geomagnetische Effekte, die erst bei sehr großen Zenitwinkeln über $60^0$ eine Rolle spielen.

### Simulation der Protonen-Schauer

Durch Proton-Nukleon Stöße werden sekundäre Hadronen produziert. Die Energiespektren der sekundären Hadronen werden gemäß den Formeln in [Hillas 79] berechnet. Die Wirkungsquerschnitte dafür wurden aus Ergebnissen von Beschleunigermessungen extrapoliert. Das Programm verwendet dabei Daten aus den Arbeiten von [Ranft 72], [Schabelski 86] und [Schabelski 87]. Für die Cherenkov-Licht Emission ist nur der elektromagnetische Anteil von Bedeutung, der durch den Zerfall von neutralen Pionen in 2 $\gamma$-Quanten und von geladenen Pionen in Myonen verursacht wird. Jedesmal wenn in der Simulation ein $\gamma$-Quant entsteht, wird das Unterprogramm für die elektromagnetische Kaskade aufgerufen.

### Simulation des Cherenkov-Lichts

Das Programm simuliert die Emission von Cherenkov-Licht für alle Elektronen und Positronen, wenn die Schwellenenergie überschritten wird. Bei Protonenschauern wird zusätzlich die Emission von Cherenkov-Licht durch Myonen berücksichtigt. Die Gesamtzahl der Cherenkov-Photonen in einem Luftschauer ist in der Größenordnung von $10^7$ Photonen. Um den Rechenaufwand in der Simulation gering zu halten, werden die Cherenkov-Photonen nach folgendem Rechenschema berechnet: Entsteht während der Simulation der Kaskade ein geladenes Teilchen, dessen Energie über der Schwelle für die Emission von Cherenkov-Licht liegt, so wird zunächst die mittlere Anzahl der emittierten Cherenkov-Photonen $\overline{N}_{ph}$ nach Gl. 2.7 in dem Wellenlängenbereich von 300-600 nm berechnet. Es wird nun angenommen, daß diese Photonen alle vom Mittelpunkt, des dazugehörigen Trajektorienabschnittes emittiert werden (Abb. 4.2) und annähernd auf einem Kreis mit dem Cherenkov-Radius $r_c$ am Boden ankommen.

Ist $p$ die über die Wellenlänge gemittelte Wahrscheinlichkeit für den Verlust eines Photons auf dem Weg vom Entstehungsort bis zum Teleskop und $\tau$ die mittlere Nachweiswahrscheinlichkeit, so wird die mittlere Anzahl der Cherenkov-Photonen $\Delta\overline{N}_{ph}$ bzw. Photoelektronen $\Delta\overline{N}_{ph.e.}$ wie folgt berechnet:

$$\Delta\overline{N}_{ph} = \frac{\overline{BC}}{2\pi r_c}(1-p)\overline{N}_{ph}\ ,\ \Delta\overline{N}_{ph.e.} = \tau\,\Delta\overline{N}_{ph} \tag{4.1}$$

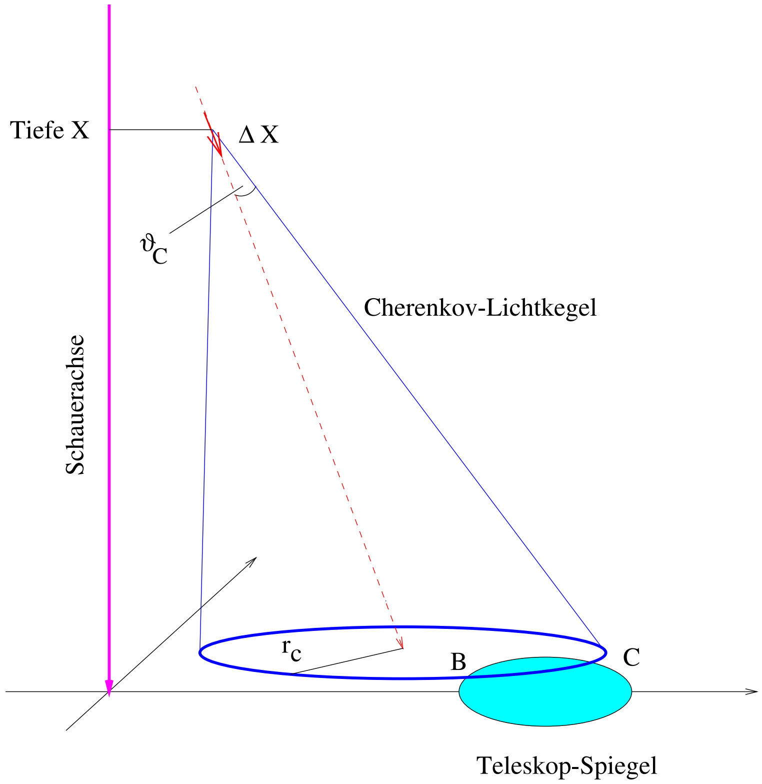


Abbildung 4.2: *Geometrie zur Simulation der Cherenkov-Photonen.*

Dabei ist $\overline{BC}$ die Länge des Kreissegmentes das den Spiegel trifft. Die zufällige Anzahl wird dann aus einer Poisson-Verteilung mit dem berechneten Mittelwert bestimmt.

**Simulation des Teleskopes**

Die Simulation des Teleskopes enthält den Verlust von Cherenkov-Photonen aufgrund der Spiegelreflektivität, der Reflektivität der Lichttrichter und der Quanteneffizienz der Photokathode im Photomultiplier (PMT). Diese Effekte hängen von der Wellenlänge ab. Die Werte, die in der Simulation der Schauer für die Rekonstruktion mit dem Teleskop-System verwendet worden sind, sind in Abb. 4.3 dargestellt. Der Einfluß von Spiegelaberrationen ist derzeit noch nicht implementiert, da hierfür noch keine experimentellen Angaben vorliegen.

**Programmausgabe**

Das Programm schreibt am Ende einer Simulation für jedes implementierte Teleskop die Richtungen, die Wellenlänge oder wahlweise die Ankunftszeit der Cherenkov-Photonen auf Platte. Die Anzahl der Cherenkov-Photonen ist dabei bereits durch die Teleskop-Simulation auf die entsprechende Anzahl an Photoelektronen (ph.e.) reduziert. Für spezielle Studien wurde zusätzlich in dem Simulationsprogramm die Ausgabe der Ursprungshöhe der Cherenkov-Photonen, sowie der atmosphärischen Tiefe des Schauermaximums eingebaut. Als Tiefe des Schauermaximums wird die Position genommen, bei der die Anzahl der Elektronen entlang der longitudinalen Entwicklung der Kaskade maximal ist.

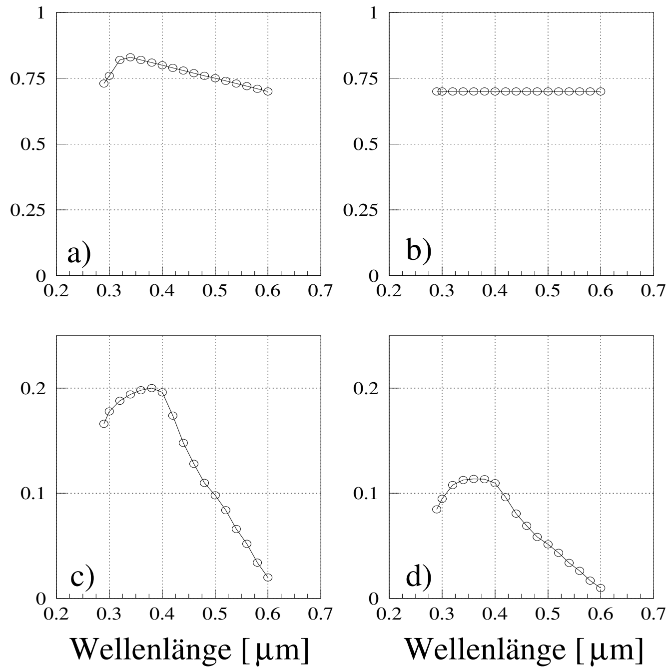


Abbildung 4.3: *Die Lichtausbeute an verschiedenen Detektorkomponenten als Funktion der Wellenlänge, a) Spiegel (Reflektivität), b) Lichttrichter (Durchlasswahrscheinlichkeit), c) Photokathoden (Quanten-Nachweiswahrscheinlichkeit, der Verlauf entspricht der einer Bialkali Photokathode). Die resultierende Nachweiswahrscheinlichkeit ist in d) dargestellt.*

## 4.2 Modellierung eines 1-TeV-Cherenkov-Lichtbildes

Mit dem oben beschriebenen Simulationsprogramm wurden ca. 10000 $\gamma$-induzierte elektromagnetische Luftschauer simuliert, die unter einem Zenitwinkel von $0^0$, also vertikal, in die Atmosphäre eindringen. Jeder Schauer hatte dabei die festvorgegebene Energie von 1 TeV und einen festen Auftreffpunkt in einer atmosphärischen Tiefe von 800 g/cm$^2$. Dies entspricht ca. 2200 m über NN. Auf dieser Beobachtungshöhe wurden an 15 verschiedenen Abständen zum Schauer zwischen 0 und 300 m jeweils ein Teleskop mit einer Spiegelfläche von 8.5 m$^2$ angeordnet (siehe Abb. 4.4).

An jeder Position wurde die Winkelverteilung des Cherenkov-Lichts, das auf die Spiegel trifft, aufgezeichnet. Die aufgezeichneten winkelabhängigen Intensitätsverteilungen, die Cherenkov-Lichtbilder, wurden dann für jede Teleskopposition getrennt über alle Schauer gemittelt.

Da sich die individuellen, elektromagnetischen Kaskaden unterschiedlich tief in der Atmosphäre entwickeln, verschiebt sich entsprechend der Bildschwerpunkt je nach Eindringtiefe des Schauers in der Fokalebene (vgl. 2.3.2). Durch die Mittelung über alle Schauer geht dabei Information über die Bildform eines individuellen Ereignisses verloren. Dies kann aber korrigiert werden, da das Schauermaximum für jeden einzelnen Schauer aus der Simulation bekannt ist. Im Mittel erwartet man das Schauermaximum für einen 1 TeV $\gamma$-Schauer nach Gl. 2.2 in einer

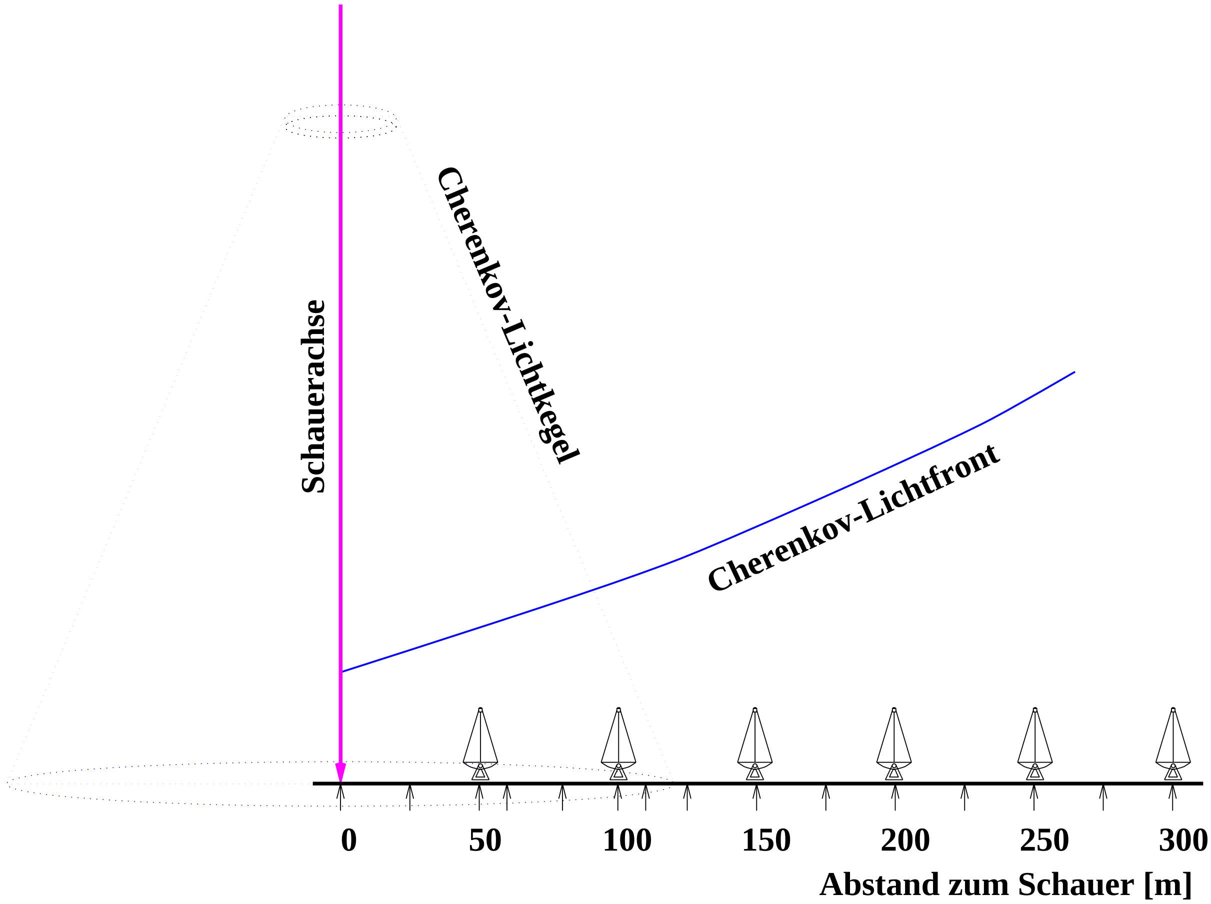


Abbildung 4.4: *Anordnung zur Simulation der Cherenkov-Lichtbilder bei verschiedenen Schauerabständen. Es wurden 15 Teleskope zwischen 0 und 300 m Abstand zum Schauerauftreffpunkt an den mit Pfeilen markierten Stellen positioniert. Die Beobachtungshöhe der Anordnung in der Simulation beträgt 2200 m über NN.*

atmosphärischen Tiefe von $< X_{max} >= 341$ g/cm$^2$. Weicht aber das Schauermaximum eines individuellen Schauers um $\Delta X$ ab, so wird das Bild beim Überlagern mit dem Faktor $1/q$ in longitudinaler Richtung auf die mittlere Eindringtiefe $< X_{max} >$ zurückskaliert. Entsprechend Gl. (2.10) ist $q = 1 - \ln \frac{<X_{max}>}{1030\ \mathrm{g/cm^2}} \frac{\Delta X}{<X_{max}>}$. Die Intensität muß dabei um den selben Faktor skaliert werden, damit die Normierung und damit die Amplitude erhalten bleibt. Die Auswirkung der Variation des Schauers in der Eindringtiefe auf die Bildform wird in Abschnitt 4.4.2 diskutiert. Dadurch erhält man schließlich für jeden der 15 verschiedenen Schauerabstände eine kontinuierliche Winkelverteilung der Cherenkov-Lichtintensität, wie sie von einem elektromagnetischen Schauer der vorgegebenen Energie und einer mittleren Eindringtiefe erzeugt wird. Die so erhaltenen mittleren Cherenkov-Lichtbilder sind für vier verschiedene Schauerabstände in Abbildung 4.5 dargestellt. Wie man sieht, wandert das Bild mit zunehmendem Schauerabstand vom Zentrum weg und wird gestreckter.

Diese Cherenkov-Lichtbilder wurden als Ausgangspunkt für eine numerische Modellierung verwendet. Dazu wird die Intensitätsverteilung in einen longitudinalen und einen transversalen

Anteil aufgeteilt, wodurch die numerische Darstellung vereinfacht wird. Dies wird im folgenden beschrieben.

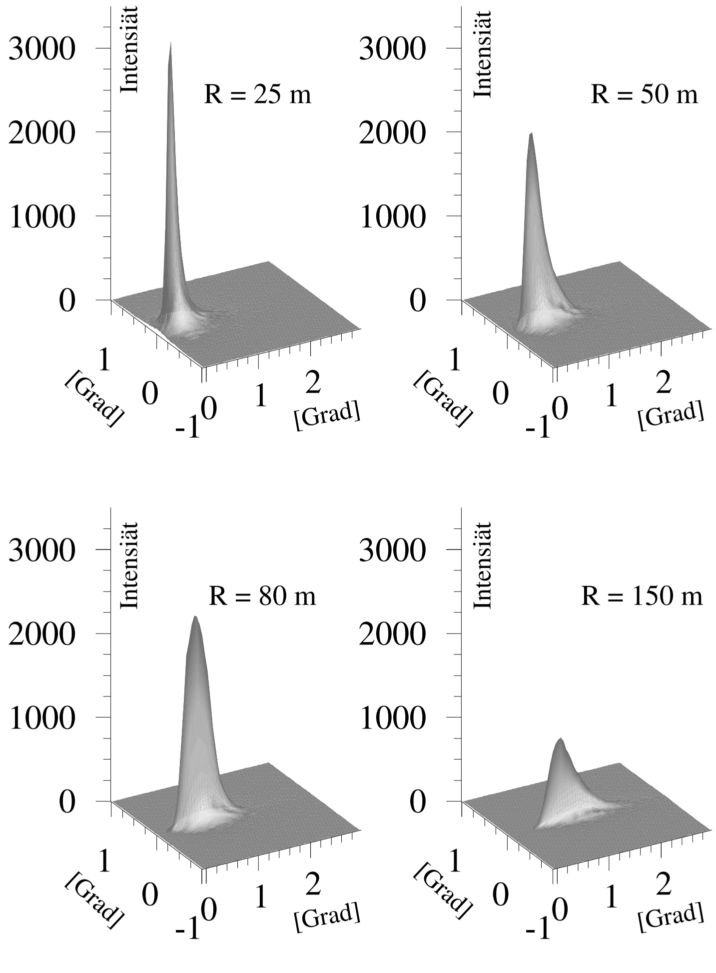


Abbildung 4.5: *Cherenkov-Lichtbilder in der Fokalebene eines Abbildenden Cherenkov-Teleskops bei verschiedenen Schauerabständen*

## 4.3 Faktorisierung des Cherenkov-Lichtbildes

Zur numerischen Modellierung wird das Cherenkov-Bild in dem Koordinaten-System $(x_{mod}, y_{mod})$ dargestellt (siehe 4.6). Dabei mißt $x_{mod}$ und $y_{mod}$ jeweils den Winkel zwischen der Richtung der Cherenkov-Photonen und der Schauerachse: einmal projiziert auf die Ebene, die durch die

Schauerachse und durch die Teleskop-Position bestimmt wird und einmal senkrecht dazu. $x_{mod}$ bezeichnet also die longitudinale Neigung und $y_{mod}$ die transversale Neigung. Ein Cherenkov-Photon, das sich von der Schauerachse weg in Richtung Teleskop ausbreitet, hat eine positive Neigung.

Zur Modellierung der zweidimensionalen Intensitätsverteilung $\rho(x_{mod}, y_{mod})$ wird das Bild in einen longitudinalen $l(x_{mod})$ und einen transversalen Anteil $t(x_{mod}, y_{mod})$ zerlegt:

$$\rho(x_{mod}, y_{mod}) = l(x_{mod})\ t(x_{mod}, y_{mod}) \tag{4.2}$$

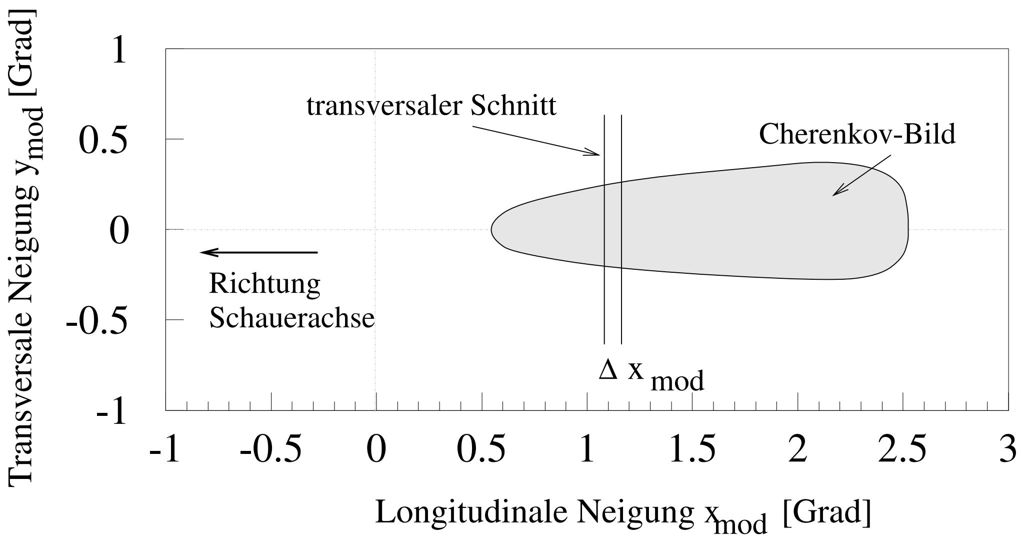


Abbildung 4.6: *Skizziert ist die schematische Darstellung des Cherenkov-Bildes in dem Koordinatensystem, wie es für die numerische Darstellung verwendet wird. Eingezeichnet ist zudem eine Position für einen transversalen Schnitt, siehe Abschnitt 4.5.1 .*

## 4.4 Longitudinales Profil der Intensitätsverteilung

### 4.4.1 Abhängigkeit vom Schauerabstand

Projiziert man das zweidimensionale Cherenkov-Bild auf die $x_{mod}$-Achse, d.h. auf die lange Achse des Bildes, so erhält man das longitudinale Bildprofil. In ihm spiegelt sich zum einem die longitudinale Entwicklung des Schauers in der Atmosphäre wider, zum anderen die geometrische Lage des Schauers relativ zum Teleskop.

Um zu verdeutlichen, wie dieses Profil entsteht ist in Abb. 4.7 die Korrelation zwischen der Höhe $h$ des Ursprungs der Cherenkov-Photonen und der longitudinalen Neigung $x_{mod}$ dargestellt. Eingezeichnet ist außerdem eine Linie, die wieder die funktionale Abhängigkeit $h = R/x_{mod}$ repräsentiert. Wenn der Schauer keine Ausdehnung hätte und das Cherenkov-Licht isotrop von der Schauerachse emittiert würde, so müßten alle Punkte auf dieser Linie liegen. Aufgrund der Vielfachstreuung der geladenen Teilchen in der Atmosphäre sind die Punkte um diese Linie gestreut. Vergleicht man das mit dem eingezeichneten Bildprofil, so ist zu sehen, daß die

Cherenkov-Photonen, welche in größer Höhe emittiert werden eine kleine longitudinale Neigung haben und der steile Anstieg des longitudinalen Profils durch die Emission von Cherenkov-Licht in einer Höhe zwischen 8-16 km Höhe (über 2200 m) entsteht. Der größte Teil des Lichtes, etwa 50 %, kommt aber aus dem Bereich um das Schauermaximums (5.6 km für 1 TeV) zwischen 4-8 km.

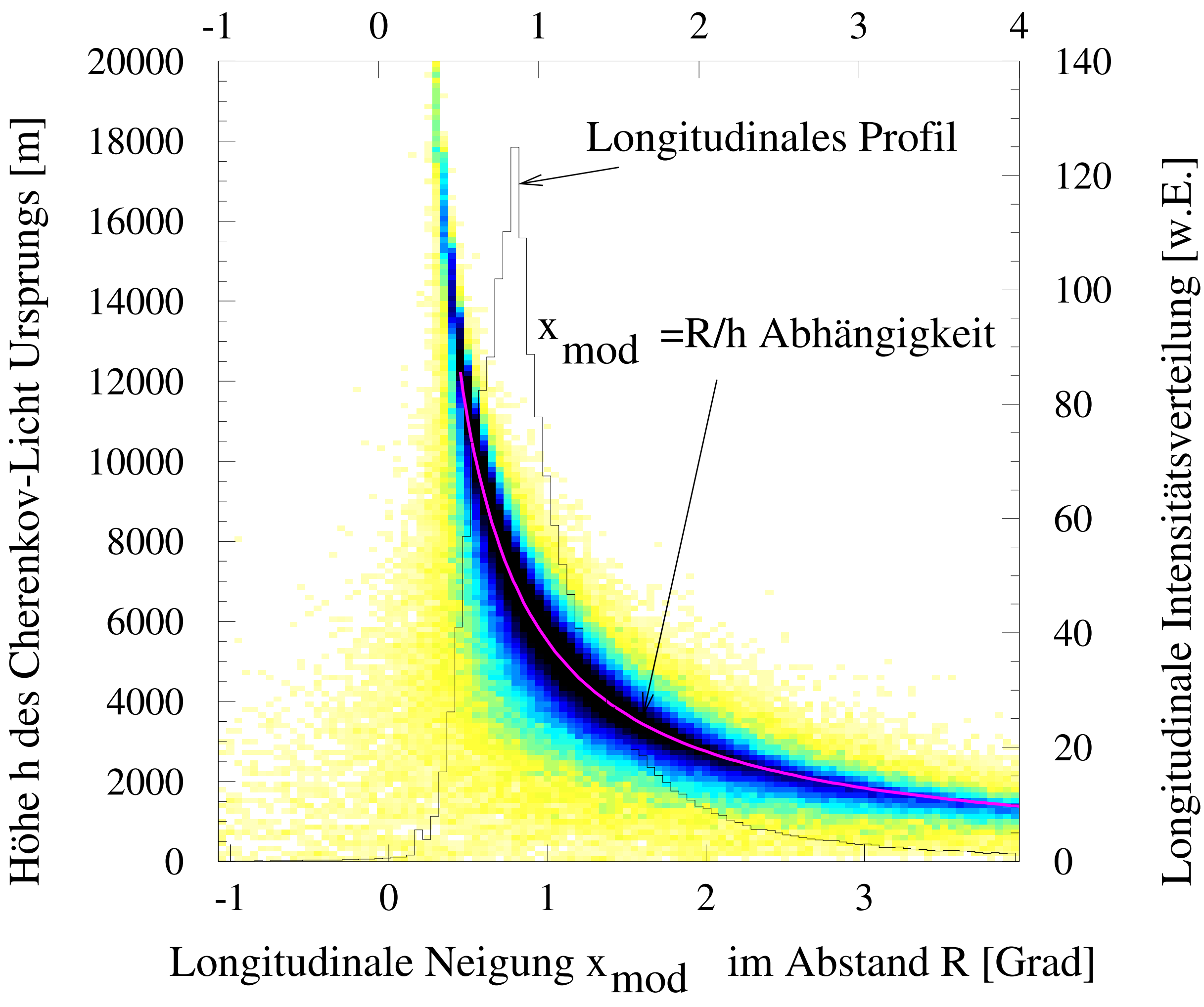


Abbildung 4.7: *Dargestellt ist die Korrelation zwischen der Höhe des Ursprungs der Cherenkov-Photonen und der longitudinalen Neigung. Als Linie eingezeichnet ist die mittlere geometrische Abhängigkeit $R/x$. Überlagert ist die dazugehörige longitudinale Intensitätsverteilung. Bild für $E = 1$ TeV und $R = 100$ m. Die Höhenangabe bezieht sich auf 2200 m über N.N.*

Aufgrund der $x_{mod} = R/h$-Beziehung und der charakteristischen Schauerentwicklung zeigt das Profil eine asymmetrische Form, die sensitiv auf den Schauerabstand ist (Abb. 4.8).

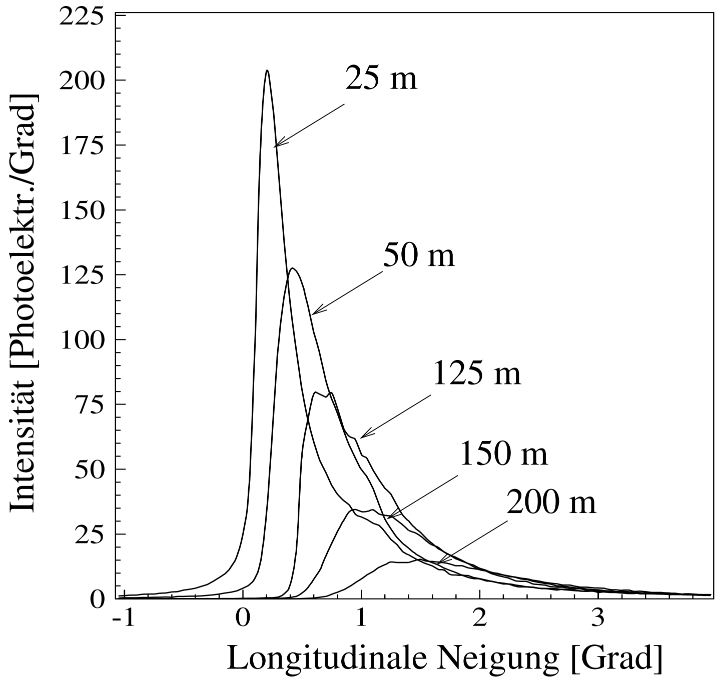


Abbildung 4.8: *Winkelverteilung des Cherenkov-Lichts projiziert auf die longitudinale Bildachse bei verschiedenen Schauerabständen.*

### 4.4.2 Abhängigkeit von der Eindringtiefe des Schauers

Der erste Wechselwirkungspunkt eines Schauers in der Atmosphäre fluktuiert in der atmosphärischen Tiefe $X$. Das hat zur Folge, daß sich die individuelle Kaskade tiefer oder höher entwickelt als im Mittel angenommen. Zur Charakterisierung der Eindringtiefe des Schauers nimmt man das Schauermaximum $X_{max}$. Es gilt wieder, daß das Licht aus der Höhe $h$ im Abstand $R$ unter dem Winkel $x_{mod}$ gemessen wird. Durch die Fluktuation des Schauers in $X$ wird dieselbe Intensität unter dem Winkel $x'_{mod}$ gemessen. Macht man nun dieselben Überlegungen, wie in 2.3.2 (Gl. 2.9) für die Beziehung $x_{mod} = R/h$, so ergibt sich unter Einbeziehung von Gl. 2.7:

$$x_{mod}(X) = -\frac{R}{h_0 \ln X/X_{N.N.}} \approx x'_{mod}(X') \underbrace{\left(1 - \left[\ln \frac{X'}{X_{N.N.}}\right]^{-1} \frac{\Delta X}{X'}\right)}_{q} \tag{4.3}$$

Dabei wurde eine Taylorentwicklung bis zur ersten Ordnung nach $X$ gemacht.

Das bedeutet, das Cherenkov-Licht, das in einer atmosphärischen Tiefe $X'$ emittiert wird und unter dem Winkel $x'_{mod}$ am Teleskop empfangen wird, wird nach einer Verschiebung der Schauerentwicklung in der Atmosphäre um $\Delta X = X - X'$ unter dem neuen Winkel $x_{mod} = q * x'_{mod}$ gemessen. Der Faktor $q$ skaliert also die longitudinale Winkelverteilung bzw. das Bildprofil (Abb. 4.9). Aus der Abweichung einer gemessenen longitudinalen Intensitätsverteilung von einem vorgegebenen mittleren Modell kann deshalb die Eindringtiefe des Schauers bei bekanntem Schauerabstand $R$ bestimmt werden.

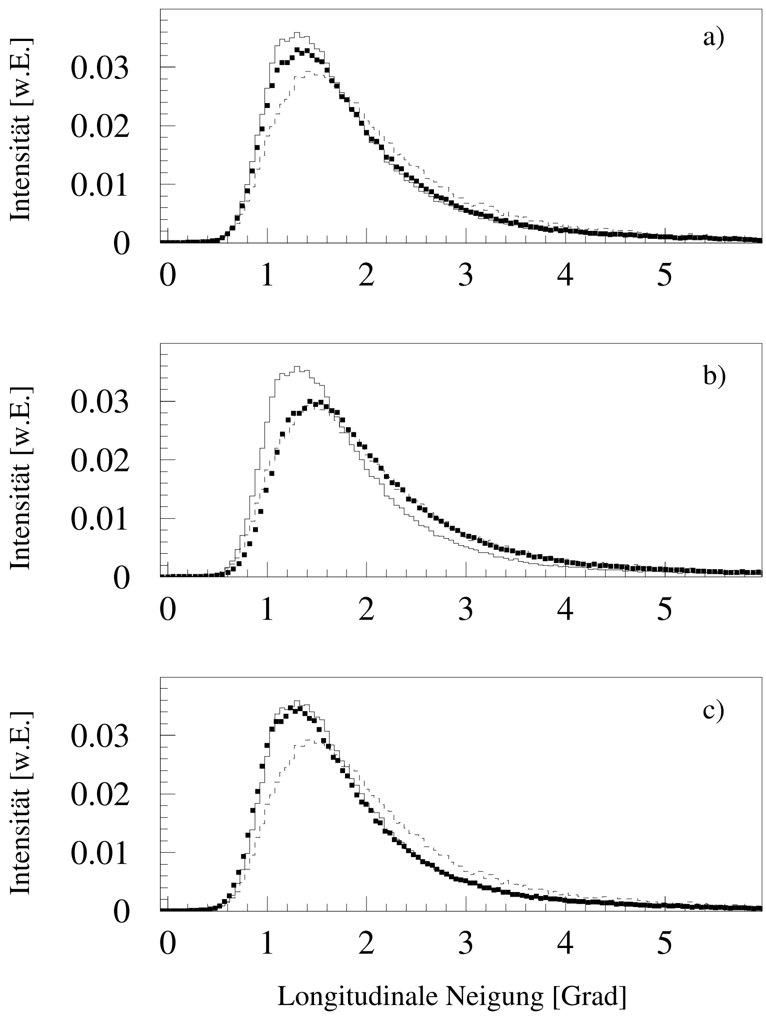


Abbildung 4.9: *Dargestellt ist für einen festen Schauerabstand von 175 m und einer Energie von 1 TeV das mittlere longitudinale Profil für $\gamma$-Schauer kleiner (durchgezogen), mittlerer (■) und großer (gestrichelt) Eindringtiefe (a). Die Verteilungen sind normiert. Die Variation der Eindringtiefe läßt sich durch einen Skalierungsfaktor q charakterisieren. Das modellierte mittlere Profil (■) wurde skaliert mit dem Faktor $q = 1.0$ (a), $q = 1.1$ (b) und mit $q = 0.95$ (c).*

### 4.4.3 Numerische Modellierung

Die mittleren longitudinalen Profile der Cherenkov-Lichtbilder wurden für Neigungen zwischen $-2.0^0$ und $8.0^0$ für jeden Schauerabstand getrennt in einem Histogramm mit einer $0.05^0$-Einteilung abgespeichert. Damit ergeben sich $201x15$ Stützpunkte für die longitudinale Intensitätsverteilung $L(x_{mod}, R)$ (Abb. 4.8) als Funktion des Schauerabstandes. Diese Funktion wird numerisch durch eine zweidimensionale kubische Spline Darstellung approximiert.

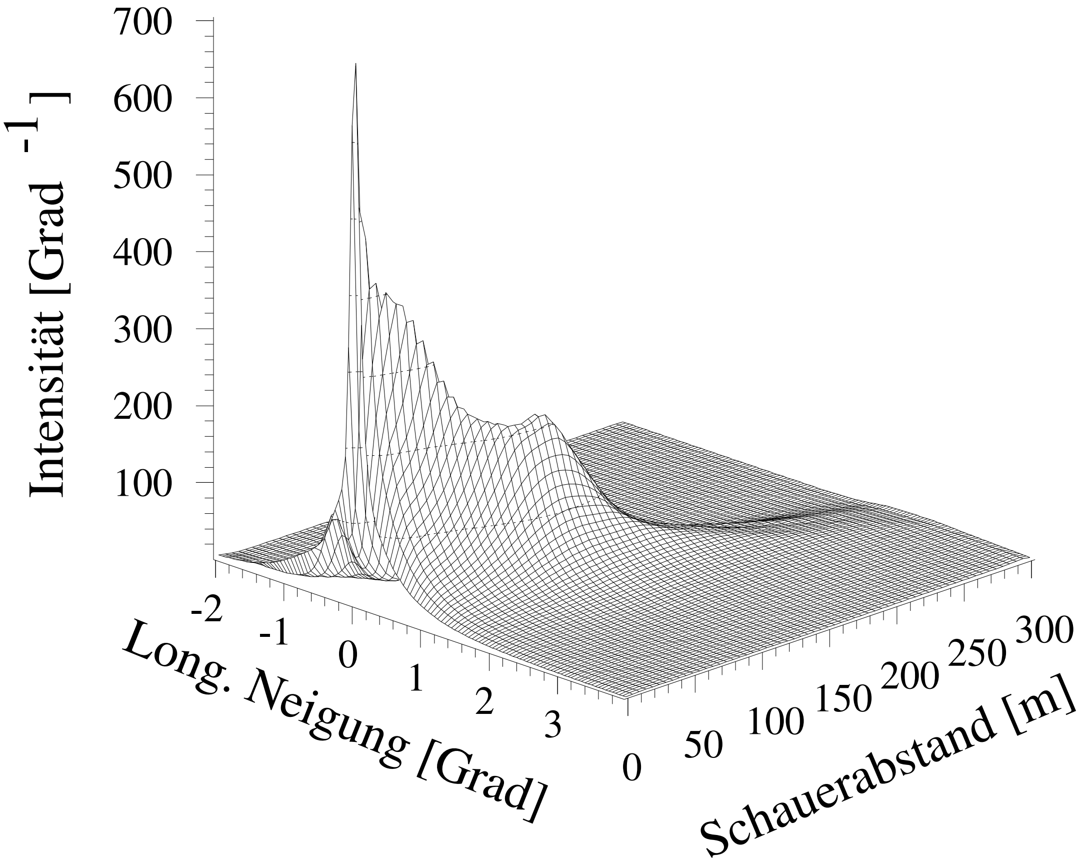


Abbildung 4.10: *Dargestellt ist der longitudinale Anteil des Cherenkov-Lichtbildes als Funktion der longitudinalen Neigung und des Schauerabstandes, berechnet aus der numerischen Spline Approximation.*

Numerisch wird das mit einer Funktion ( E02DDF, [NAG Fortran M14 Library 1990]) aus der NAG-Bibliothek durchgeführt. Diese Funktion paßt an die vorgegebenen Datenpunkte aus der Simulation eine glatte Kurve im Bereich $[-2.0^0, 8.0^0]$x$[0\text{m}, 300\text{m}]$ an. Die Zahl der vorgegeben Stützpunkte beträgt $201x15$ Punkte. Da aber die Rechenzeit zur Auswertung einer zweidimensionalen Spline Darstellung an einer konkreten Stelle proportional der Anzahl der Punkte ist, ist eine nennenswerte Verminderung wünschenswert. Die genannte Funktion optimiert deshalb gleichzeitig die Anzahl und Position der Stützpunkte, wobei man dies durch Vorgabe an die Qualität und maximale Anzahl der Stützpunkte kontrollieren kann. Eine optimale Anpassung ist deshalb sehr rechenintensiv (Größenordnung 30 Minuten) auf einer DEC Station 5000/260 ). Die Prozedur zur Berechnung der Koeffizienten für die B-Spline Darstellung muß aber nur einmal gemacht werden.

In dem hier vorliegenden Problem konnte die Funktion $L(x_{mod}, R)$ mittels 19x17 Stützstellen angepaßt werden. Die einmal berechneten Spline-Koeffizienten werden gespeichert. Die Berechnung des Verlaufs der longitudinalen Intensität für einen vorgegebenen Schauerabstand wird mit der Funktion E02DEF ( E02DDF, [NAG Fortran M14 Library 1990]) durchgeführt, welche die einmal berechneten Spline-Koeffizienten verwendet. Dadurch steht eine numerische Funktion zur Verfügung, die für jeden beliebigen Schauerabstand, in dem vorgegebenen Bereich, das Profil berechnen kann (Abb. 4.10). Die Reproduktion der vorgegebenen simulierten Profile durch die numerische Interpolations-Funktion zeigt Abb. 4.11.

## 4.5 Transversales Profil

### 4.5.1 Analytische Funktion des transversalen Profils

Im Gegensatz zum longitudinalen Profil ist im folgenden unter dem Begriff transversales Profil nicht das integrale Profil gemeint, sondern das Profil entlang einem Schnitt des Bildes (vgl. 4.6). Die Form des Cherenkov-Bildes ist bzgl. der langen Achse symmetrisch. In ihr spiegelt sich im wesentlichen die Vielfachstreuung der geladenen Elektronen und Positronen wider. Die Simulation zeigte, daß der transversale Anteil der Intensitätsverteilung an einer beliebigen Position $x_{mod}$ im Cherenkov-Bild sehr gut durch eine Funktion der Art

$$T(x_{mod}, y_{mod}, R) = \frac{1}{\pi} \frac{T_w(x_{mod}, R)}{y_{mod}^2 + T_w^2(x_{mod}, R)} \tag{4.4}$$

beschrieben werden kann. Der Parameter $T_w$ ist dabei ein Maß für die transversale Breite des Bildes bei der longitudinalen Position $x_{mod}$. $T(x_{mod}, y_{mod}, R)$ ist auf eins normiert und stellt dabei nur die Form in $y_{mod}$-Richtung dar. Die Amplitudeninformation ist bereits im longitudinalen Profil enthalten. In Abb. 4.12 sind für sechs verschiedene Positionen im Bild transversale Schnitte gezeigt. An diese paßt sehr gut die genannte Funktion.

### 4.5.2 Abhängigkeit der transversalen Breite vom Schauerabstand und der longitudinalen Position

In Abständen von $\Delta x_{mod} = 0.05^0$ wurde für jedes der 15 Cherenkov-Bilder die transversale Breite $T_w(x_{mod})$ über den Bereich von $x_{mod} = -2^0 ... 8^0$ bestimmt, indem die normierte Funktion aus Gl. 4.3 mit Hilfe von [MINUIT] angepaßt wurde. Die Form ändert sich entlang dem Bild und mit variierendem Schauerabstand nur unwesentlich. Das Bild wird mit größer werdender longitudinaler Neigung immer breiter, den das Licht kommt nun aus immer kleineren Höhen, wo der Schauer eine zunehmende laterale Ausdehnung bekommt. Die Tatsache, daß sich die transversale Form praktisch nicht ändert, deckt sich mit den Ergebnissen in [Hillas 82], daß die Winkelverteilung der Schauerteilchen normiert auf den mittleren Streuwinkel über einen großen Bereich der Schauerentwicklung dieselbe Form behält.

### 4.5.3 Numerische Modellierung

Der Breitenparameter $T_w(x_{mod}, R)$ wird durch eine zweidimensionale kubische Spline Funktion approximiert. Das Verfahren ist das selbe, wie bereits in Abschnitt 3.4.3 beschrieben wurde. Abb. 4.13 zeigt die so modellierte Funktion, die durch 17x17 Stützstellen angepaßt werden konnte. Die Reproduktion der vorgegebenen Werte für sechs verschiedene Schauerabstände ist in Abb. 4.14 dargestellt. Das Cherenkov-Bild hat entlang der longitudinalen Achse nur in einem begrenzten Intervall eine von Null verschiedene Intensität. Außerhalb dieses Bereichs ist der Breitenparameter nicht definiert.

## 4.6 Numerisches Modell des Cherenkov-Bildes

Zusammen mit dem modellierten longitudinalen und transversalen Anteil läßt sich allgemein die Verteilung der Intensität $\rho$ des Cherenkov-Lichtes, in Einheiten von Photoelektronen/Grad$^{-2}$, durch

$$\rho(x_{mod}, y_{mod}; E, R) = \frac{E}{[1 \text{ TeV}]} \, L(x_{mod}, R) \, \frac{1}{\pi} \, \frac{T_w(x_{mod}, R)}{y_{mod}^2 + T_w^2(x_{mod}, R)} \tag{4.5}$$

beschreiben. Die Reproduktion der Lateralverteilung $\rho(R)$ durch numerische Integration von Gl. 4.4 ist in Abb. 4.15 dargestellt. Die Abhängigkeit der Gesamtintensität von der Energie $E$ des $\gamma$-Schauers kann für den Energiebereich um 1 TeV näherungsweise als linear angenommen werden. Skaliert man die Lateralverteilung des Cherenkov-Lichts für 1 TeV $\gamma$-Schauer mit 0.5 (10) (Abb. 4.16) und vergleicht dies mit der wahren Lateralverteilung eines 0.5 (10) TeV $\gamma$-Schauers, so macht man durch die Skalierung einen maximalen systematischen Fehler von $< 20$ % (50 %).

## 4.7 Numerische Integration über Pixel

Das Cherenkov-Bild in der Fokalebene eines Cherenkov-Teleskops wird durch eine Photomultipliermatrix digitalisiert. Bei der neuentwickelten Kamera [Hermann 96] ist die Fokalebene durch eine hexagonal dichte Anordnung von offenen Lichttrichtern mit Photomultipliern dahinter verwirklicht. Soll für einen Schauerabstand $R$ und Energie $E$ die Anzahl der zuerwartenden Photoelektronen $M(x_0, y_0)$ in einem Pixel berechnet werden, so muß über die Fläche des hexagonalen Pixels integriert werden. Der Mittelpunkt des Pixels liegt in $(x_0, y_0)$. Zur Vereinfachung der Integration wird anstatt über die hexagonale Struktur des Pixels, näherungsweise über eine kreisrunde Fläche integriert. Der Radius $r$ ist so gewählt, das die Fläche des Kreises der dem hexagonalen Pixel entspricht [1]. Eine zweidimensionale numerische Integration ist rechenintensiv und verlangt eine Vielzahl von Stützpunkten an denen $\rho$ ausgewertet werden muß. Um dies zu vermeiden, wird der analytische bzw. der transversale Anteil partiell integriert. Dadurch kann die zweidimensionale Integration der Intensitätsverteilung $\rho$ auf eine eindimensionale zurückgeführt werden.

$$M(x_0, y_0) \;=\; \frac{E}{[1 \text{ TeV}]} \int_{x_0 - r}^{x_o + r} dx \int_{y_0 - \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}}^{y_0 + \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}} dy \; \rho(x, y) \tag{4.6}$$

[1] Ist $D$ die Kantenlänge eines Sechsecks, dann hat der Kreis mit Radius $r = 1.05\,D$ die gleiche Fläche.

$$= \frac{E}{[1 \text{ TeV}]} \, r \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} dx \, L(x_0 + rx) \, \left[ \arctan \frac{y}{T_w(x_0 + rx)} \right]_{y=y_0-r\sqrt{1-x^2}}^{y=y_0+r\sqrt{1-x^2}} \tag{4.7}$$

Die übrigbleibende eindimensionale Integration wird numerisch durch eine Chebyshev-Integration mit 7 Stützstellen ausgeführt [Abramowitz 65]. Diese Anzahl ist ausreichend genau, was numerisch getestet wurde. Es zeigte sich, daß das Integral in Gl. 4.6 mit ca. 1-2% Genauigkeit berechnet werden kann.

Anzumerken ist, daß die Qualität der Integration von $\rho$ mit einer konstanten Anzahl an Stützstellen durch sehr steile Stellen des Bildes limitiert wird.

## 4.8 Fluktuationen der Gesamtlichtmenge

Die in Kap. 2 gezeigten Lateralverteilungen des Cherenkov-Lichts für verschiedene Energien sind über viele Schauer gemittelt. Die relative Schwankung der in einem bestimmten Abstand gemessenen Lichtmenge bezogen auf den Mittelwert ist in Abb. 4.17 dargestellt. Daraus ist zu entnehmen, daß im Bereich um den Cherenkov-Radius die gemessene Lichtmenge die geringste Schwankung von $\approx 15$ % hat. Bei kleineren Schauerabständen wächst die Fluktuation an und wird für zunehmende Energien stärker. Bei Schauerabständen größer als der Cherenkov-Radius ist nur eine kleine Zunahme in der Schwankung der Lichtmenge zu erkennen. Für eine Energiemessung heißt das, daß die Energieauflösung im Bereich um 20 % liegen kann, da typischerweise der größte Teil der getriggerten Schauer in der Nähe des Cherenkov-Radius liegt.

Die Art der statischen Schwankung der Amplitude entspricht im Bereich des Cherenkov-Radius hin zu größeren Abständen nahezu einer Poisson-Verteilung, während sie bei kleineren Abständen mit zunehmender Energie deutlich größer wird. Ein ähnliches Resultat ergab sich auch in [Sinha 94].

## 4.9 Korrekturen bei größeren Zenitwinkeln

Das Modell des Cherenkov-Lichtbildes wurde mit vertikalen $\gamma$-Schauern erstellt. Bei der Anwendung dieses Modells auf $\gamma$-Schauer unter größeren Zenitwinkeln $\vartheta$ muß die Energie und der Schauerabstand korrigiert werden.

Der Abstand $D$ des Schauermaximums zum Teleskop wächst von $D_0$ bei $\vartheta = 0^0$ näherungsweise mit $D_0/\cos\vartheta$, da der Verlauf der Dichte der Atmosphäre mit dem gleichen Faktor skaliert werden kann. Diese Näherung kann bis ca $\vartheta = 45^0$ gemacht werden. Es ergibt sich deshalb das gleiche longitudinale Profil bei einem Abstand, der um $1/\cos\vartheta$ vergrößert ist. Für Schauer gleicher Energie kann im Mittel angenommen werden, daß die Lichtintensität im Teleskop mit $1/D^2 \propto \cos^2\vartheta$ abnimmt, jedoch spielen mit zunehmendem Zenitwinkel auch Absorptionsverluste in der Atmosphäre eine Rolle.

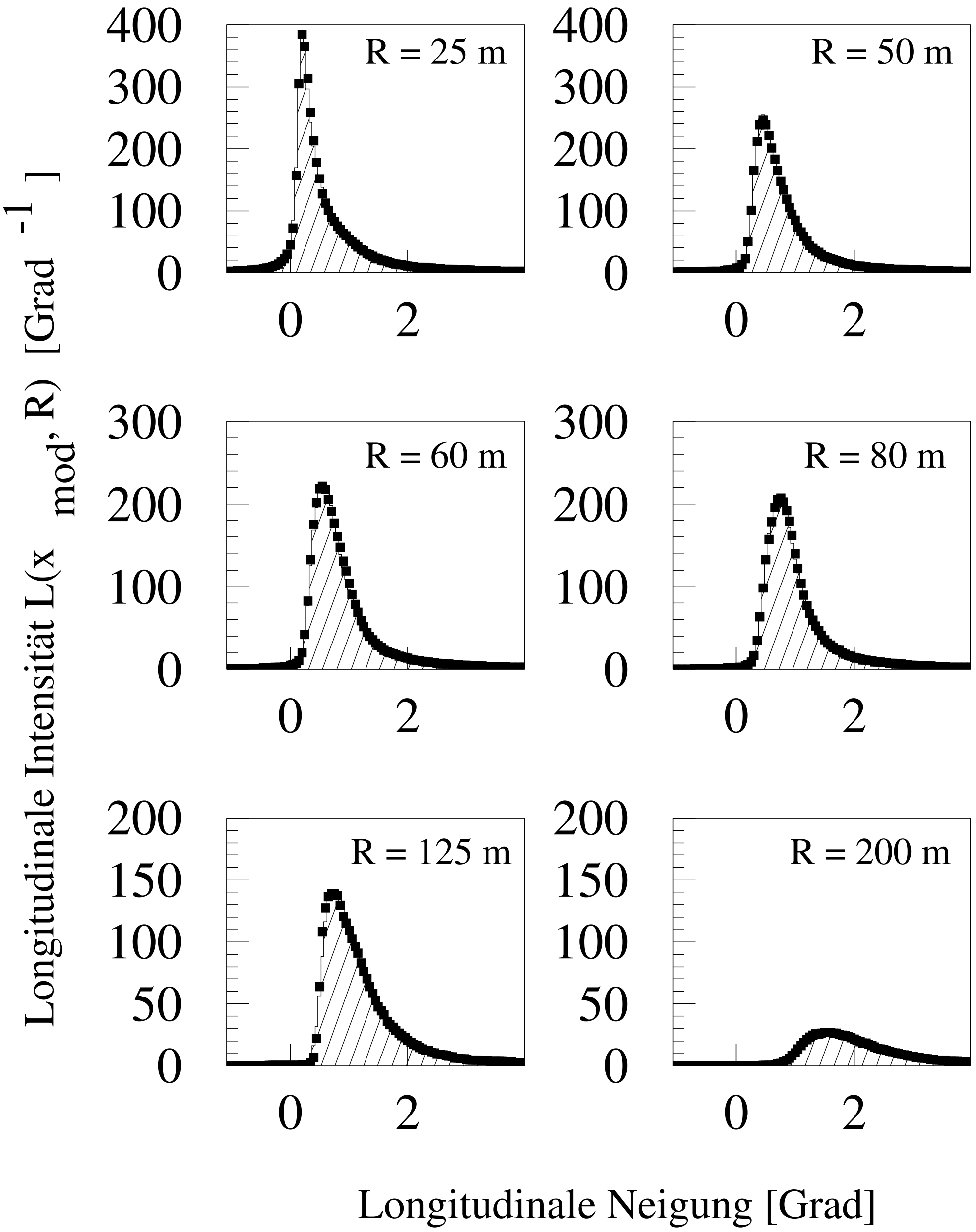


Abbildung 4.11: *Dargestellt sind für sechs verschiedene Schauerabstände die mittleren longitudinalen Profile des Cherenkov-Lichtbildes aus der Simulation (schraffiert). Überlagert ist die Reproduktion durch die Spline-Approximation ((■)).*

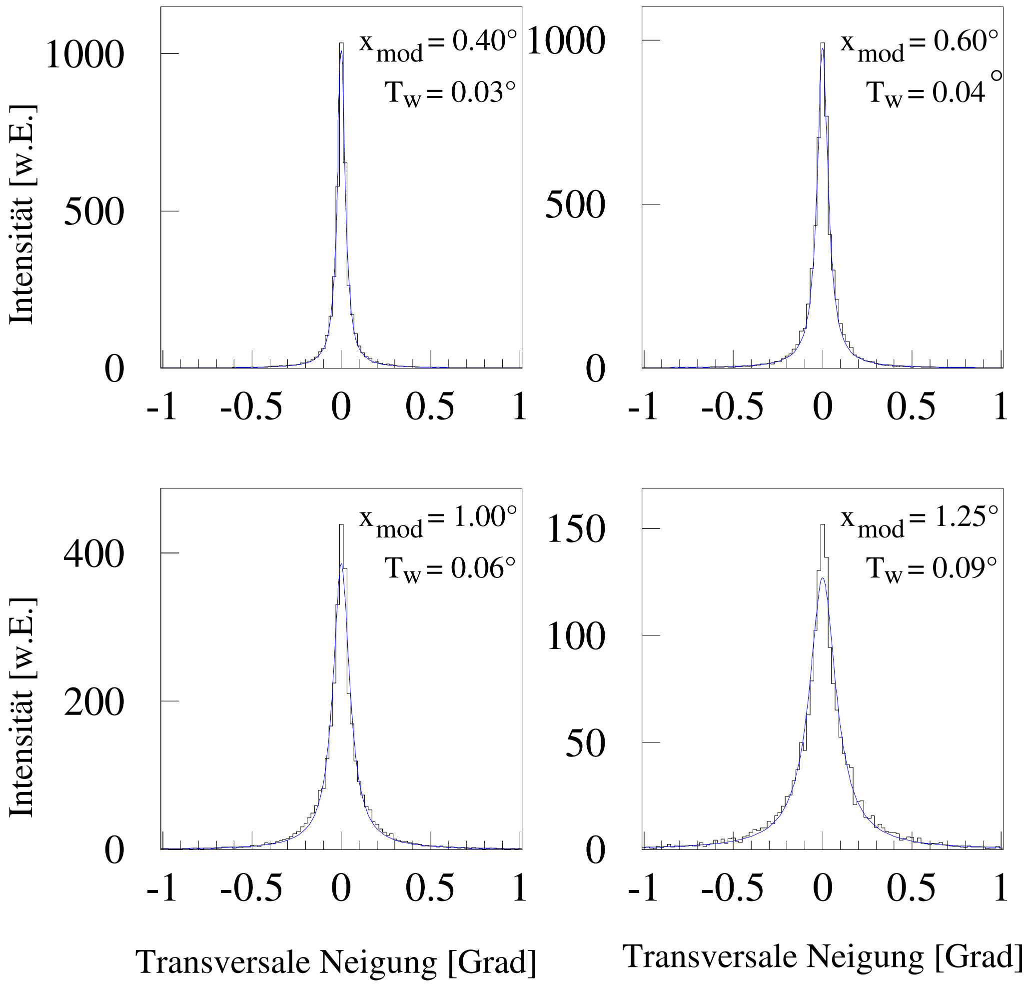


Abbildung 4.12: *Dargestellt sind die Schnitte eines Cherenkov-Lichtbildes in 60 m Schauerabstand in transversaler Richtung bei vier verschiedenen longitudinalen Positionen. An die jeweiligen transversalen Intensitätsverteilungen wurde die Funktion aus Gl. 4.3 angepaßt.*

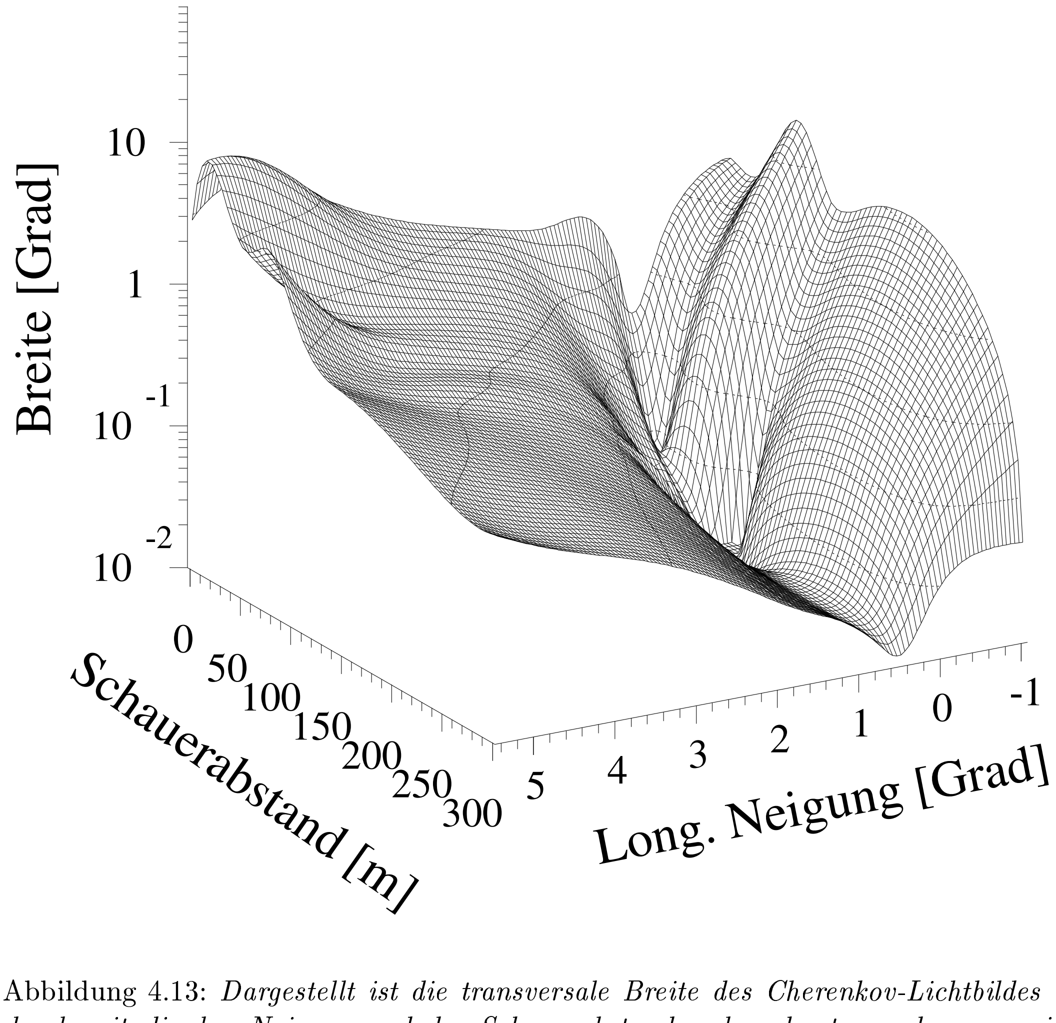


Abbildung 4.13: *Dargestellt ist die transversale Breite des Cherenkov-Lichtbildes als Funktion der longitudinalen Neigung und des Schauerabstandes, berechnet aus der numerischen Spline Approximation.*

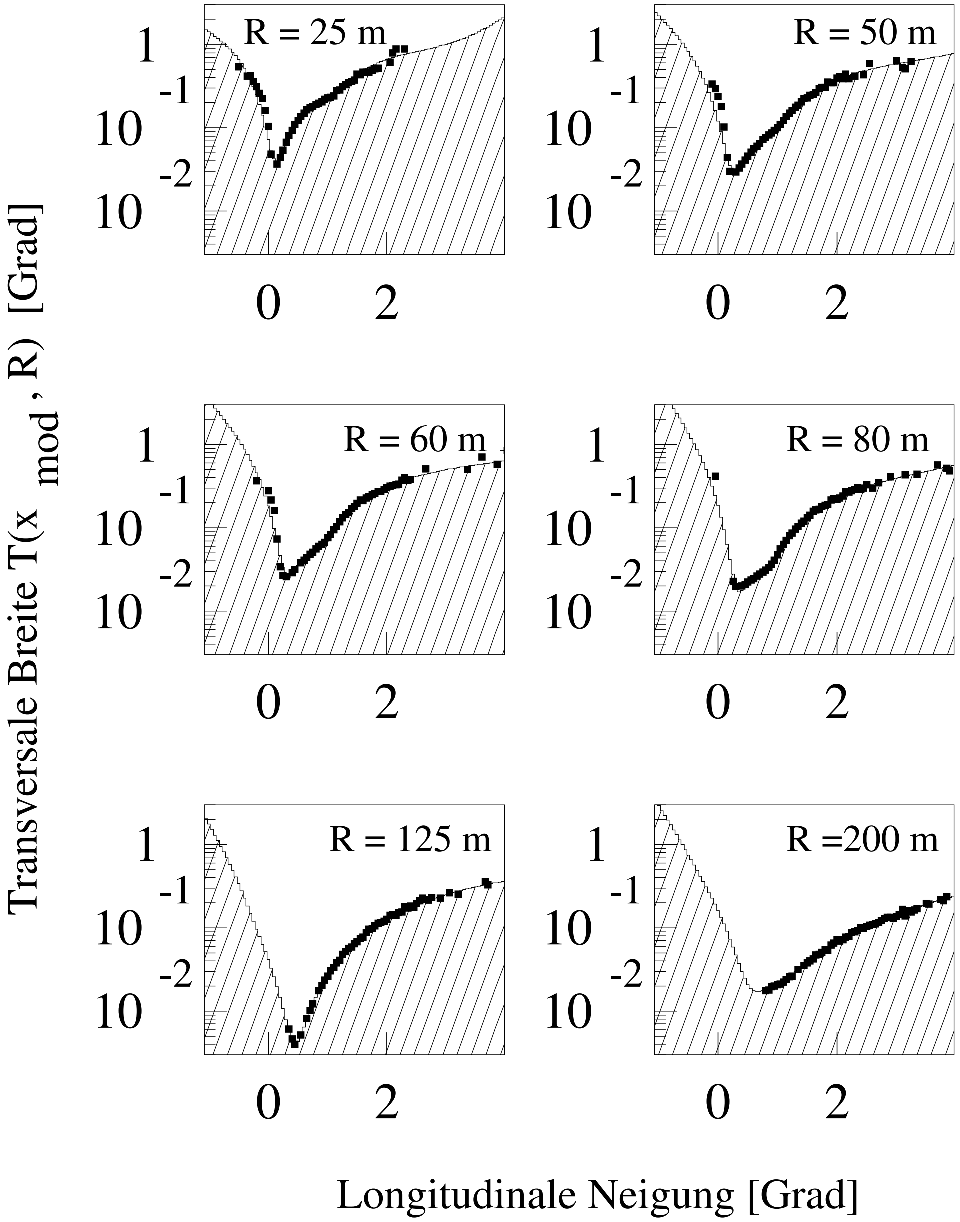


Abbildung 4.14: *Dargestellt sind für sechs verschiedene Schauerabstände der Verlauf der transversalen Breite in longitudinaler Richtung des Cherenkov-Lichtbildes (schraffiert). Überlagert ist die Reproduktion der Breite durch die Spline-Approximation ((■)).*

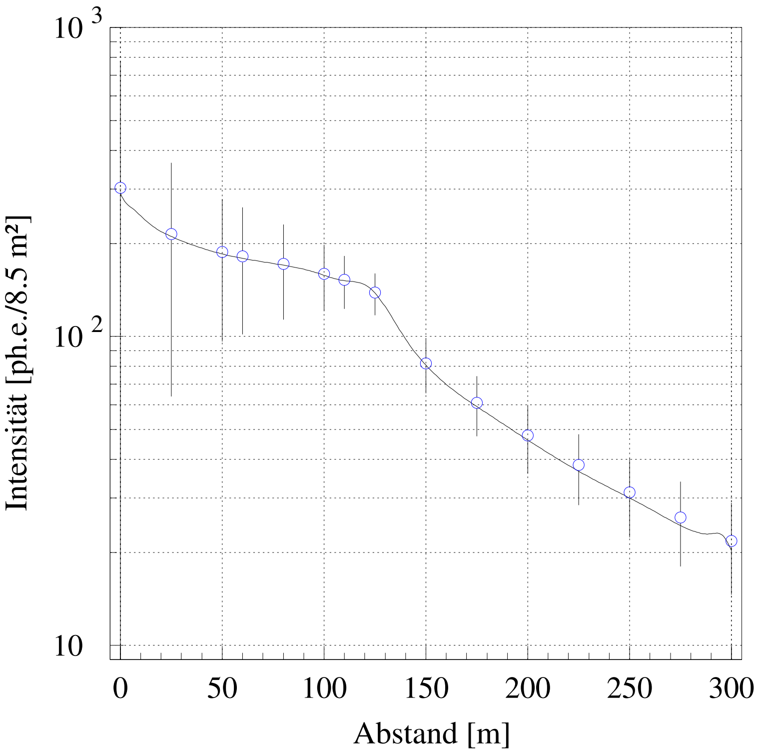


Abbildung 4.15: *Die durchgezogene Linie ist die berechnete Lateralverteilung aus dem Modell.* $\circ$ *ist die entsprechende Verteilung aus dem Monte-Carlo. Die Fehlerbalken symbolisieren die Fluktuationen der Amplitude über viele Schauer.*

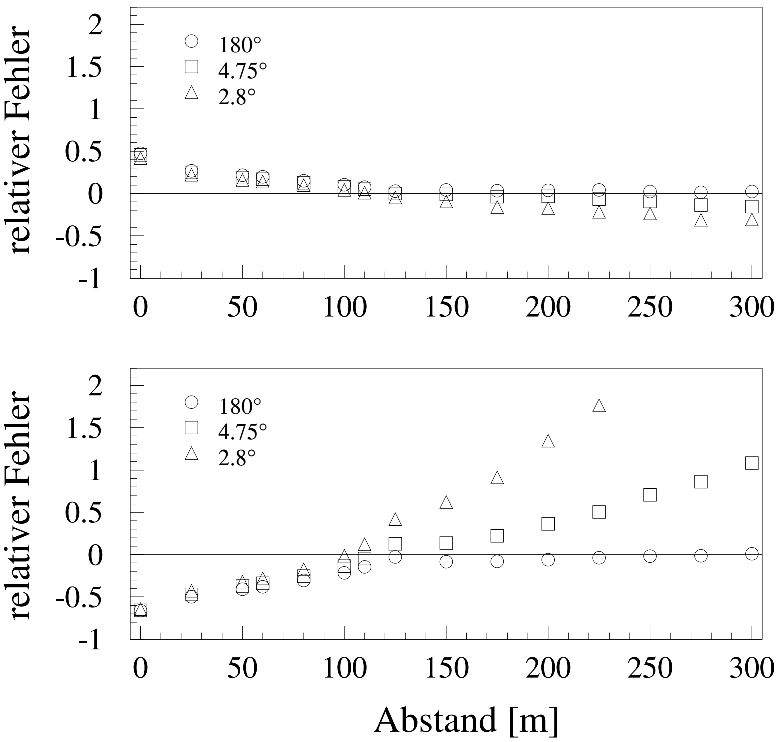


Abbildung 4.16: *Dargestellt ist die relative Abweichung in der Lateralverteilung des Cherenkov-Lichts, wenn die Verteilung von 1 TeV auf 0.5 TeV (oben) bzw. auf 10 TeV (unten) skaliert wird. Der Verlauf ist für ein Gesichtsfeld von* $2.8^0$, $4.75^0$ *und* $180^0$ *dargestellt.*

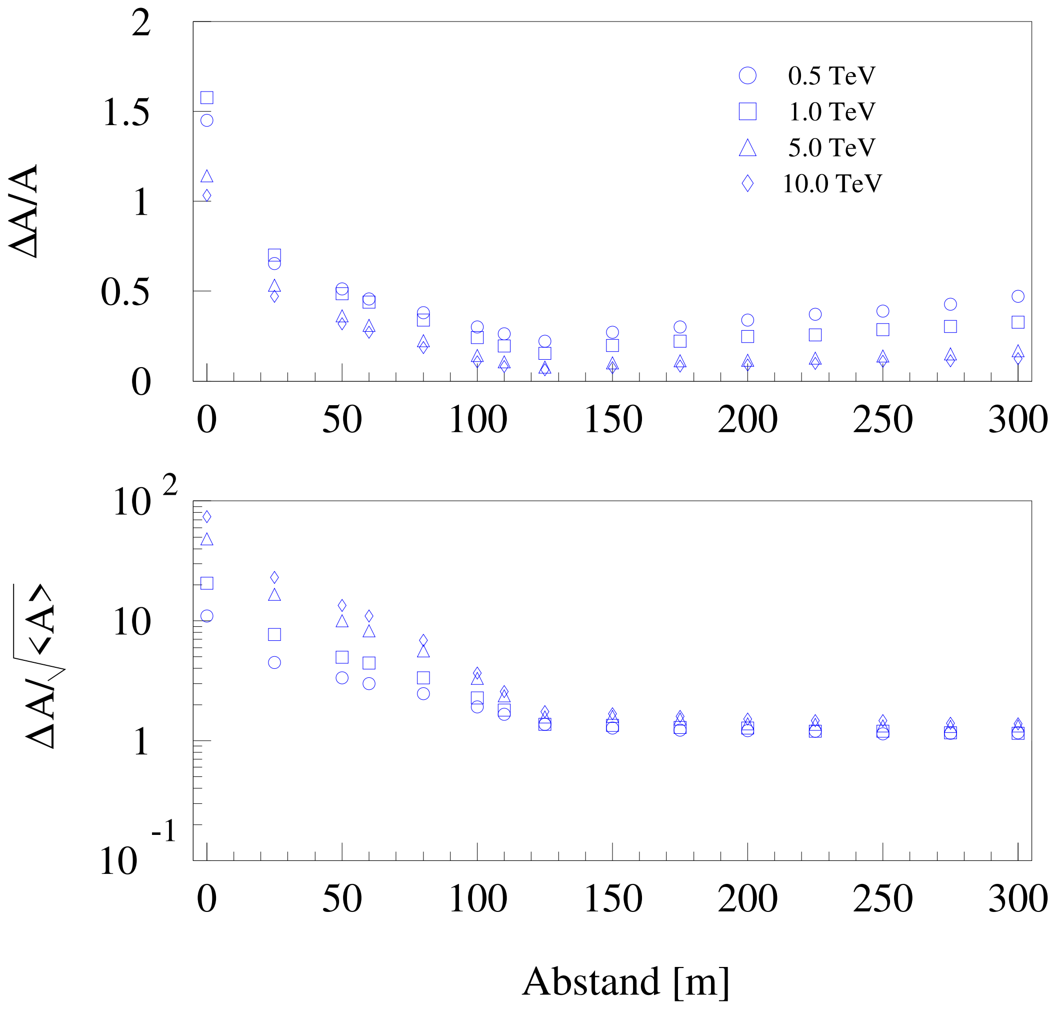


Abbildung 4.17: *Dargestellt ist die relative Schwankung $\Delta A/A$ der Lichtamplitude $A$ in Einheiten von Photoelektronen als Funktion des Abstands (oben) und die normierte Amplitudenschwankung $\sqrt{\text{mittlere Amplitude}}$ $\Delta A/\sqrt{< A >}$. Darstellung für $\gamma$-Schauer verschiedener Energien.*

# Kapitel 5

# Schauerrekonstruktion mit einem Cherenkov-Teleskop-System

Im vorhergehenden Kapitel wurde die Modellierung der Intensitätsverteilung des Cherenkov-Bildes von $\gamma$-Schauern im TeV-Bereich in Abhängigkeit vom Abstand und der Energie beschrieben. Damit ist es möglich die volle Bildinformation individueller Ereignisse so auszunutzen, um daraus wieder Schauerparameter abzuleiten. Dies wird durch eine $\chi^2$-Anpassung realisiert. Ziel des $\chi^2$-Minimierungsverfahren ist es, die Schauerparameter so zu bestimmen, daß die vorhergesagten und die beobachteten Bilder optimal übereinstimmen und zwar unter Berücksichtung aller gemessenen Cherenkov-Bilder in den verschiedenen Kameras eines Teleskop-Systems.

## 5.1 $\chi^2$-Minimierungsverfahren

Mit der in Gl. 4.3 und 4.4 beschriebenen Modellfunktion läßt sich für einen parallel zur Teleskopachse einfallenden elektromagnetischen Schauer mit der Energie $E$ und dem Abstand $R$ zu einem Teleskop in jedem Pixel der Kamera die Zahl der Photoelektronen vorhersagen. Im allgemeinen hat aber die Schauerachse eine beliebige Neigung und einen beliebigen Auftreffpunkt relativ zum Teleskop. Das bedeutet, daß das modellierte Bild bezüglich einem festen Kamerasystem beliebig orientiert sein kann, siehe dazu Abb. 5.1. Die Neigung der Schauerachse gegen die Teleskopachse führt zu einer Verschiebung [1] des Bildes um den Betrag der Neigung. Zudem ist das Bild immer so orientiert, daß die Hauptachse des Bildes immer in Richtung Schauerauftreffpunkt ausgerichtet ist. Die folgenden Überlegungen, die die Geometrie betreffen, seien der Einfachheit halber für ein Teleskop-System dargestellt, bei dem sich alle Teleskope in einer Ebene befinden und deren optischen Achsen alle vertikal dazu ausgerichtet sind; d.h. die Bilder in den Brennebenen liegen alle in derselben Ebene. Für den allgemeinen Fall muß zusätzlich noch die räumliche Ausrichtung der Teleskope über die Rotationsmatrizen (Kapitel 3) mitbeachtet werden.

Wählt man ein Koordinatensystem in der Kamera, das mit der Pixelmatrix verankert ist, so besteht zwischen den Koordinaten $\vec{x}_{cam} = (x_{cam}, y_{cam})$ des Kamerasystems und denen des

[1] Da es sich hier um kleine Winkel handelt resultiert die Neigung eines Schauers in einer einfachen Verschiebung des Bildes, solang die Kleinwinkelnäherung der trigonometrischen Funktionen gültig ist.

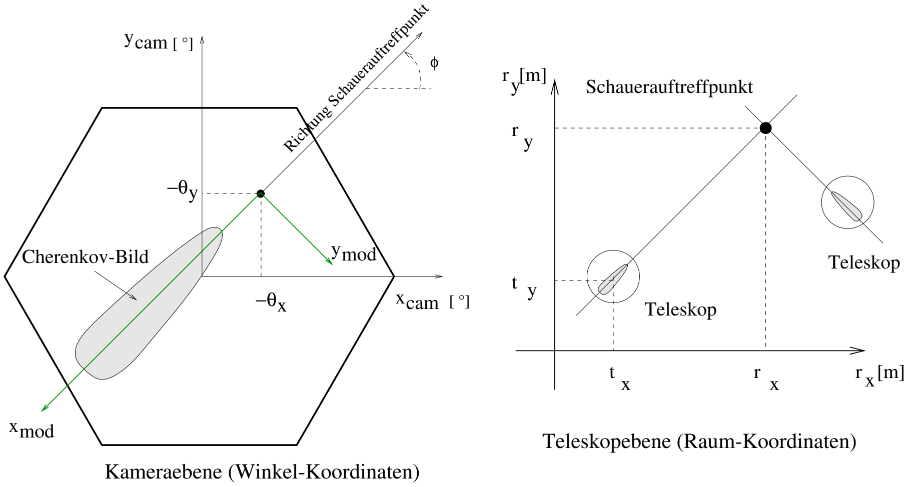


Abbildung 5.1: *Schematische Zeichnung des Cherenkov-Bildes in der Kameraebene. Die Hauptachse des Bildes zeigt in Richtung Schauerauftreffpunkt in der Bildebene. $\theta_x, \theta_y$ ist die Neigung der Schauerachse relativ zur Teleskopachse.*

Cherenkov-Bild-Modells $\vec{x}_{mod} = (x_{mod}, y_{mod})$ die Beziehung:

$$\vec{x}_{mod} = \mathcal{R}(\vec{x}_{cam} + \vec{\theta}) \text{ mit } \mathcal{R} = \frac{1}{R} \begin{pmatrix} -(r_x - t_x)/q & -(r_y - t_y)/q \\ (r_y - t_y) & -(r_x - t_x) \end{pmatrix} \tag{5.1}$$

dabei ist $R = \sqrt{(r_x - t_x)^2 + (r_y - t_y)^2}$ der Abstand des Schauerauftreffpunkts $(r_x, r_y)$ zur Position $(t_x, t_y)$ des Teleskopes. $\vec{\theta} = (\theta_x, \theta_y)$ ist die Schauerneigung und $q$ der in Gl. 4.1 eingeführte Skalierungsfaktor.

Wird mit mehreren Teleskopen ein Schauer gleichzeitig beobachtet, so kann eine $\chi^2$-Funktion gebildet werden, mit der es möglich ist, alle in den einzelnen Teleskopen gemessenen Bilder gleichzeitig an das Modell anzupassen, um daraus einen Satz von Schauerparametern zu gewinnen. Befinden sich also die Teleskope an den Stellen $\vec{r}_t = (r_{x,t}, r_{y,t})$ und ist $M_t^{mea}(\vec{x}_i)$ die gemessene Anzahl an Photoelektronen in Pixel Nummer $i$, das die Kamera-Koordinaten $\vec{x}_i$ hat, so folgt für die $\chi^2$-Anpassungsfunktion:

$$\chi^2 = \sum_{Teleskope} \sum_{Pixel} \left( \frac{M_t^{mea}(\vec{x}_i) - 1/q\, M_t^{mod}(\mathcal{R}(\vec{x}_i + \vec{\theta}); E, R)}{\sigma_{i,t}} \right)^2 \tag{5.2}$$

Die $\chi^2$-Funktion hängt damit von sechs Parametern ab; der Energie, der Neigung des Schauers, dem Schauerauftreffpunkt und der Eindringtiefe des Schauers in der Atmosphäre. Dabei sind $1/\sigma_{i,t}$ die Gewichte der Residuen. Ihre Wahl wird im nächsten Abschnitt diskutiert. Die Summation $i$ wird im allgemeinen nicht über alle Pixel gehen, sondern es wird dazu eine geeignete Region um das Bild gewählt (Fit-Region), um Rechenzeit zu sparen. Desweiteren werden auch nicht alle Teleskope $t$ des entsprechenden Systems verwendet, sondern nur diejenigen, deren Bild eine ausreichende Information enthält.

### 5.1.1 Gewichtung der $\chi^2$-Funktion

Bei einer Normalverteilung der gemessenen Pixelamplituden um die jeweilige Vorhersage in dem Pixel stellt $\sigma_i^2$ gerade die Fluktuation bzw. die Varianz der Amplitude dar. Diese Fluktuation setzt sich aus mehreren Komponenten zusammen, die sich aber im wesentlichen in drei Teile gliedern und sich quadratisch addieren.

$$\sigma^2 = \sigma^2_{Amp} + \sigma^2_{PMT} + \sigma^2_{NSB} \tag{5.3}$$

#### Amplitudenrauschen

Der erste Teil beschreibt die Fluktuationen angefangen von der Entstehung der Cherenkov-Photonen über die Reflexion am Spiegel bis zu den konvertierten Photoelektronen nach der Photokathode des PM. Der dominierende Teil dabei sind die intrinsischen Fluktuationen des Schauers. Das sind Fluktuationen in der Eindringtiefe und in der individuellen Entwicklung des Schauers. Die statistischen Nachweisprozesse vom Spiegel bis einschließlich der Photokathode werden als poissonverteilt angenommen. In Abschnitt 4.8 wurde gezeigt, daß das Amplitudenrauschen vom Schauerabstand und dessen Energie abhängt. Im folgenden wird aber der Einfachheit halber von einer Poissonverteilung ausgegangen, deren Breite in Wirklichkeit aber um einen Faktor $f \geq 1$ größer ist.

#### Verstärkung am Photomultiplier

Treffen $N$ Photoelektronen auf die erste Dynode der Photomultiplierröhre (PMT), so nehmen sie an dem Vervielfachungsprozess in der Röhre teil und werden verstärkt. Die Vervielfachung der Elektronen an jeder Dynode unterliegt näherungsweise einer Poisson-Statistik. Das resultierende Signal nach vielen Dynoden kann in hinreichender Näherung als normalverteilt angenommen werden, mit einer relativen Breite $\Delta N/N \approx 0.5\sqrt{N}$.

#### Hintergrund-Licht vom Nachthimmel

Überlagert ist ein Rauschbeitrag der aus dem Photonenfluß des Nachthimmels herrührt. Dieser äußert sich aufgrund der AC-Kopplung des ADC's in einer Verbreiterung der Nulline. Aus Messungen von [Heß 95] mit PMT's von Thorn EMI, die unter den erwarteten Betriebsbedingungen auf La Palma einem Hintergrund-Licht ausgesetzt wurden, wurde bei einem mittleren PMT-Strom von 2 $\mu$A eine Breite der Nulline von 1.3 ph.e. entnommen. Einzelne Sterne im Gesichtsfeld erhöhen in dem jeweiligen Pixel diesen Beitrag und müssen gesondert behandelt werden.

Die Kehrwerte der Gewichte in der $\chi^2$-Funktion werden deshalb wie folgt angenommen.

$$\sigma^2_{i,t} = f\, M^{mea}_{i,t} + 0.5\, M^{mea}_{i,t} + (1.3\text{ph.e.})^2 \tag{5.4}$$

### 5.1.2 Minimierungsfunktion

Die numerische Minimierung der $\chi^2$-Funktion wird mit einer Routine E04FCF aus der [NAG Fortran M14 Library 1990] durchgeführt. Diese Routine ist optimiert zur Minimierung

einer Summe aus Quadraten eines nicht-linearen Problems ohne Nebenbedingungen. Die Suchmethode zum Auffinden eines lokalen Minimums von einem vorgegebenen Startwert aus ist ein Quasi-Newton Verfahren, das die Hesse-Matrix bei jeder Iteration approximiert. Nach einer erfolgreichen Minimierung erhält man einen Satz von Fitparametern $\vec{p_0}$. Anschließend kann eine komplette Kovarianz-Matrix $\mathcal{C}$ durch die Funktion E04YCF
[NAG Fortran M14 Library 1990] berechnet werden. Sie ergibt sich aus der Hesse-Matrix $\mathcal{H}(\vec{p_0})$ für den $\chi^2$-Fit mit $N$ Punkten und $N_p$ Parametern aus:

$$\mathcal{C} = \frac{2\,\chi^2(\vec{p_0})}{N - N_p}\,\mathcal{H}^{-1}(\vec{p_0}) \tag{5.5}$$

## 5.2 Anwendung auf ein System von 5 Teleskopen

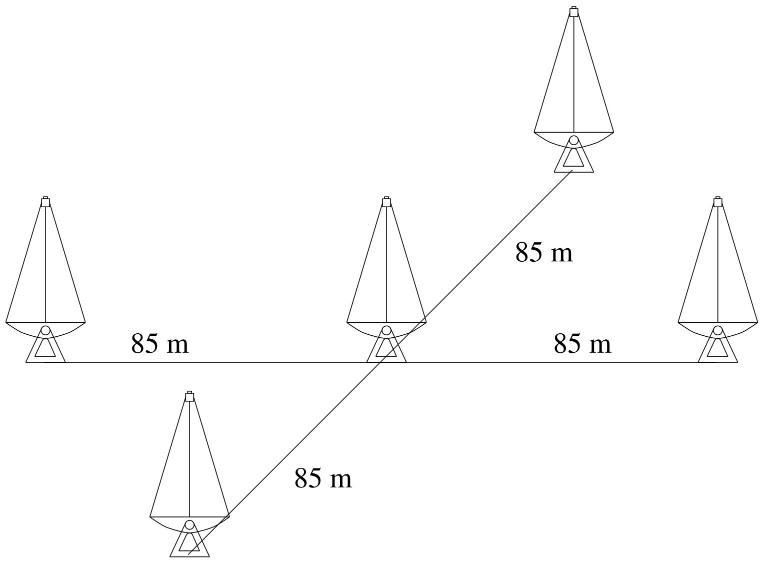


Abbildung 5.2: *Darstellung des Cherenkov-Teleskop-Systems, wie es in der Simulation verwendet wird. 5 Teleskope wurden im Zentrum und an den Ecken eines Quadrates angeordnet. Der Abstand der vier Äußeren zum Zentralen beträgt 85 m.*

Das $\chi^2$-Minimierungsverfahren wird auf Daten angewendet, die in einer Monte Carlo Simulation eines System von Cherenkov-Teleskopen erzeugt wurden. Das System besteht in der Simulation aus 5 Cherenkov-Teleskopen. Diese sind im Zentrum und an den Ecken eines Quadrates angeordnet. Der Abstand des zentralen Teleskops zu je einem anderen beträgt 85 m (Abb. 5.2). Jedes Teleskop hat eine Spiegelfläche von 8.5 m$^2$ und eine 271 Pixel PMT-Kamera mit einer Granularität von $0.25^0$. Die Anordnung befindet sich in einer atmosphärischen Tiefe von 800 g/cm$^2$ ($\approx$ 2200 m). Die simulierten Nachweiseffizienzen sind die selben, wie in Abschnitt 4.1 beschrieben. [2] Jedem Signal wurde ein Untergrundrauschen von 1.3 ph.e und ein Verstärkungsrauschen, wie oben beschrieben, überlagert. Der Einfachheit halber wurde $f = 1$ gesetzt.

[2]Diese Nachweiseffizienzen beziehen sich noch auf die Angaben für die PMT und Plexiglaslichtrichter des Prototyp-Teleskopes. Die technischen Daten von CT 3 zeigen aber eine ca. 30 % höhere Nachweiseffizienz gemittelt über den Wellenlängenbereich von 300-600 nm.

In dem Energiebereich von 0.5 - 10 TeV wurden vertikale $\gamma$-Schauer simuliert, deren Auftreffpunkte in einem Radius von 250 m um das zentrale Teleskop gleichmäßig verteilt wurden. Die Simulation der Schauer wurde in acht verschiedenen Energieintervallen durchgeführt (0.5-0.7 TeV, 0.7-1.0 TeV, 1.0-1.5 TeV, 1.5-2.0 TeV, 2.0-3.0 TeV, 3.0-5.0 TeV, 5.0-7.0 TeV, 7.0-10.0 TeV). Innerhalb eines Energieintervalls wurden die Schauerenergien gleichverteilt.

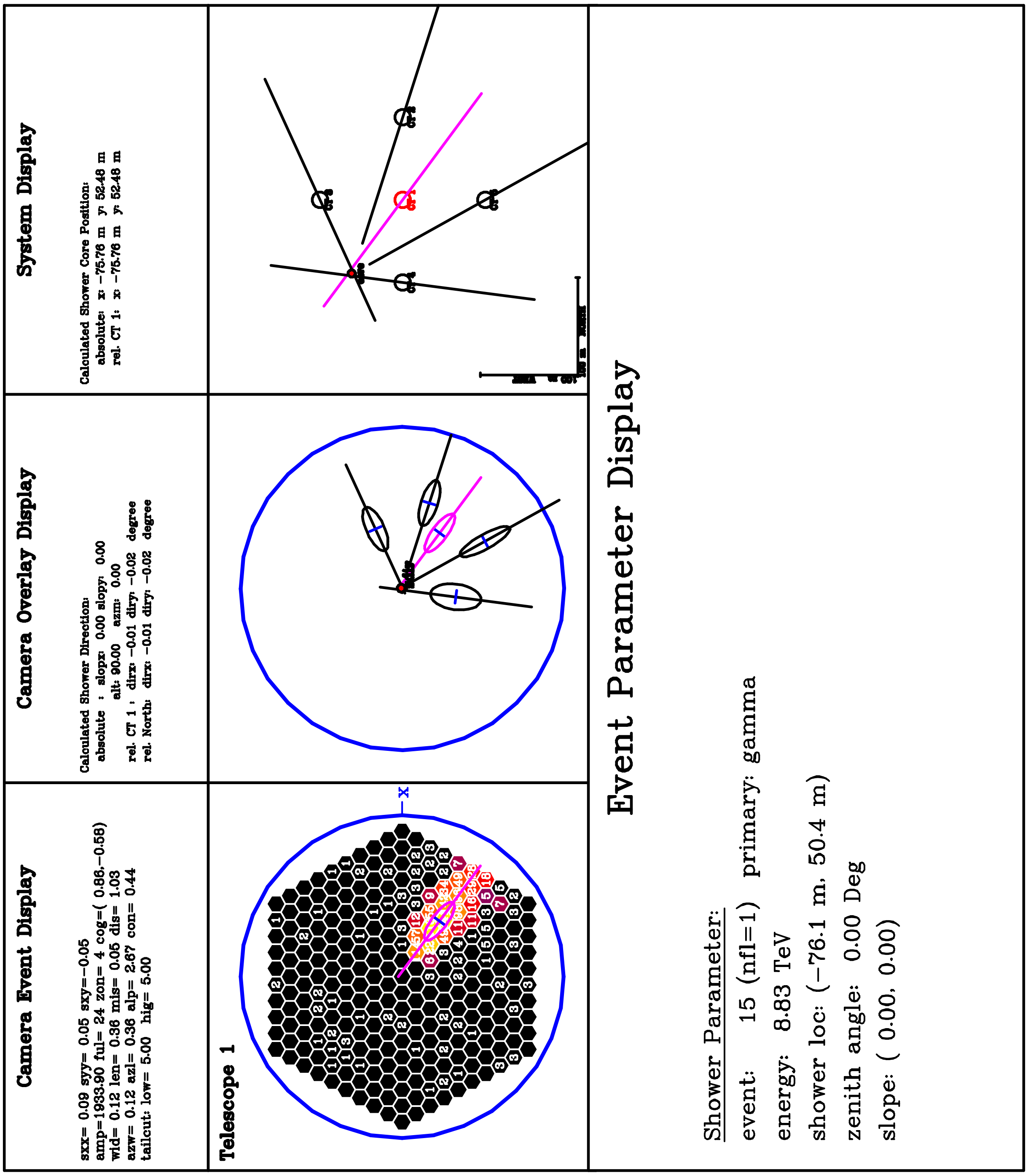


Abbildung 5.3: *Rekonstruktion eines simulierten $\gamma$-Ereignisses mit einem System von 5 Cherenkov-Teleskopen, mit jeweils einer 271 Pixel-Kamera.*

### 5.2.1 Wahl der Startbedingungen

#### Trigger und Teleskope

Ein Ereignis wurde im folgenden dann rekonstruiert, wenn für mindestens 2 der 5 Teleskope (abgekürzt 2/5) folgende Triggerbedingung erfüllt war: 2 aus 271 Pixel müssen mehr als 10 ph.e. (abgekürzt 2/271 mit $q_0$=10 ph.e.) registriert haben und diese beiden Pixel müssen zudem benachbart sein [Köhler 95]. Der $\chi^2$-Fit wurde auf zwei verschiedene Weisen auf ein solches Ereignis angewendet:

1. nur die Teleskope des Systems, die diese Triggerbedingung erfüllen werden im $\chi^2$-Fit verwendet (Teleskopauswahl 1)

2. zusätzlich zu den getriggerten Teleskopen wurden auch solche verwendet, die zwar die Triggerbedingung nicht erfüllten, aber trotzdem eine Gesamtlichtmenge von 20 ph.e. registriert haben (Teleskopauswahl 2)

Die Untersuchung der zweiten Bedingung ist deswegen sinnvoll, weil die Kameras der HEGRA-System-Teleskope mit FADC's ausgelesen werden und damit bei einem System-Trigger auch die Information in den einzelnen Pixeln der nicht-getriggerten Teleskope verwendet werden kann.

#### Startwerte

Um für das Fit-Verfahren geeignete Startwerte zu jedem Ereignis zu bekommen, wird eine komplette Rekonstruktion der Schauerrichtung und des Auftreffpunkts, wie in 3.3 beschrieben, durchgeführt. In Abb. 5.3 ist ein simuliertes Ereignis aus dem verwendeten Datensatz dargestellt. Es wird illustriert wie das Ereignis mit der herkömmlichen geometrischen Methode auf Basis der Tensormethode (Zweiten-Momenten-Analyse) rekonstruiert werden kann. Aus dem so bestimmten Startwert für den Schauerauftreffpunkt wird der Abstand $R_t$ zu jedem Teleskop $t$ bestimmt. Ist $N_t$ die Anzahl der Teleskope und $A_t$ die Gesamtamplitude in Teleskop $t$, also die Lichtmenge in diesem Teleskop, so kann mit der groben Näherung $E = 1/N_T \sum_{Teleskope} A_t/200\,\mathrm{ph.e.}\exp(-R_t/120\,\mathrm{m})$ die Energie des Schauers abgeschätzt werden. Der anfängliche Startwert für die Höhe des Schauermaximums wird zu $q = 1$ gewählt.

#### Fit-Region

Neben der Wahl der Startwerte ist für das $\chi^2$-Verfahren auch die richtige Wahl der Fit-Region wichtig, d.h. des Bereichs an Pixeln, die in den Fit miteinbezogen werden. Einerseits sollen nicht alle Pixel bei der Anpassung verwendet werden, da mit der Anzahl auch die Rechenzeit ($\propto$ Anzahl) erhöht wird. Auf der anderen Seite darf aber durch eine starke Einschränkung der Anzahl nicht Information verloren gehen. Deshalb wird eine Region in der Kamera gewählt, die vom Bild selbst abhängt. Dazu werden die beiden Hillas-Parameter (Abschnitt 2.3.3), *width* und *length*, die ein Maß für die Breite und Länge des Bildes sind, verwendet, um eine geeignete Region zu definieren. Zum $\chi^2$-Fit tragen dann alle Pixel bei, die innerhalb einer Ellipse liegen, deren Halbachsen 5 mal die *length* und 5 mal die *width* des jeweiligen Bildes betragen. Um Ereignisse mit $width = 0$ richtig zu bearbeiten wird eine untere Grenze von $0.05^0$ für die *width* und $0.25^0$ für die *length* vorgegeben. Dadurch wird gewährleistet, daß die so erhaltene Region das gesamte Bild beinhaltet und zudem eine ausreichende Anzahl an Pixeln außerhalb des Bildes enthält. Diese Pixel enthalten zwar nur ein Rauschen, sie geben aber dem $\chi^2$-Verfahren eine ausreichende

Stabilität. Dies ist besonders wichtig bei der Anwendung an einem Teleskop (siehe Kap. 6), weil die Orientierung des Bildes nicht mehr durch ein weiteres Bild in einem anderen Teleskop beschränkt wird. In diesem Fall muß die untere Grenze für die *width* auf $0.25^0$ erhöht werden. Bei der Anwendung auf mehrere Teleskope ist das Verfahren durch die simultane Anpassung an mehr als 2 Teleskope stabilisiert und bekommt außerdem beim Start Werte, die schon recht nahe am Minimum liegen.

### 5.2.2 Rekonstruktion von Schauerparametern

Die Qualität der Rekonstruktion der einzelnen Schauerparameter mit dem $\chi^2$-Minimierungsverfahren wird im folgenden für das Energieintervall zwischen 1.0 und 1.5 TeV diskutiert, wobei alle Teleskope entsprechend der Teleskopauswahl 2 verwendet wurden. Die Rekonstruktion der Schauerrichtung und des Schauerauftreffpunktes werden mit der Zweiten-Momenten-Analyse verglichen.

#### Schauerrichtung

Abb. 5.4 zeigt die Differenz $\Delta\theta_x$ zwischen der rekonstruierten und der wahren Schauerrichtung in einer Komponente im Vergleich mit der Tensormethode. Die rekonstruierte Richtung ist ohne systematische Abweichung um den wahren Wert nahezu normalverteilt. Lediglich an den Fußpunkten ist die Verteilung etwas breiter. Die entsprechende radiale Abweichung $\Delta\theta_r = \sqrt{\Delta\theta_x^2 + \Delta\theta_y^2}$ ist in Abb. 5.5 dargestellt. An die Verteilung wurde die Funktion $p_2\Delta\theta_r/p_1^2 \exp(-1/2\,(\Delta\theta_r/p_1)^2)$ angepaßt, die bei einer symmetrischen Normalverteilung zu erwarten ist. Die Verteilung paßt gut an die Funktion, jedoch zeigen sich auch hier Ausläufer zu größeren Werten hin, was an der schlechteren Rekonstruktion von sehr lichtschwachen Ereignissen liegt, die vor allem bei großen Schauerabständen auftreten. Als radiale Auflösung der Schauerrichtung wird deshalb der Wert aus der Verteilung genommen, bei dem 68 % der Ereignisse kleinere Abweichungen haben. Die Schauerrichtung kann somit im Energiebereich 1-1.5 TeV auf $0.11^0$ rekonstruiert werden.

#### Schauerposition

Auch der Schauerauftreffpunkt am Boden wird ohne systematische Abweichung rekonstruiert, siehe Abb. 5.6 und 5.7. Auch hier zeigen sich, wie zuvor bei der Schauerrichtung schlecht rekonstruierte Ereignisse, die die Ausläufer der Verteilung bilden, die bei der geometrischen Rekonstruktion durch die Tensormethode ausgeprägter sind. Der Schauerauftreffpunkt kann durch den $\chi^2$-Fit mit einer Genauigkeit von ca. 13 m aufgelöst werden.

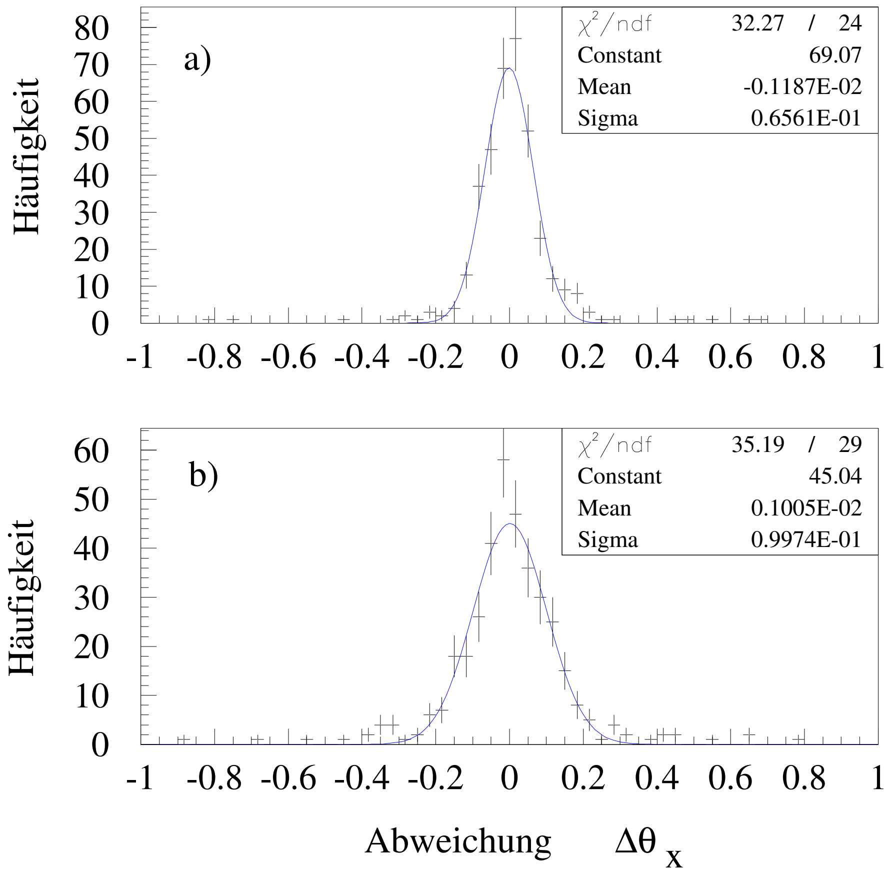


Abbildung 5.4: *Abweichung $\Delta\theta_x$ der rekonstruierten von der wahren Schauerrichtung in der x-Komponente für a) den $\chi^2$-Fit und b) die Tensormethode.*

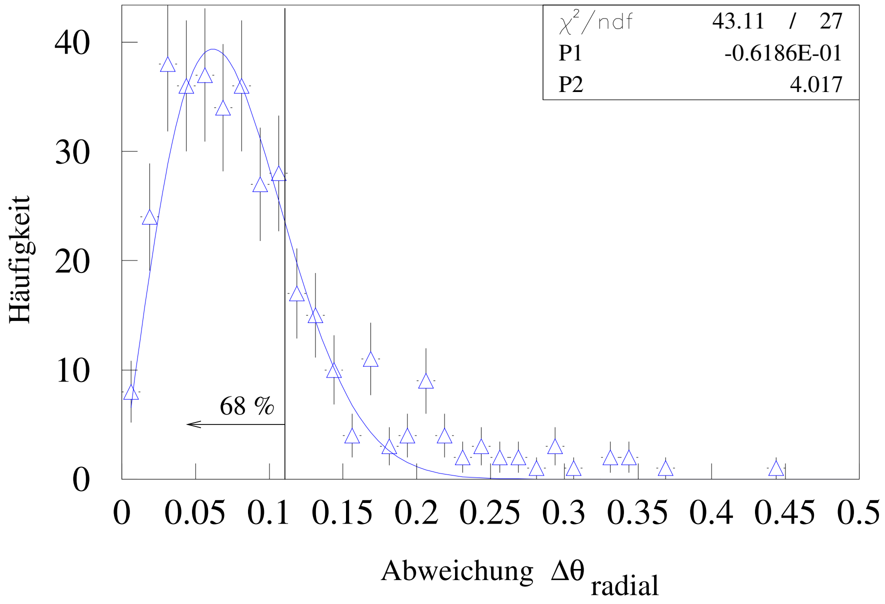


Abbildung 5.5: *Radiale Abweichung $\Delta\theta_r$ der rekonstruierten von der wahren Schauerrichtung mit dem $\chi^2$-Fit. An die Verteilung wurde eine Funktion der Form $p_2 \Delta\theta_r / p_1^2 \exp(-1/2\,(\Delta\theta_r/p_1)^2)$ angepaßt. Eingezeichnet ist die Stelle, an der 68 % der Einträge links davon liegen. Die Auflösung des $\chi^2$-Fits liegt bei $0.11^0$.*

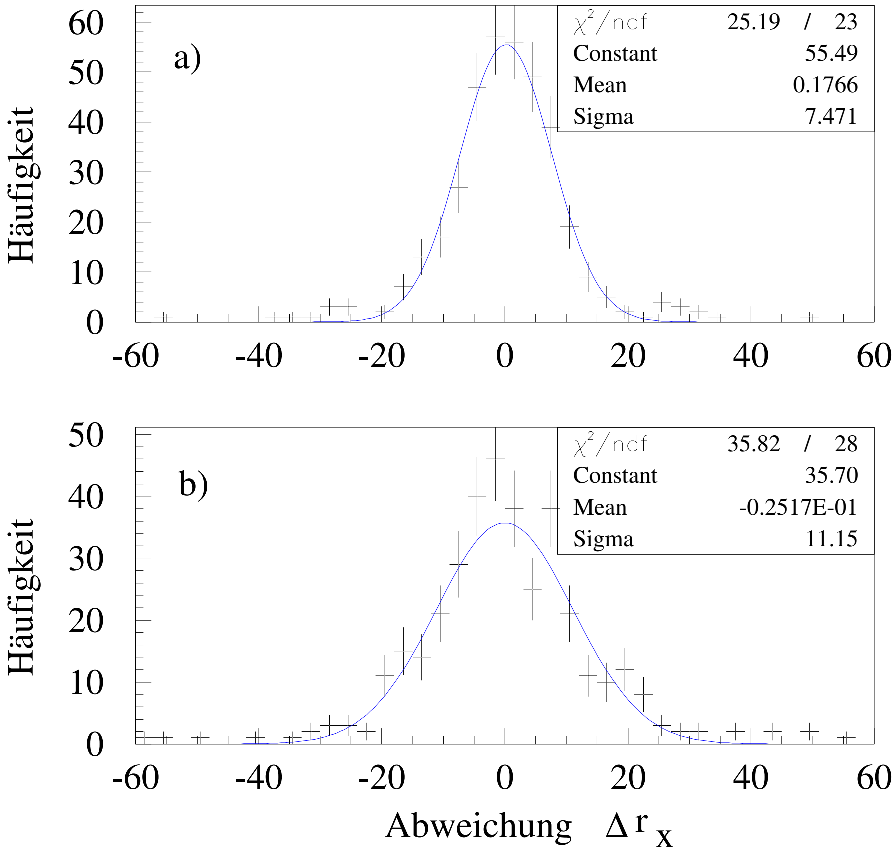


Abbildung 5.6: *Abweichung $\Delta r_x$ des rekonstruierten vom wahren Schauerauftreffpunkt in der x-Komponente für a) den $\chi^2$-Fit und b) die Tensormethode.*

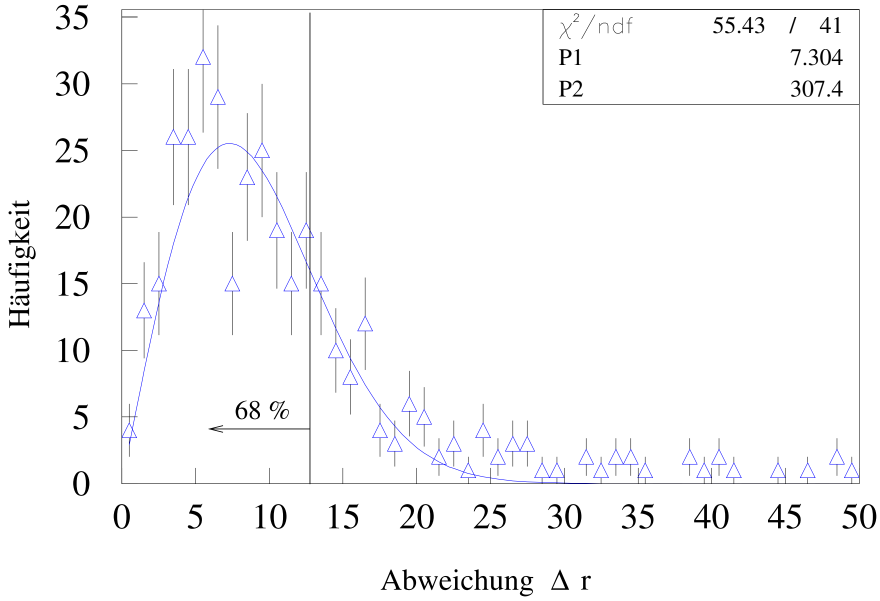


Abbildung 5.7: *Radiale Abweichung $\Delta r$ des rekonstruierten vom wahren Schauerauftreffpunkt mit dem $\chi^2$-Fit bei einer Energie von 1.0-1.5 TeV . An die Verteilung wurde eine Funktion der Form $p_2\,\Delta r/p_1^2\,\exp(-1/2\,(\Delta r/p_1)^2)$ angepaßt. Eingezeichnet ist die Stelle an der 68 % der Einträge links davon liegen. Sie liegt bei 12.7 m.*

### Energie

Die relative Energieauflösung (Abb. 5.8) zeigt eine leicht asymmetrische Form mit Ausläufern zu Werten hin, bei denen die Energie stark überschätzt wurde. Dies sind ca. $\leq$5 % der Ereignisse. Der größte Teil wird jedoch richtig mit einer relativen Genauigkeit von ca. 20 % rekonstruiert, wobei eine systematische Unterschätzung von 10 % vorhanden ist. Grund für die Asymmetrie sind die unterschiedlichen Entwicklungen einzelner Schauer in der Atmosphäre. Vereinzelt kann ein Schauer sehr tief in die Atmosphäre eindringen, weshalb im Teleskop viel Licht deponiert wird. Die Energie wird dadurch überschätzt.

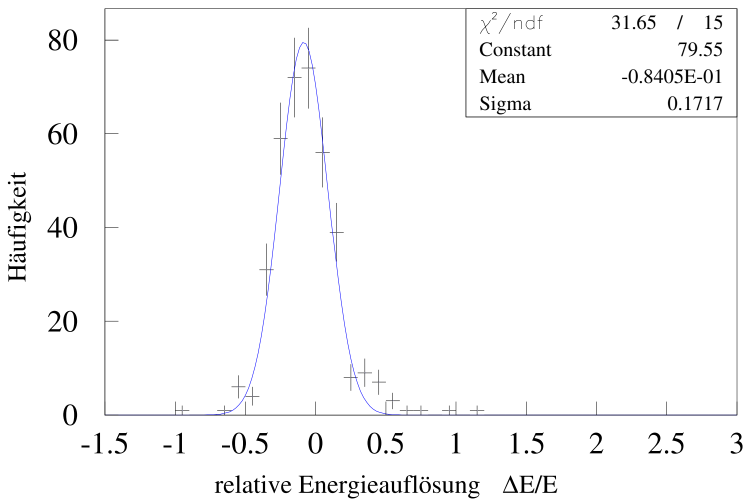


Abbildung 5.8: *Gezeigt ist die relative Energieauflösung in dem Energiebereich zwischen 1.0 und 1.5 TeV.*

### Schauermaximum

Die Rekonstruktion der atmosphärischen Tiefe des Schauermaximums $X$ findet über die Beziehung mit dem Skalierungsfaktors $q$ aus Gl. 4.1 statt. Es folgt:

$$X = <X>_{1\ \mathrm{TeV}} \left[ \left( \ln \frac{<X>_{1\ \mathrm{TeV}}}{X_{\mathrm{N.N.}}} + 1 \right) - q \cdot \left( \ln \frac{<X>_{1\ \mathrm{TeV}}}{X_{\mathrm{N.N.}}} \right) \right] \tag{5.6}$$

Die mittlere Eindringtiefe für einen 1 TeV $\gamma$-Schauer, auf die das Modell normiert wurde, ist nach Gl. 2.1 $<X>_{1\ \mathrm{TeV}}$=341 g/cm$^2$. Damit ergibt sich die Berechnung des Schauermaximums $X$ aus $q$:

$$X = -36\ \mathrm{g/cm}^2 + q \cdot 377\ \mathrm{g/cm}^2 \tag{5.7}$$

Der Vergleich der erwarteten Abhängigkeit von $q$ ist in Abb. 5.9 wieder für das Energieintervall 1.0-1.5 TeV dargestellt. Für sehr kleine und sehr große Eindringtiefen gilt die linear genäherte

Beziehung nicht mehr, was andeutungsweise in der Abb. 5.9 zu sehen ist. Mit größerer Energie verschiebt sich die Verteilung entlang der Geraden zu größeren $q$ Werten hin. Die Genauigkeit, mit der letztendlich das Schauermaximum bestimmt werden kann, ist in Abb. 5.10 gezeigt. Es zeigt sich eine aus der Näherung resultierende systematische Abweichung von 0.2 Strahlungslängen, wobei die Verteilung selbst eine Breite von 0.9 Strahlungslängen hat.

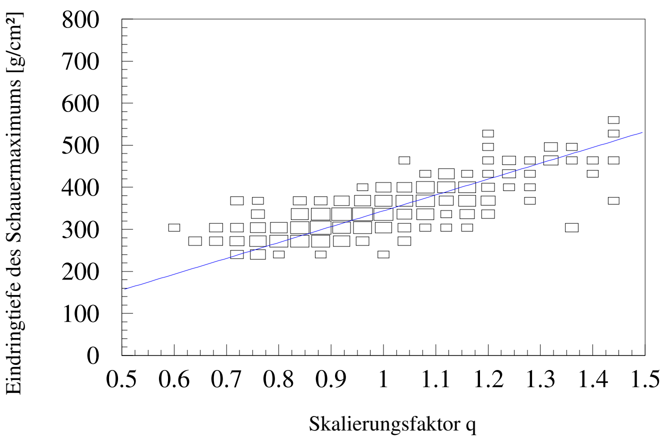


Abbildung 5.9: *Aufgetragen ist die Tiefe des Schauermaximums gegen den angepaßten Skalierungsfaktor q der simulierten Ereignisse im Energiebereich 1.0-1.5 TeV. Die Gerade zeigt die erwartete Abhängigkeit aus Gl. 5.8.*

### 5.2.3 Auflösungen als Funktion der Anzahl der verwendeten Teleskope im Fit

Betrachtet man die zweidimensionalen Auflösungen als Funktion der Anzahl $N_t$ der Teleskope, die im Fit verwendet werden (Abb. 5.11), so zeigt sich eine Verbesserung in der Rekonstruktion der Schauerrichtung und des -auftreffpunkts mit wachsender Anzahl. Erwartet wird eine Abhängigkeit der Auflösung $\propto 1/\sqrt{N_t}$. Paßt man an die Datenpunkte die Funktion $C_1/\sqrt{N_t}$ an, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}\Delta\theta_{\text{radial}} &= 0.18^0\,/\sqrt{N_t}\\ \Delta R &= 20\,\text{m}/\sqrt{N_t}\\ \Delta E/E &= 0.33\,/\sqrt{N_t}\end{aligned}$$

Der Verlauf ist verträglich mit $C_1/\sqrt{N_t}$. Jedoch scheint die Auflösungskurve für $\Delta\theta_{\text{radial}}$ und $\Delta R$ steiler als die angepaßte Funktion zu verlaufen. Die Energieauflösung kann aber im Rahmen der Fehler auch als konstant bei ca. 20 % angenommen werden, was bedeutet, das mit 2 Teleskopen bereits die Schauerposition gut genug ermittelt werden kann, so daß in der Energiebestimmung nur noch durch die Schauerfluktuationen dominiert (siehe Abschnitt 4.8).

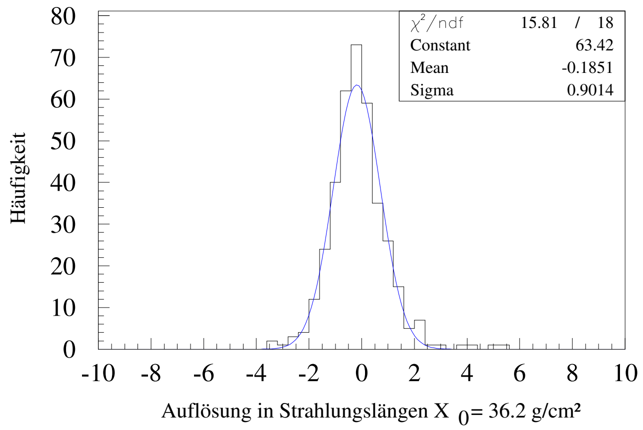


Abbildung 5.10: *Auflösung des Schauermaximums in Einheiten einer Strahlungslänge* $X_0 = 36.2\,g/cm^2$.

### 5.2.4 Auflösungen als Funktion der Energie

Abb. 5.12 a) zeigt die Auflösung der Schauerrichtung mit dem $\chi^2$-Fit als Funktion der Energie. Die beiden Kurven im Bild zeigen den Verlauf, wenn einmal nur die getriggerten Teleskope im Fit verwendet werden (Teleskopauswahl 1) und wenn zusätzlich nicht-getriggerte Teleskope mit einer Mindestamplitude von 20 Photoelektronen mitverwendet werden (Teleskopauswahl 2) . Im Vergleich zur Rekonstruktion mit der Tensormethode Abb. 5.12 b) ist der $\chi^2$-Fit im gesamten betrachteten Energiebereich deutlich besser. Bei Energien bis 1 TeV beträgt der Unterschied ca. 30 %, zu größeren Energien hin beträgt der Unterschied ein Faktor 2. Der Verlauf der Auflösungskurve zeigt bei beiden Methoden das gleiche Verhalten. Die Auflösung wird von kleinen Energien an mit wachsender Energie besser erreicht ein Minimum und wird wieder schlechter. Dabei ist die Verschlechterung bei Energien oberhalb von 2 TeV bei der Tensormethode wesentlich ausgeprägter.

Der Verlauf im unteren Energiebereich ist durch die Anzahl der verfügbaren Teleskope bestimmt. In diesem Bereich wächst die mittlere Anzahl der getriggerten Teleskope und die Auflösung nimmt nach Abb. 5.11 zu. Mit wachsender Energie triggern zunehmend mehr Schauer mit größeren Abständen. Sie sind der Grund für die Verschlechterung im oberen Energiebereich. Der Einfluß weiter entfernter Schauer ist in Abb. 5.13 zu sehen, wo die Auflösung der Schauerrichtung gegen die Energie aufgetragen ist, aber nur Schauer zugelassen wurden, deren Abstand zum zentralen Teleskop kleiner als 120 m beträgt. Der $\chi^2$-Fit wird von entfernten Schauern weitaus weniger stark beeinflußt als die Tensormethode, da er zusätzlich die Information über die Entfernung des Schauers aus dem longitudinalen Profil ausnützt.

Das gleiche Verhalten ist in der Rekonstruktion des Schauerauftreffpunkts, in Abb. 5.14 zu sehen.

Mit der Hinzunahme der Information aus den nicht-getriggerten Teleskopen (Teleskopauswahl 2) tritt im oberen Energiebereich beim $\chi^2$-Fit keine Verbesserung auf. Im Gegensatz dazu

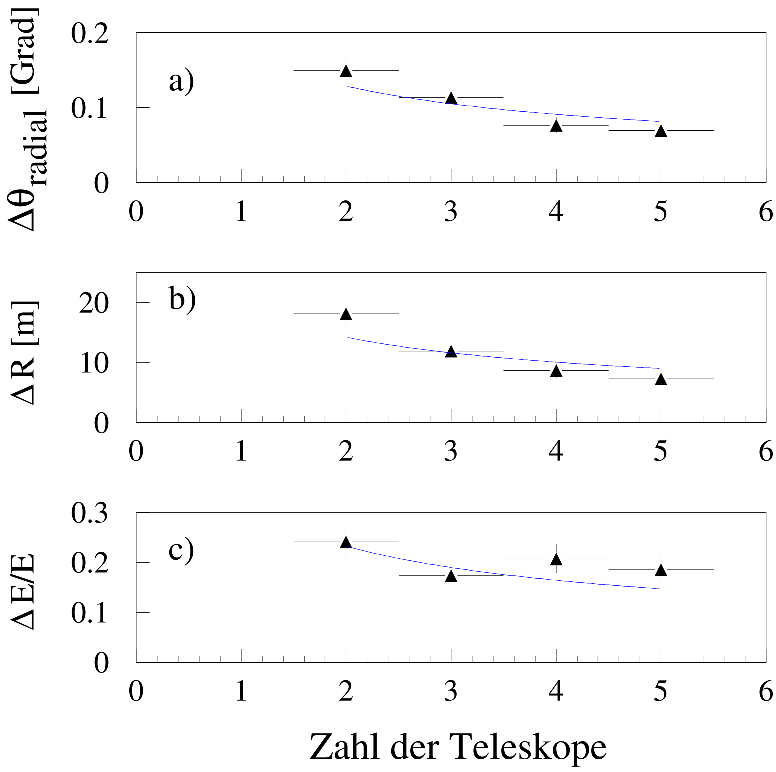


Abbildung 5.11: *Abhängigkeit der zweidimensionalen Auflösung von a) der Schauerrichtung und b) dem Schauerauftreffpunkt als Funktion der Anzahl der im $\chi^2$-Fit verwendeten Teleskope (nur getriggerte Teleskope). Die relative Energieauflösung als Funktion von $N_t$ ist in c) dargestellt. An die Daten wurde die Funktion $C_1/\sqrt{N_t}$ angepaßt.*

wird die Tensormethode sogar noch schlechter. Das zeigt, daß diese Methode stark durch Fluktuationen bzw. durch die Pixeldigitalisierung beeinflußt ist. Auch im Energiebereich unterhalb von 1 TeV wird durch die Hinzunahme zusätzlicher Teleskope die Auflösung der Tensormethode nicht verbessert. Aber beim $\chi^2$-Fit wird durch die zusätzlichen Teleskope die Richtungsrekonstruktion noch einmal um 10-15 % verbessert. D.h., daß bei den sehr lichtschwachen Ereignissen unterhalb der Energieschwelle von ca. 1 TeV die nicht-getriggerten Teleskope zusätzliche Information liefern, die durch den $\chi^2$-Fit ausgewertet wird. Abb. 5.15 (oben) zeigt, das bei 2/5 getriggerten Teleskopen im Mittel 0.8 Teleskope zusätzlich verwendet werden können. Dadurch kann gerade im unteren Energiebereich aufgrund der Erhöhung der mittlerer Anzahl der Teleskope im Fit, die Auflösung verbessert werden. In Abb. 5.15 (unten) ist zusätzlich noch die mittlere Anzahl der getriggerten Teleskope als Funktion der Energie dargestellt, wenn zumindest 1 Teleskop getriggert hat. Die deutliche Zunahme dieser Anzahl oberhalb von 3 TeV wird durch die Begrenzung der Schauerauftreffpunkte in der Simulation auf Abstände kleiner als 250 m zum zentralen Teleskop verursacht. Ab dieser Energie fehlen zunehmend Schauer mit größeren

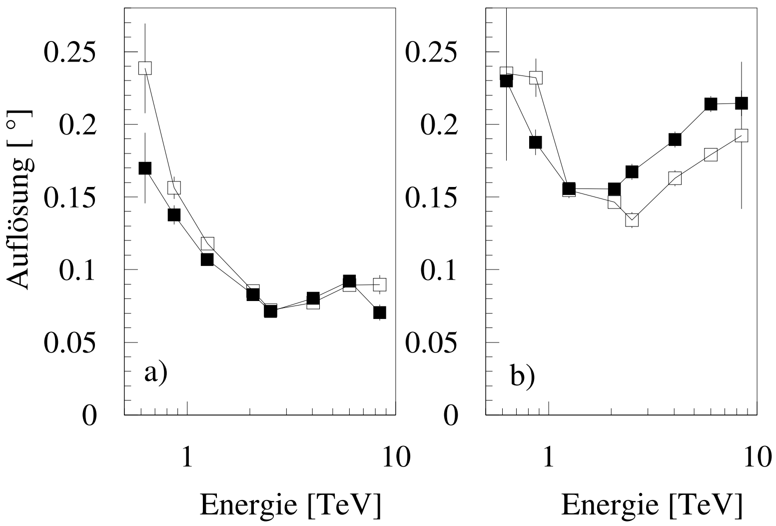


Abbildung 5.12: *Auflösung der Schauerrichtung als Funktion der Energie für a) den $\chi^2$-Fit und b) die Tensormethode ( □ Teleskopauswahl 1, ■ Teleskopauswahl 2). Die Auflösung ist definiert als der radiale Abstand zum wahren Wert in dem 68 % der rekonstruierten Ereignisse liegen.*

Abständen, bei denen weniger Teleskope triggern würden.

Für die Rekonstruktion der Energie und des Schauermaximums ergeben sich keine Unterschiede, wenn die nicht-getriggerten Teleskope hinzugenommen werden. Die Energieauflösung bleibt bei ca. 20 % mit systematischen Abweichungen von ca. 10 %.

## 5.3 Studien zur $\gamma$-Hadron Separation

Bei der Anwendung des beschriebenen Verfahrens auf Proton-Schauerbilder stellt sich die Frage, ob diese anhand der Qualität des Fits, also duch den $\chi^2$-Wert nach der Minimierung, von $\gamma-$Ereignissen unterschieden werden können.

### 5.3.1 Modell des Proton-Cherenkov-Lichtbild

In Kapitel 3 wurde die Modellierung des Cherenkov-Bildes eines 1 TeV $\gamma$-Schauers beschrieben. Auf analoge Weise wurde das Modell des Bildes eines 2 TeV Proton Schauers modelliert. Es zeigt sich, daß die longitudinalen Profile weniger scharfe Spitzen haben, was an der viel größeren Verschmierung der gerichteten Cherenkov-Licht-Komponente liegt. Der größere Unterschied zwischen einem durchschnittlichen $\gamma$-Schauerbild und einem Proton-Schauerbild besteht in der transversalen Breite. Auch hier wurde wieder die in Gl. 4.3 beschriebene Funktion angepaßt und der transversale Breitenparameter $T_p(x_{mod}, R)$ bestimmt. In Abb. 5.18 ist das Verhältnis der Breite beim Proton Modell zur Breite beim $\gamma$-Modell bei gleichem Abstand dargestellt. Die

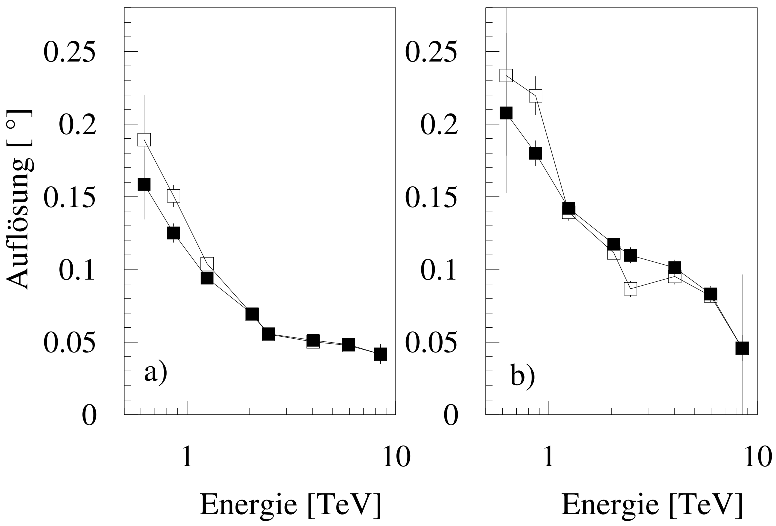


Abbildung 5.13: *Auflösung der Schauerrichtung als Funktion der Energie für Schauerabstände kleiner als 120 m zum zentralen Teleskop für a) den $\chi^2$-Fit und b) die Tensormethode ( □ Teleskopauswahl 1, ■ Teleskopauswahl 2).*

beiden Modelle unterscheiden sich gerade im Bereich der stärksten Intensität. Dort ist das $\gamma$-Schauerbild wesentlich schmaler. Mit größer werdender longitudinaler Neigung $x_{mod}$ strebt das Verhältnis einen Faktor 2 an. Wie zu erwarten ist der Unterschied zwischen den beiden Schauertypen gerade am Anfang ihrer Entwicklung groß und wird dann mit zunehmender Schauerentwicklung kleiner.

### 5.3.2 Anpassung eines $\gamma$- und Protonen-Modells

Im folgenden wurde ein Datensatz von vertikalen $\gamma$-Schauern im Energiebereich von 1.0-1.5 TeV mit einem Satz von Proton-Schauern im Energiebereich von 3.0-5.0 TeV verglichen. Die beiden Schauertypen in den gewählten Energiebereichen erzeugen etwa gleich viel Cherenkov-Licht. Die Neigungen der Proton induzierten Schauer wurde innerhalb des Gesichtsfeldes des Teleskops isotrop verteilt. Das $\chi^2$-Verfahren wurde unter denselben Bedingungen, wie in 5.2 beschrieben, auf ein System mit 5 Teleskopen angewendet. Jetzt wurde allerdings jedes Ereignis einmal an das $\gamma$-Modell und einmal an das Proton-Modell angepaßt. Im folgenden bedeutet $\chi^2_\gamma$ die Anpassung des $\gamma$-Modells und $\chi^2_p$ die Anpassung des Proton-Modells. Die Erwartung ist, daß die Differenz $\Delta\chi^2 = \chi^2_p - \chi^2_\gamma$ bei $\gamma$-Ereignissen im Mittel positiv ist und bei Proton-Ereignissen negativ. D.h. mit anderen Worten, das $\gamma$-Modell soll besser an $\gamma$-Bilder passen als das Proton-Modell, und umgekehrt. Abb. 5.19 zeigt die Verteilung der Differenz $\Delta\chi^2$ für Protonen- und $\gamma$-Bilder. Das erwartete mittlere Verhalten ist zu erkennen, jedoch sind die beiden Verteilungen nicht gut getrennt.

Bei dem eben beschriebenen Vergleich wurde die $\chi^2$-Funktion, wie in unter 5.1.1 beschrieben,

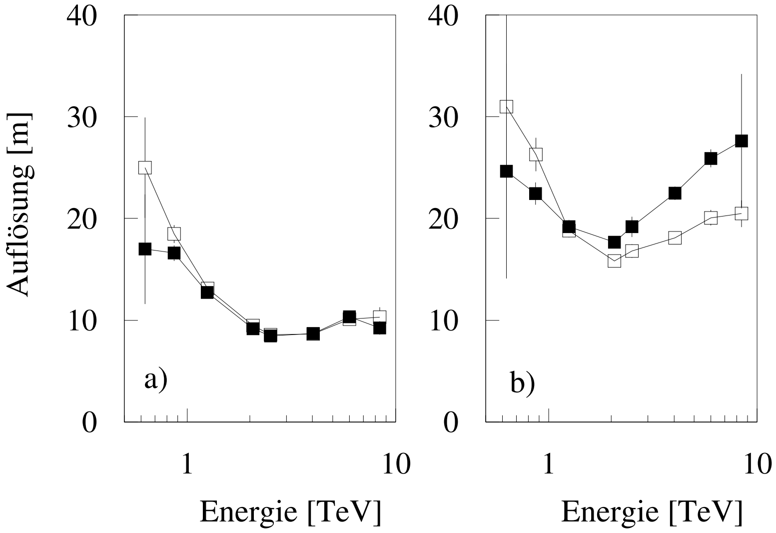


Abbildung 5.14: *Auflösung der Schauerposition als Funktion der Energie für a) den $\chi^2$-Fit und b) die Tensormethode ( □ Teleskopauswahl 1, ■ Teleskopauswahl 2). Auflösung ist der radiale Abstand zum wahren Wert in dem 68 % der rekonstruierten Ereignisse liegen.*

gewichtet. Will man allerdings die beiden Hypothesen miteinander vergleichen, so müssen die $\chi^2$-Funktionen richtig gewichtet, d.h. richtig normiert sein. Da hadronische gegenüber elektromagnetischen Schauern stärkere Fluktuationen aufweisen, ist der in Gl. 5.3 eingeführte Faktor $f$ für hadronische Schauer größer. Die Unterschätzung der Fehler durch $f = 1$ hat zu Folge, daß das mittlere $\chi^2$ pro Freiheitsgrad dgf $< \chi^2/\mathrm{dgf} >$ größer als 1 ist. Normiert man das $\chi^2$ nach jedem Fit auf auf diesen Mittelwert, so kann die Unterschätzung der Fehler im Mittel wieder ausgeglichen werden.

Es sei nun $N_p =< \chi_p^2/\mathrm{dgf} >$ der Mittelwert der Verteilung, wenn das Proton-Modell an Proton-Bilder angepaßt wird und $N_\gamma =< \chi_\gamma^2/\mathrm{dgf} >$ der Mittelwert der Verteilung, wenn das $\gamma$-Modell an $\gamma$-Bilder angepaßt wird. Dann kann die normierte Differenz $\Delta\chi^2 = \chi_p^2/N_p - \chi_\gamma^2/N_\gamma$ gebildet werden. Für die Ereignisse in den vorliegenden Energiebereichen sind die Normierungskonstanten $N_\gamma = 1.1$ und $N_\gamma = 1.6$. Abb. 5.20 zeigt die Differenz $\Delta\chi^2$ nach der Normierung.

Wählt man alle Ereignisse, bei denen $\Delta\chi^2 > 0$ ist, so werden die $\gamma$-Ereignisse gegenüber den Protonen-Ereignisse angereichert. Ein Maß für die Qualität der Protonen-Unterdrückung infolge der Anreicherung ist das Verhältnis $\eta = \kappa_\gamma/\sqrt{\kappa_{CR}}$ (Signal-zu-Untergrund Verhältnis), wobei $\kappa_\gamma$ ($\kappa_{CR}$) die relative Anzahl der überlebenden $\gamma$-Ereignisse (Protonen-Ereignisse) ist. Tab. 5.21 zeigt die erhaltenen Werte.

Eine Verbesserung von $\eta$ kann dadurch erzielt werden, indem die Fit-Region erweitert wird. Nimmt man nämlich auch solche Pixel beim Fit hinzu, die außerhalb der Fit-Region liegen, deren Amplitude aber mehr als das dreifache über dem Rauschen (hier 1.3 ph.e) liegt, so verbessert sich die Unterdrückung, wie in Tab. 5.22 zu entnehmen ist. Durch die Hinzunahme dieser Pixel

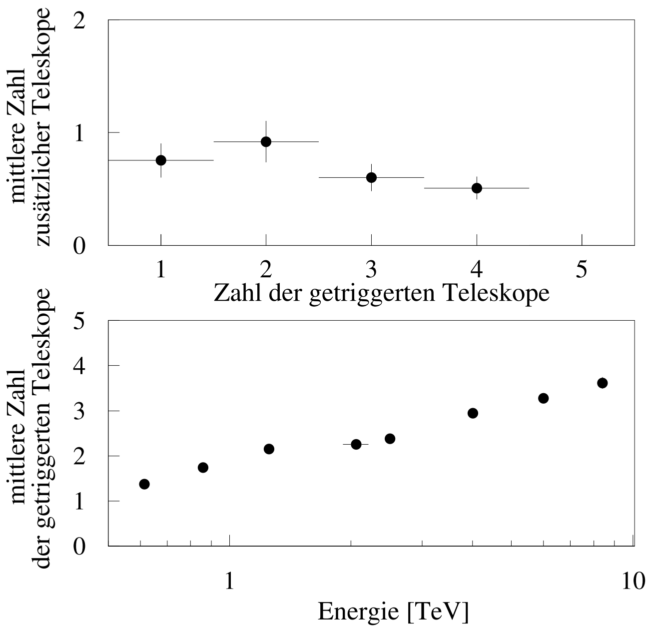


Abbildung 5.15: *Mittlere Anzahl der nicht-getriggerten Teleskope, die mehr als 20 ph.e. Gesamtamplitude haben und zusätzlich im Fit verwendet werden (oben). Mittlere Anzahl der getriggerten Teleskope als Funktion der Energie (unten) für Schauerabstände kleiner als 250 m zum zentralen Teleskop. Bedingung ist, daß mindestens 1 Teleskop (1/5) getriggert hat (2/271 NN, $q_0$=10 ph.e.).*

ändern sich die Normierungskonstanten auf $N_\gamma = 1.2$ und $N_\gamma = 1.7$.

Die Ergebnisse zeigen, daß mit dem $\chi^2$-Fit die Qualität der $\gamma$/Hadron-Trennung nur aufgrund der Form mit größer werdender Anzahl der Teleskope nicht besser wird, sie bleibt gleich. Der Grund dafür ist, daß die $\chi^2$-Anpassung das Modell an alle Pixel gleichzeitig anpaßt und so kleinere Fluktuationen nicht stark genug erkannt werden. Es hat sich jedoch gezeigt, daß Information zur $\gamma$/Hadron-Trennung außerhalb der Fit-Region, d.h. außerhalb des Kernbereichs des Bildes liegt. Eine Verbesserung der Unterdrückung mit dem $\chi^2$-Fit läßt sich nur erzielen, wenn die Fluktuationen in den einzelnen Pixeln, die bei $\gamma$- und Proton-Schauerbilder unterschiedlich sind, genauer bekannt sind. Wie aber aus Abb. 4.17 zu entnehmen ist, hängen die Fluktuationen stark vom Schauerabstand und der Energie ab. Die Fluktuationen in den Pixeln innerhalb eines Bildes sind außerdem korreliert.

Es zeigt sich also, daß mit dem beschriebenen Fitverfahren höchstens eine Verbesserung des Signal-zu-Untergrund Verhältnisses von einem Faktor 2 erreicht werden kann. Dasselbe Ergebnis kann aber auch bereits durch Schneiden auf die herkömmlichen Bildparameter erreicht werden.

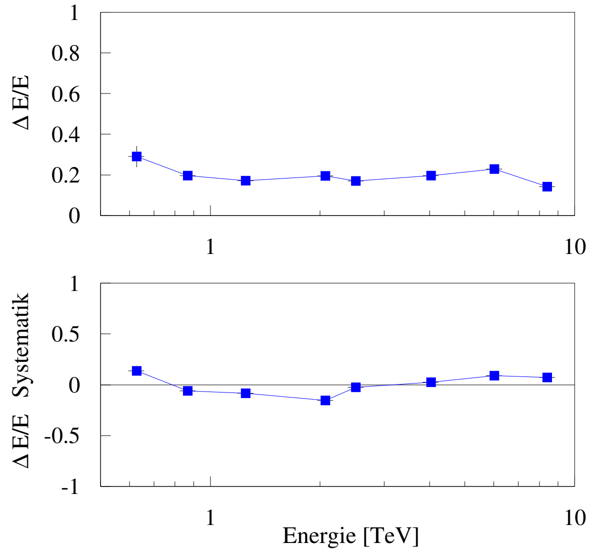


Abbildung 5.16: *Relative Energieauflösung als Funktion der Primärenergie des $\gamma$-Schauers (oben). Systematische Abweichungen des Rekonstruktionsverfahrens (unten).*

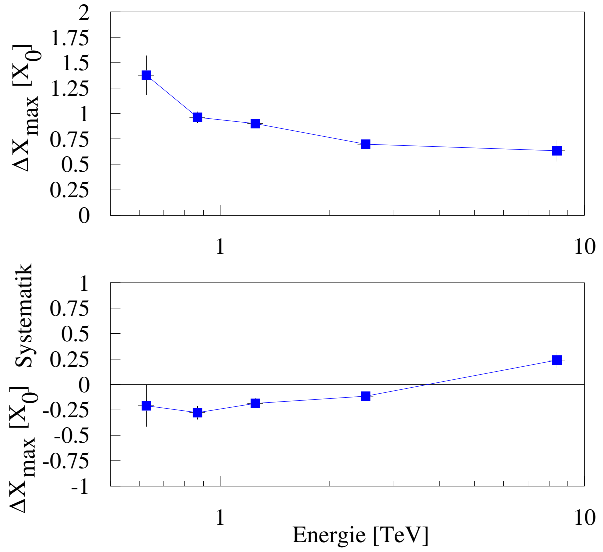


Abbildung 5.17: *Rekonstruktion der Eindringtiefe des Schauermaximums als Funktion der Energie (oben). Systematische Abweichungen des Rekonstruktionsverfahrens (unten).*

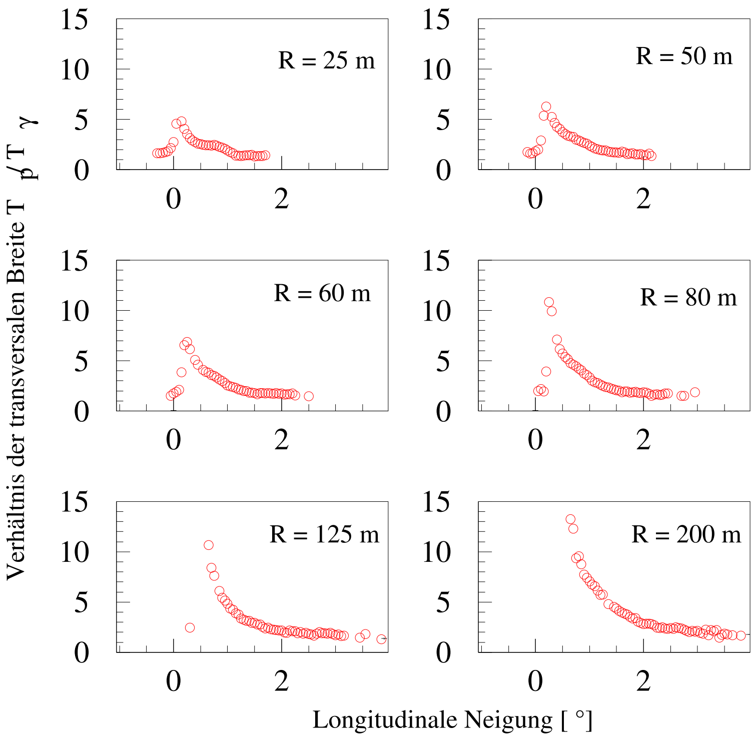


Abbildung 5.18: *Verhältnis der transversalen Breite des Cherenkov-Bildes von Protonen zu $\gamma$'s.*

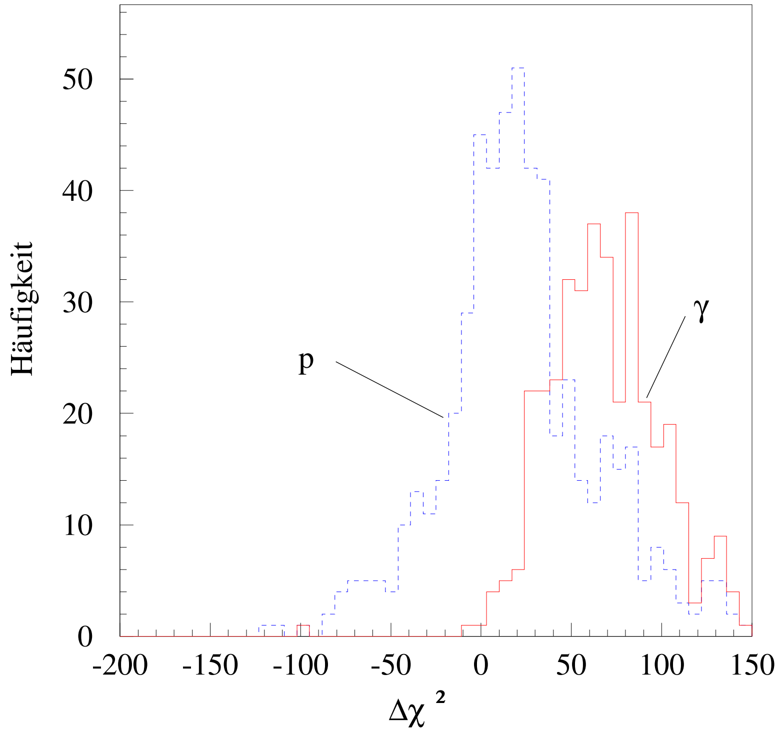


Abbildung 5.19: *Differenz der* $\chi^2$ *bei Anpassung an Proton-Schauerbilder* $\chi^2(p)$*(gestrichelt) und an* $\gamma$*-Schauerbilder* $\chi^2(\gamma)$ *(durchgezogen).*

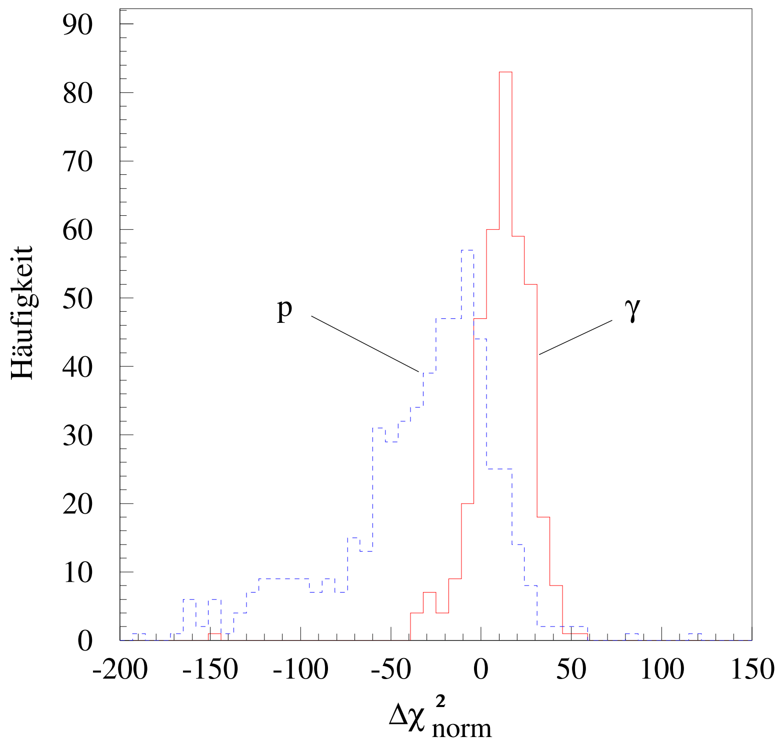


Abbildung 5.20: *Differenz der $\chi^2$ nach der Normierung bei Anpassung an Proton-Schauerbilder $\chi^2(p)$(gestrichelt) und an $\gamma$-Schauerbilder $\chi^2(\gamma)$ (durchgezogen).*

| Zahl der Teleskope im Fit | $\kappa_\gamma$ | $\kappa_{CR}$ | $\eta = \kappa_\gamma/\sqrt{\kappa_{CR}}$ |
|---|---|---|---|
| $\geq 2$ | 0.75 | 0.20 | 1.68±0.13 |
| $\geq 3$ | 0.74 | 0.20 | 1.68±0.16 |
| $\geq 4$ | 0.78 | 0.18 | 1.80±0.20 |
| $= 5$ | 0.80 | 0.20 | 1.77±0.28 |

Abbildung 5.21: *Qualität der $\gamma$/Hadron-Trennung in Abhängigkeit von der Anzahl der beim Fit verwendeten Teleskope, wobei auch nicht-getriggerte Teleskope mit einer Gesamtamplitude von mehr als 20 ph.e. mitverwendet werden.*

| Zahl der Teleskope im Fit | $\kappa_\gamma$ | $\kappa_{CR}$ | $\eta = \kappa_\gamma/\sqrt{\kappa_{CR}}$ |
|---|---|---|---|
| $\geq 2$ | 0.82 | 0.18 | 1.91±0.14 |
| $\geq 3$ | 0.82 | 0.18 | 1.94±0.16 |
| $\geq 4$ | 0.85 | 0.16 | 2.13±0.24 |
| $= 5$ | 0.89 | 0.20 | 1.98±0.30 |

Abbildung 5.22: *Qualität der $\gamma$/Hadron-Trennung in Abhängigkeit von der Anzahl der beim Fit verwendeten Teleskope nach Hinzunahme von zusätzlichen Pixeln, die außerhalb der Fit-Region liegen. Nicht-getriggerte Teleskope mit einer Gesamtamplitude von mehr als 20 ph.e. wurden mitverwendet.*

# Kapitel 6

# Anwendung auf ein Einzelteleskop (CT3) und Vergleich mit Monte-Carlo-Simulationen

In diesem Kapitel wird das vorgestellte Bildanalyseverfahren, das auf dem Modell des $\gamma$-Lichtbildes basiert, auf echte Daten angewendet.

Zur Zeit befindet sich ein System von 5 Cherenkov-Teleskopen der HEGRA-Kollaboration im Aufbau. Jedoch ist erst das zentrale Teleskop (CT3) dieser Serie im Betrieb. Obwohl das Bildanalyseverfahren in erster Linie für die Rekonstruktion von Schauerparametern mit einem Cherenkov-Teleskop-System entwickelt wurde, läßt es sich, allerdings mit Einschränkungen, auch auf ein einzelnes Teleskop anwenden. Im Gegensatz zur Anwendung bei mehreren Teleskopen wird die Höhe des Schauermaximums, also der Faktor $q$, nicht angepaßt, da bei einem Einzelteleskop nicht zwischen einer Veränderung in der Schauerhöhe oder dem Schauerabstand unterschieden werden kann. Das neue Verfahren wurde an Daten getestet, die bei der Beobachtung des Krebs-Nebels mit diesem Teleskop im Zeitraum von November '95 bis Februar '96 genommen wurden. Leider waren bis einschließlich Januar nicht alle 271 Kanäle mit Elektronik ausgestattet. In den äußeren beiden Ringen der Matrix waren 32 Kanäle nicht mit FADC's ausgerüstet. Deshalb wurden im folgenden nur die inneren 169 Pixel der Matrix verwendet. Das Gesichtsfeld dieser Kamera beträgt $3.6^0$.

Für den Vergleich mit Monte-Carlo-Vorhersagen wurden $\gamma$-Ereignisse im Energiebereich von 0.05-30 TeV simuliert. Die Energien wurden entprechend einem Potenzgesetz mit einem spektralen Index von -2.7 verteilt. Für die Kamera wurde auch hier von einer 169-Pixel-Matrix ausgegangen.

## 6.1 Datensatz

Im Zeitraum von November '95 bis Februar '96 wurde mit CT3 der Krebs-Nebel (M1) beobachtet. Die Beobachtung wurde im sogenannten ON/OFF-Modus durchgeführt. In diesem Modus wird das Teleskop für 20 min direkt auf die potentielle $\gamma$-Quelle ausgerichtet (ON-source run). Anschließend wird für die gleiche Zeit eine Untergrundmessung (OFF-source run) gemacht, indem das Teleskop auf eine benachbarte Position am Himmel ausgerichtet wird, deren Koordinaten dieselbe Deklination hat, aber deren Rektaszension um $\pm 20$ min davon verschieden ist. Das heißt, daß es zu jeder ON-source Messung eine OFF-source Messung gibt, bei der die Blickrichtung des Teleskopes denselben Winkelbereich innerhalb der Atmosphäre abdeckt. Dadurch unterliegen beide Messungen denselben atmosphärischen Bedingungen. Die benachbarte Himmelsregion wird so gewählt, das die Zeitdauer zwischen ON- und OFF-source Messung, also die Differenz in der Rektaszension, klein ist im Vergleich zu typischen zeitlichen Veränderungen in der Atmosphäre und im Detektor. Zusätzlich wird bei der Wahl der OFF-Region darauf geachtet, daß der Sternenhimmel im Gesichtsfeld der beiden Regionen vergleichbar ist, was an den mittleren Strömen der PMT's zu erkennen ist.

Neben den ON/OFF Messungen werden auch in jeder Nacht sogenannte *pedestal-* und *laser-runs* gemacht. Bei den *pedestal-runs* wird die Kamera künstlich getriggert, so daß die ADC-Nullinien, die *pedestals* bestimmt werden können. Während der *laser-runs* wird das Licht eines Stickstoff-Lasers auf ein aufgerauhtes Szintillator-Plättchen in der Mitte des Spiegelträgers geschossen. Die Kamera wird dadurch homogen ausgeleuchtet, so daß daraus die relativen Unterschiede in der Verstärkung jedes Pixel-Kanals bestimmt werden können. Die bei jedem Ereignis gemessenen ADC-Werte in den einzelnen Pixeln werden mit diesen Angaben kalibriert. Die genaue Beschreibung der Elektronik und deren Kalibration ist in [Hermann 96].

Das Teleskop wird während den Messungen ständig auf das Objekt ausgerichtet und muß deshalb nachgefahren werden. Aufgrund des Eigengewichtes der Kamera biegen sich die Masten je nach Lage des Teleskopes um ein paar Millimeter. Somit ist das Zentrum des Gesichtsfeldes der Kamera nicht genau auf das Objekt ausgerichtet. Mit sogenannten *point-runs* kann die Durchbiegung der Kamera und zusätzliche Ungenauigkeiten in der axialen Ausrichtung des Teleskopes bestimmt werden. Das Teleskop wird dabei auf einen hellen Stern ausgerichtet und so nachgeführt, daß das Abbild des Sterns auf der Kamera rasterhaft über den zentralen Bereich wandert. Aus der Verlagerung des Schwerpunkts in der Stromverteilung in den beleuchteten Pixeln kann dann die absolute Ausrichtung des Gesichtsfeldes der Kamera ermittelt werden. Diese *point-runs* müssen bei unterschiedlicher Ausrichtung des Teleskopes gemacht werden. Auf diese Weise wurde eine Korrekturfunktion ermittelt [Pühlhofer 96] . Abhängig von der aktuellen Ausrichtung der beiden Teleskopachsen, Altitude- und Azimut-Achse (horizontale- und vertikale-Achse), deren Stellung über 14-bit-Winkelgeber ($\widehat{=}0.022^0$ Auflösung) ausgelesen wird, ergibt sich eine Korrektur in Altitude $\Delta h$ und in Azimut $\Delta A$ von:

$$\begin{aligned} \Delta h &= 0.095^0 - 0.08^0 \cos h \begin{cases} +0.015^0, \text{ für } A \leq 180^0 \\ -0.015^0, \text{ für } A > 180^0 \end{cases} \\ \Delta A &= 0.05^0 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Alle richtungsabhängigen Parameter werden auf diese Weise korrigiert und somit auf das verschobene Zentrum bezogen.

Für die Datenanalyse wurden diejenigen Paare von ON/OFF-Messungen verworfen, die unter schlechten Witterungsbedingungen gemacht wurden oder bei denen kein vollständiges ON/OFF-Paar vorhanden ist. Messungen bei Zenitwinkeln größer als $45^0$ wurden ebenfalls nicht verwendet [1]. Für die gesamte Meßperiode blieben so schließlich 120 ON und 120 OFF Messungen übrig. Das entspricht einer gesamten ON-Source Beobachtungszeit von 40 h. Der mittlere Zenitwinkel dieser Messungen beträgt $22.7^0$. Die Datennahmerate betrug im Mittel ca. 4.6 Hz, wobei die effektive Triggerschwelle ca. 14 Photoelektronen [Hermann 95] betrug. Bei der Online-Datenauslese

[1] Messungen bei großen Zenitwinkeln sind besonders schwierig, da sie viel stärker von Veränderungen in der Atmosphäre abhängen (erhöhter Nachthimmel-Untergrund, erhöhte Extinktion). Aufgrund der größeren Entfernung zum Schauer werden die Cherenkov-Bilder kleiner und die Energieschwelle erhöht sich (über Vor- und Nachteile der Veränderung der Energieschwelle, siehe [Sommers&Elbert 87]).

wird auf Software-Basis ein topologischer Trigger angewendet, bei dem zwei der getriggerten Pixel nächste Nachbarn sein müssen. Dadurch wird die Zahl der Zufallskoinzidenzen, verursacht durch den Nachthimmels-Untergrund, um einen Faktor 48 reduziert. In der Datenanalyse wurde zusätzlich verlangt, daß neben den beiden benachbarten Pixeln ein weiteres über einer vorgegeben Schwelle von 5 ph.e. liegt, wodurch Zwei-Pixel-Ereignisse und weitere Zufallsereignisse verworfen werden. Bei der Berechnung der Hillas-Bildparameter wird ein zweistufiger *tailcut* von 5 ph.e. und 12 ph.e. angewendet. Bei diesem zweistufigen *tailcut* tragen alle Pixel zur Parameterberechnung bei, die mehr als 12 ph.e. detektiert haben und zusätzlich diejenigen Pixel über 5 ph.e, wenn ein Nachbar-Pixel mehr als 12 ph.e. hat. Die Summe der Amplituden aller Pixel über 5 ph.e, die kein Nachbar-Pixel mit mehr als 12 ph.e. haben, wird als *halo* bezeichnet [Hermann 96].

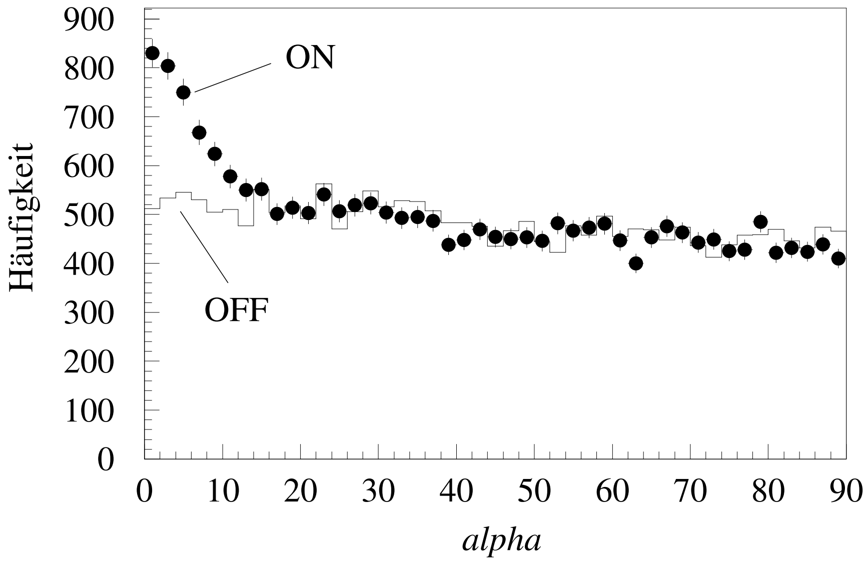


Abbildung 6.1: *Verteilung des alpha-Bildparameters nach dem Schneiden auf die Form-Cuts*

Die Anwendung von Bildparameter-*Cuts* auf diesen Datensatz, die an Monte-Carlo-Daten optimiert wurden, zeigt einen Überschuß von $\gamma$-Ereignissen mit einer statistischen Signifikanz von 13.2 $\sigma$.

| $0.51^0 < distance < 1.1^0$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | ON | OFF | Diff | Signifikanz |
| Form-*Cuts*: $width < 0.11^0$ $0.16^0 < length < 0.34^0$ $0.42 < concentration$ $halo < 15$ | 22600 | 21780 | 820 | 3.9 |
| $alpha < 10^0$ | 3676 | 2627 | 1049 | 13.2 |

Abb. 6.1 zeigt die dazugehörige *alpha*-Verteilung.

Die statistische Signifikanz wird nach einer Formel von [Li & Ma 83] berechnet, die für dieses Problem aus einer Maximum-Likelihood-Analyse folgt.

$$S = \sqrt{2}\left[N_{ON}\ln\left(\frac{1+\alpha}{\alpha}\frac{N_{ON}}{N_{ON}+N_{OFF}}\right) + N_{OFF}\ln\left((1+\alpha)\frac{N_{OFF}}{N_{ON}+N_{OFF}}\right)\right]^{1/2} \tag{6.2}$$

Dabei ist $N_{ON}(N_{OFF})$ die Zahl der ON- (OFF-)Ereignisse und $\alpha$ das Verhältnis der Beobachtungszeit von ON zu OFF. In diesem Datensatz ist $\alpha = 1$.

Das $\chi^2$-Verfahren wurde auf diesen Datensatz, der nachweislich eine ausreichend hohe Anzahl an $\gamma$-Ereignissen enthält, angewendet. Im folgenden werden die vier Bildparameter-*Cuts width, length, concentration, halo* allgemein mit Form-*Cuts* bezeichnet.

### 6.1.1 Ereignisselektion vor dem $\chi^2$-Fit

Ein Nachteil dieses Bildanalyseverfahrens ist die lange Rechenzeit von ca. 2-4 sec pro Ereignis (0.25-0.5 Hz) auf einer DecStation 5000/260. Demgegenüber steht aber eine Datennahmerate von ca. 5 Hz. Die Daten müssen deshalb zum einen auf mehreren Rechnern parallel verarbeitet werden und zum anderen kräftig vorselektiert werden, indem Ereignisse, die klar keine $\gamma$-Kanditaten sind, ausselektiert werden. Diese Vorselektion wird anhand der einfach zu berechnenden Hillas-Bildparameter (siehe Kap. 2.3.3) durchgeführt. Dazu werden bei jedem Ereignis die Hillas-Bildparameter mit einem zweistufigen *tailcut* von 5 ph.e. und 12 ph.e. berechnet. Bei diesem zweistufigen *tailcut* tragen alle Pixel zur Parameterberechnung bei, die mehr als 12 ph.e. detektiert haben und zusätzlich diejenigen Pixel über 5 ph.e, wenn ein Nachbar-Pixel mehr als 12 ph.e. hat. Erfüllt ein Ergeignis nicht die vier folgenden Bedingungen, so wird es verworfen und nicht weiterverarbeitet:

| Daten-Vorselektion | $\kappa_\gamma(0^0)$ | $\kappa_\gamma(30^0)$ | $\kappa_{CR}(0^0)$ |
|---|---|---|---|
| $distance < 1.3$ | 0.94 | 0.95 | 0.63 |
| $width < 0.13^0$ | 0.91 | 0.93 | 0.56 |
| $0.15^0 < length < 0.35^0$ | 0.87 | 0.86 | 0.67 |
| $0.40 < concentration$ | 0.89 | 0.93 | 0.54 |
| *Cuts* zusammen | 0.82 | 0.84 | 0.18 |

In der Zeile hinter jedem Cut ist jeweils die relative Anzahl der überlebenden $\gamma$- bzw. Proton-Ereignisse angegeben. Für die $\gamma$-Ereignisse wird noch zwischen Zenitwinkel $0^0$ und $30^0$ unterschieden. Durch die Anwendung dieser Bildparameter-*Cuts* wird die Zahl der Untergrundereignisse auf 18% reduziert, wobei ca. 80 % der $\gamma$-Ereignisse überleben.

| | ON | OFF | Diff | Signifikanz |
|---|---|---|---|---|
| Gesamtzahl der Ereignisse | 664361 | 660656 | 3705 | 3.2 |
| Ereignisse nach Vorselektion | 112100 | 110700 | 1400 | 3.0 |

Der Datensatz reduziert sich dann um einen Faktor 6 in Übereinstimmung mit der Vorhersage. Auf diese Ereignisse wurde dann das $\chi^2$-Minimierungsverfahren angewendet.

## 6.2 Richtungsrekonstruktion individueller Ereignisse

### 6.2.1 Wahl der Startbedingungen

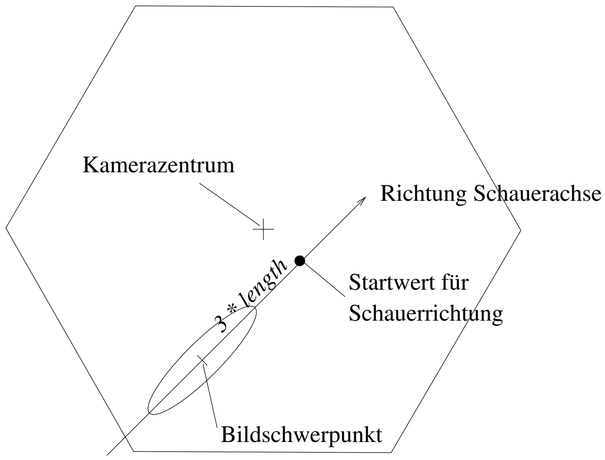


Abbildung 6.2: *Skizze zur Wahl des Startwertes für die Schauerrichtung*

Bei der stereoskopischen Beobachtung eines Luftschauers mit mehreren Teleskopen ist die räumliche Lage der Schauerachse allein aus der Orientierung der Cherenkov-Bilder festgelegt. Mit dem Cherenkov-Bild in einem Teleskop allein ist das nicht der Fall. Zwar zeigt die Längsachse des Bildes zum Schauer, die Richtung aber entlang der Längsachse des Bildes ist zweideutig. Deshalb wird angenommen, daß sich die beobachtete Quelle im zentralen Bereich der Kamera befindet. Als Startwert für die Schauerrichtung wird die Position auf der Längsachse des Bildes genommen, die 3 mal den Wert von *length* vom Bildschwerpunkt wegliegt. Von den beiden möglichen Positionen auf der Längsachse wird diejenige gewählt, die näher zum Kamerazentrum hin liegt. Durch diese Wahl wird auch die Richtung zur Schauerachse festgelegt, siehe Abb. 6.2. Weiterhin ist für $\gamma$-Ereignisse der Abstand des Bildschwerpunkts vom Zentrum der Kamera (*distance*) mit dem Schauerabstand zum Teleskop korreliert. Der Schauerabstand $R$ kann deshalb mit $R$ = 120 m/Grad $\times distance$ abgeschätzt werden, was allerdings nur für Schauer aus der Richtung einer Punktquelle gilt. Diese Wahl hat aber keinen Einfluß auf die Richtungsrekonstuktion, wie der Test in Abschnitt 6.6.3 zeigt. Der anfängliche Wert für die Energie $E$ wird über $E = A/200\,\text{ph.e.}\ \exp -R/120\text{m}$ bestimmt. Der Wert von $q$ wird gleich eins gesetzt und wird nicht verändert.

Die Gewichte der $\chi^2$-Funktion werden, wie in Gl. 5.4 gewählt. Es wird wieder ein Untergrundrauschen durch den Nachthimmel von $\sigma_{NSB}$ =1.3 ph.e. angenommen. Für die Pixel, die direkt von dem Licht eines Sterns im Gesichtsfeld getroffen werden, wird $\sigma_{NSB}$ =10 ph.e gesetzt. Dadurch bekommen diese Pixel bei der $\chi^2$-Minimierung ein geringes Gewicht.

### 6.2.2 Zweidimensionale Richtungsrekonstruktion

Unter diesen Startbedingungen wurde das $\chi^2$-Verfahren auf die vorselektierten Daten angewendet. Der Fit liefert für jedes einzelne Ereignis die angepaßte Schauerrichtung bezüglich der Teleskopachse. Wendet man die reinen Form-*Cuts* zur Anreicherung von $\gamma$-Ereignissen an und trägt die Differenz der Schauerrichtungsverteilungen zwischen den ON und OFF-Messungen auf, so ergibt sich ein klarer Überschuß an ON-Ereignissen, deren Richtungen alle parallel der Teleskopachse rekonstruiert wurden (Abb. 6.3 (oben)). Aus der aktuellen Ausrichtung des Teleskopes zu jedem Ereigniszeitpunkt wird über die Rotationsmatrix $R_{az}$ (siehe Kap. 3) für jedes Ereignis die absolute Richtung am Himmel berechnet. Die rekonstruierten ON-Ereignisse liegen alle in der Himmelsregion um die Position des Krebs-Nebels herum. Der Untergrund wird aus der benachbarten OFF-Region bestimmt. Trägt man nun wieder die Differenz zwischen den beiden Richtungsverteilungen ON und OFF auf, so werden alle Überschuß-Ereignisse aus der Richtung des Krebs-Nebels rekonstruiert (Abb. 6.3 (unten)).

An diese Verteilung wurde eine zweidimensionale Normalverteilung angepaßt, um den Schwerpunkt zu bestimmen. Der Schwerpunkt liegt in Himmelskoordinaten bei
RA=5.5688 h DEC=22.00$^0$ und im Kamerasystem, also relativ zur Teleskopachse, bei $x_0 = 0.003^0$ $y_0 = -0.02^0$. Die genaue Position des Krebs-Nebels, auf die das Teleskop während den Messungen ausgerichtet war, ist RA=5.5686 h DEC=22.02$^0$. Es ergibt sich eine kleine Abweichung in der Größenordnung von 0.02$^0$, was in 6.2.3 genauer diskutiert wird.

Die Richtungsverteilung von dieser Position radial nach außen gehend ist in Abb. 6.4 als Funktion des quadratischen radialen Abstandes aufgetragen. An die Differenzverteilung wurde die Funktion $p_1/(2p_2^2)\exp(-1/2\,(\theta_{r^2}/p_2^2)$ angepaßt, wobei $\theta_{r^2}$ der quadratische radiale Abstand ist. Der Parameter $p_2$ gibt die Breite der zweidimensionalen Normalverteilung um die Position der Quelle an. Sie beträgt $0.09^0 \pm 0.01^0$.

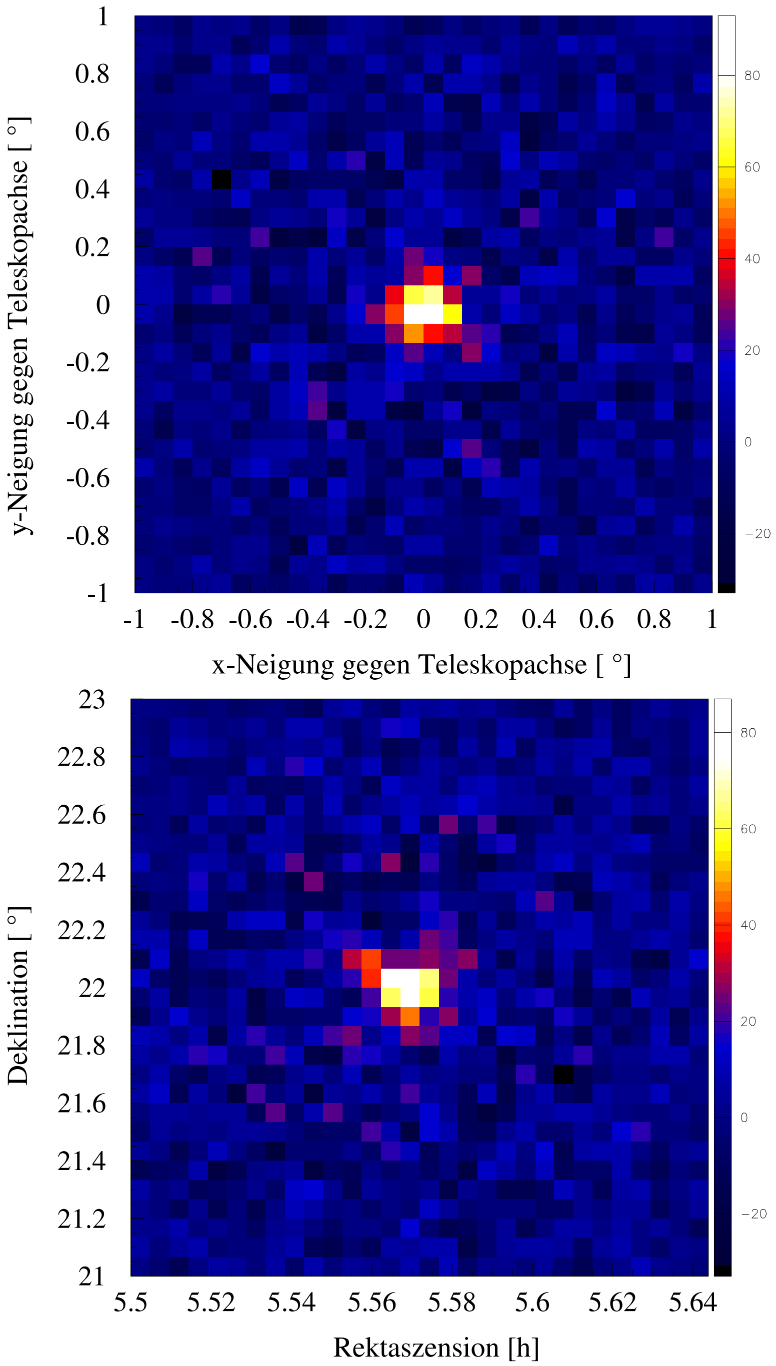


Abbildung 6.3: *Zweidimensionale Richtungsverteilung der rekonstruierten $\gamma$-Ereignisse relativ zur Teleskopachse (oben) und die Rekonstruktion in Himmelskoordinaten (unten). Die Position des Krebs-Nebels ist DEC $22.02^0$ RA 5.5686 h.*

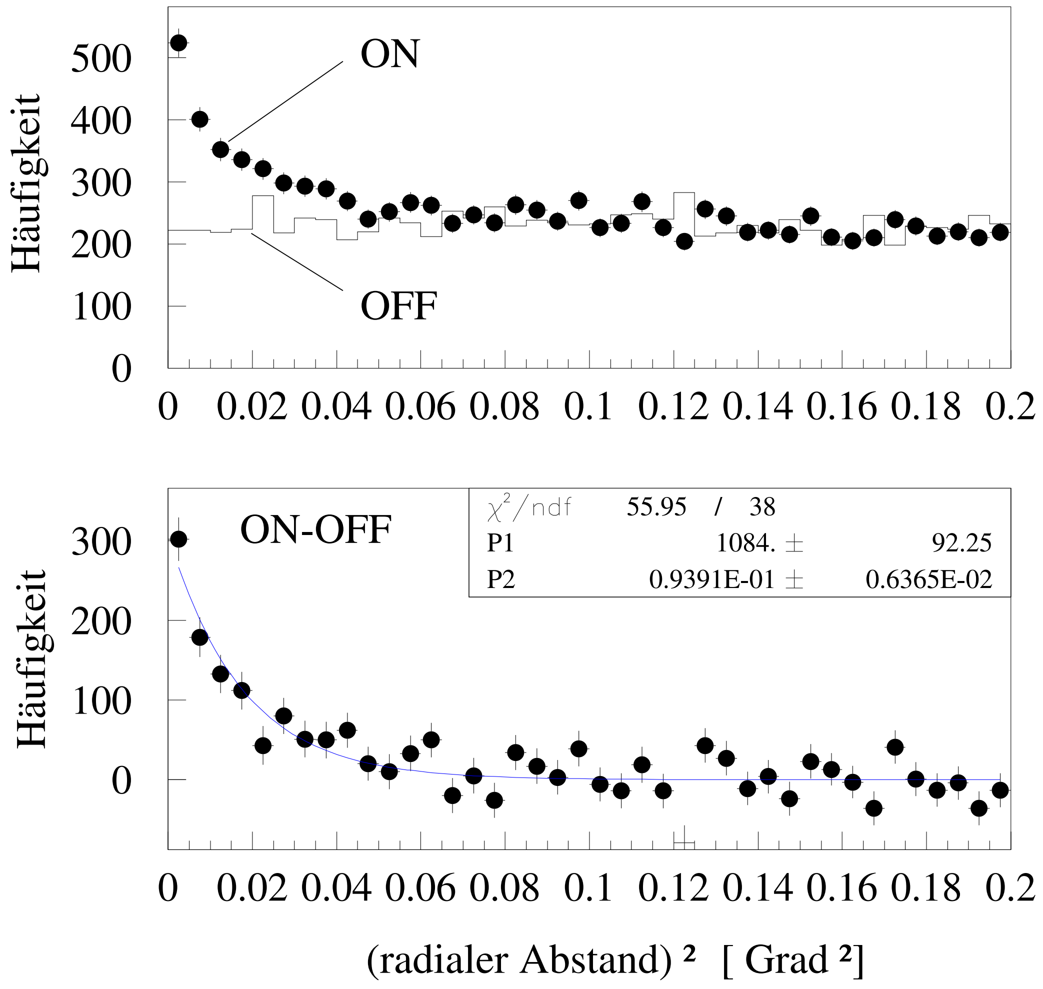


Abbildung 6.4: *Radiale Richtungsverteilung vom Mittelpunkt der zweidimensionalen Verteilung in Abb. 6.3 (oben) ausgehend als Funktion des quadratischen Abstandes. ON und OFF-Verteilung (oben) und die Differenz ON-OFF (unten). An die Differenzverteilung wurde eine Exponentialfunktion angepaßt.*

### 6.2.3 Experimentelle Auflösung

Da der Krebs-Nebel als Punktquelle betrachtet werden kann, läßt sich aus der Verteilung der Überschuß-Ereignisse die experimentelle Richtungsauflösung für individuelle $\gamma$'s bestimmen.

In Abb. 6.5 ist die Verteilung der Überschuß-Ereignisse in der Projektion auf die x- und y-Achse des Kamerasystems für einen *distance-Cut* $< 1.3^0$ aufgetragen. Zur Verbesserung des

Signal-zu-Rausch-Verhältnisses wurden in der gezeigten Verteilung die Ereignisse unterdrückt, die deutlich vom Zentrum der Kamera weg orientiert sind. Es wurden die Ereignisse mit *alpha*< $25.0^0$ verwendet. Dadurch gehen praktisch keine $\gamma$-Ereignisse verloren (vgl. Abb. 2.13) und die Auflösung kann besser bestimmt werden.

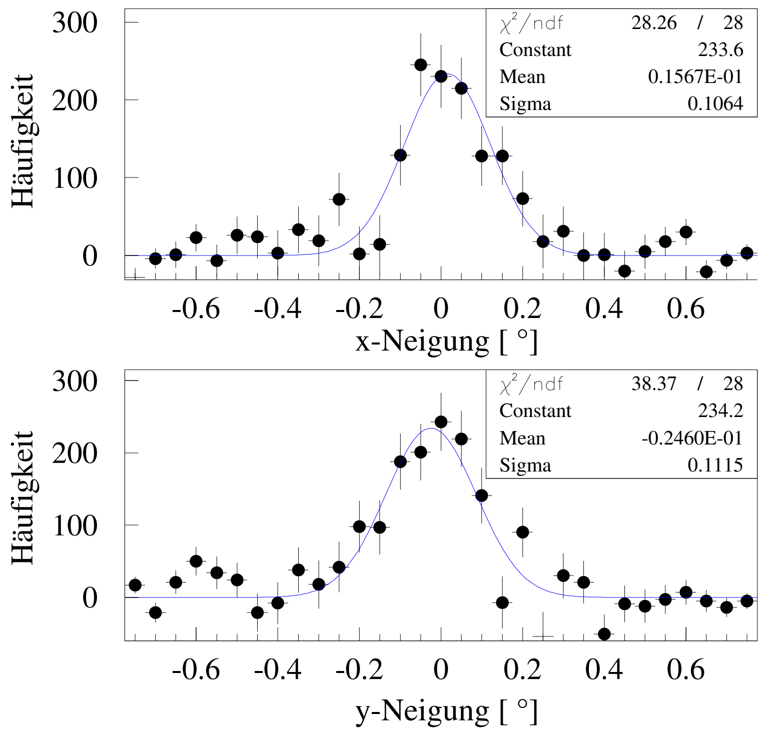


Abbildung 6.5: *Experimentell bestimmte Richtungsauflösung von $\gamma$-Ereignissen mit dem $\chi^2$-Verfahren in beiden Projektionen in der Kamera.*

In den beiden projizierten Richtungen ergibt sich damit eine Auflösung von $0.11^0 \pm 0.01^0$. Dabei ist eine kleine systematische Verschiebung in x-Richtung von $0.02^0 \pm 0.01^0$ und in y-Richtung von $-0.02^0 \pm 0.01^0$ zu erkennen. Eine Systematik in dieser Größenordnung kann zurückgeführt werden auf:

- eine Ungenauigkeit in der Durchbiegekorrekturfunktion
- eine Systematik in der Teleskopnachführung, bedingt durch die die Auflösung der Drehgeber von $0.022^0$ ( die x-Richtung ist parallel der Altitude-Nachführung und die y-Richtung ist parallel der Azimut-Nachführung )

Die Genauigkeit der Richtungsrekonstruktion ist also bereits durch systematische Fehler in der Bestimmung der Kameraausrichtung dominiert.

Auf dieselbe Weise kann die projizierte Auflösung mit einem *distance-Cut* $< 1.1^0$ bestimmt werden. Es zeigt sich eine leichte Verbesserung, die aber im Rahmen der Meßgenauigkeit nicht signifikant ist.

| | mittlere proj. Auflösung |
|---|---|
| $distance < 1.1^0$ | $0.10 \pm 0.01$ |
| $distance < 1.3^0$ | $0.11 \pm 0.01$ |

Jedoch ist dieses Verhalten zu erwarten, da durch den *distance-Cut* entfernte Schauer weggeschnitten werden. Die Abhängigkeit vom Schauerabstand ist für Monte Carlo Simulationen für $0^0$ und $30^0$ Zenitwinkel in Abb. 6.6 dargestellt.

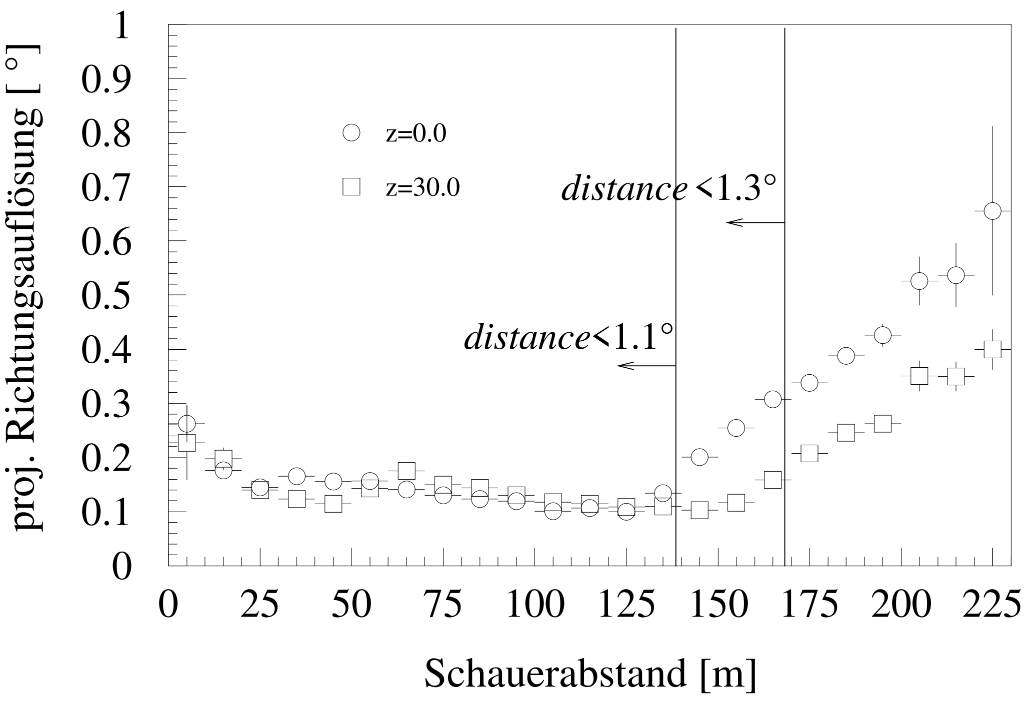


Abbildung 6.6: *Abhängigkeit der projizierten Richtungsauflösung vom Schauerabstand. Eingezeichnet ist der ungefähre Einsatzpunkt des distance-Cuts.*

Die Auflösung ist innerhalb des maximalen Cherenkov-Radius praktisch konstant und wird außerhalb mit wachsendem Schauerabstand schlechter. Der Grund dafür ist die rasche Abnahme der Lichtmenge innerhalb der Kamera, weshalb die Länge des Bildes kleiner wird und deshalb die Richtung entlang der longitudinalen Bildachse schlechter bestimmt werden kann.

Um dieses Verhalten genauer zu verstehen, transformiert man die bei jedem Ereignis rekonstruierte Schauerrichtung auf die longitudinale und transversale Bildachse. Dadurch kann man ermitteln, wie genau die Richtung entlang den beiden Bildachsen rekonstruiert wird. Dazu wurden wieder die $\gamma$-Ereignisse von zuvor verwendet. Abb. 6.7 zeigt die transformierten Richtungsverteilungen. Die Schauerrichtung wird transversal um ca. einen Faktor 2 besser rekonstruiert als longitudinal.

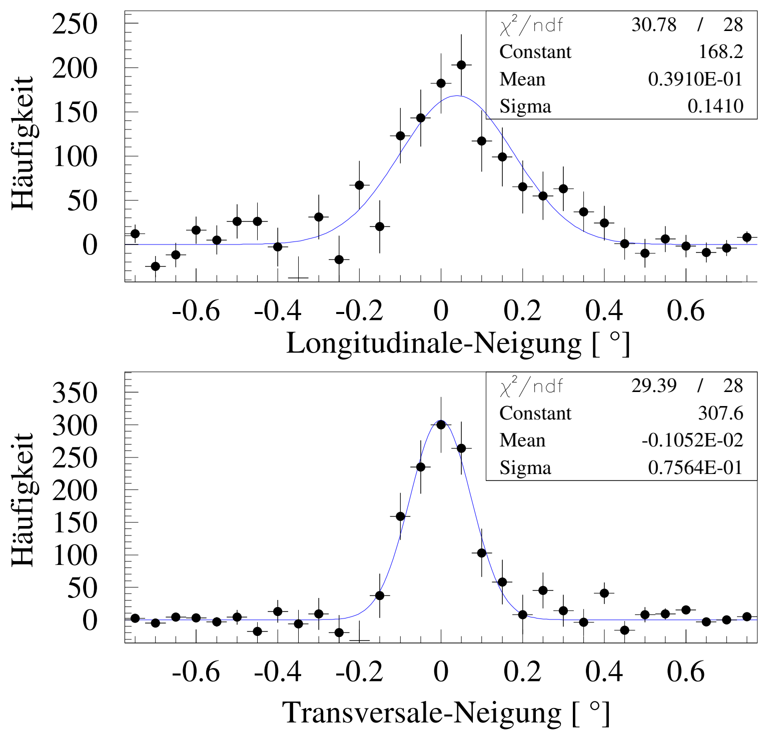


Abbildung 6.7: *Experimentell bestimmte Richtungsauflösung des $\chi^2$-Verfahrens in longitudinaler und transversaler Richtung des Bildes.*

Die daraus ermittelte experimentelle Richtungsauflösung des Rekonstruktionsverfahrens entlang der beiden Bildachsen ist für zwei *distance-Cuts* in Tabelle 6.8 der Vorhersage aus der Simulation gegenübergestellt. Die zu erwartende Verschlechterung in longitudinaler Richtung ist an den Daten zwar tendenziell zu sehen, aber innerhalb der Fehler nicht signifikant. Dasselbe trifft auch für die erwartete Konstanz der transversalen Richtungsrekonstruktion zu. Innerhalb der Fehler stimmen die Resultate mit der Vorhersage überein. Jedoch zeigt sich, daß die longitudinal rekonstruierte Richtung bei Hinzunahme größerer Schauerabstände systematisch zum Bild hingezogen wird. Das liegt an der Tatsache, wie bereits oben erwähnt, daß die Bilder von weit entfernten Schauer sehr lichtschwach sind und deshalb das longitudinale Profil mit nur wenigen Pixeln nicht mehr ausreichend bestimmt werden kann.

Diese Tatsache hat aber eine Auswirkung auf die Anzahl der zu erwarteten Ereignisse innerhalb der 1-$\sigma$-Umgebung. Bei der Suche nach dem Signal einer Punktquelle über einem iso-

| | Daten | | Monte Carlo | |
|---|---|---|---|---|
| | Auflösung | Mittelwert | Auflösung | Mittelwert |
| *distance* $< 1.1^0$ | | | | |
| longitudinal | $0.14 \pm 0.02$ | $0.04 \pm 0.02$ | $0.133 \pm 0.002$ | $-0.006 \pm 0.002$ |
| transversal | $0.08 \pm 0.01$ | $-0.001 \pm 0.01$ | $0.086 \pm 0.001$ | $0.0003 \pm 0.001$ |
| *distance* $< 1.3^0$ | | | | |
| longitudinal | $0.15 \pm 0.02$ | $0.05 \pm 0.02$ | $0.165 \pm 0.002$ | $0.035 \pm 0.002$ |
| transversal | $0.08 \pm 0.01$ | $-0.005 \pm 0.01$ | $0.084 \pm 0.001$ | $0.0002 \pm 0.001$ |

Abbildung 6.8: Vergleich der aus den Daten ermittelten Richtungsauflösungen mit Monte Carlo Vorhersagen.

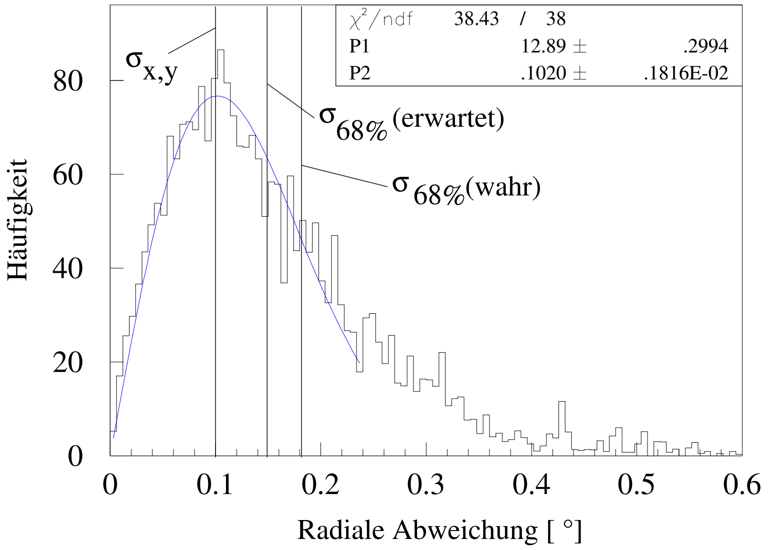


Abbildung 6.9: *Radiale Abweichung $\Delta\theta_r$ der rekonstruierten von der wahren Schauerrichtung mit dem $\chi^2$-Fit. An die Verteilung wurde eine Funktion der Form $p_2\Delta\theta_r/p_1^2 \exp(-1/2\,(\Delta\theta_r/p_1)^2)$ angepaßt. Eingezeichnet ist die Stelle, an der 68 % der Einträge links davon liegen. Die Auflösung des $\chi^2$-Fits liegt bei* $0.11^0$.

tropen Untergrund wird die maximale Signifikanz gerade etwa bei der Beschränkung auf die 1-$\sigma$-Umgebung erwartet. Abb. 6.9 zeigt für simulierte Ereignisse die radiale Winkelabweichung $\Delta\theta_r = \sqrt{\Delta\theta_x^2 + \Delta\theta_y^2}$ zum wahren Wert. An die Verteilung wurde bis $\Delta\theta_r = 0.24^0$ die Funktion $p_2\Delta\theta_r/p_1^2 \exp(-1/2\,(\Delta\theta_r/p_1)^2)$ angepaßt, die bei einer Normalverteilung der rekonstruierten Richtungen zu erwarten ist. Es zeigt sich, daß deutlich mehr Ereignisse mit größeren radialen Abweichungen rekonstruiert werden als bei einer Normalverteilung erwartet wird. Dieses Verhalten ist aber verständlich, da die Ereignisse außerhalb des maximalen Cherenkov-Radius (Abb. 6.6) schlechter rekonstruiert werden. Diese bilden den Ausläufer in der Verteilung von Abb. 6.9.

Der Parameter $p_1$ in der angepaßten Funktion liefert gerade die projizierte Auflösung $\sigma_{x,y} = 0.102^0 \pm 0.002^0$ in guter Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Werten. Bei einer exakten Normalverteilung würde dann $\sigma_{68\%}(\text{erwartet}) = 1.51\,\sigma_{x,y}$ der Radius um die wahre Richtung angeben, innerhalb dem 68% der rekonstruierten Ereignisse liegen. Tatsächlich ergibt sich aber aus den genannten Gründen ein größerer Wert $\sigma_{68\%}(\text{wahr})$. Das Verhältnis aus der 68%-Auflösung zur projizierten Auflösung für verschiedene *distance*-Bereiche und Zenitwinkel ist in der folgenden Tabelle aufgetragen.

| | $0^0$: $\sigma_{68\%}(\text{wahr})/\sigma_{x,y}$ | $30^0$: $\sigma_{68\%}(\text{wahr})/\sigma_{x,y}$ |
|---|---|---|
| $distance < 1.1^0$ | $1.65 \pm 0.05$ | $1.76 \pm 0.05$ |
| $distance < 1.3^0$ | $1.94 \pm 0.05$ | $1.94 \pm 0.05$ |

Abbildung 6.10: *Verhältnis der 68%-Auflösung zur projizierten Auflösung für verschiedene distance-Bereiche und Zenitwinkel aus der Monte-Carlo-Simulation.*

Zu erwarten wäre ein Verhältnis von 1.51. Der Unterschied wird mit wachsenden Schauerabständen größer.

## 6.3 Richtungsrekonstruktion mit verschobener Position der Quelle

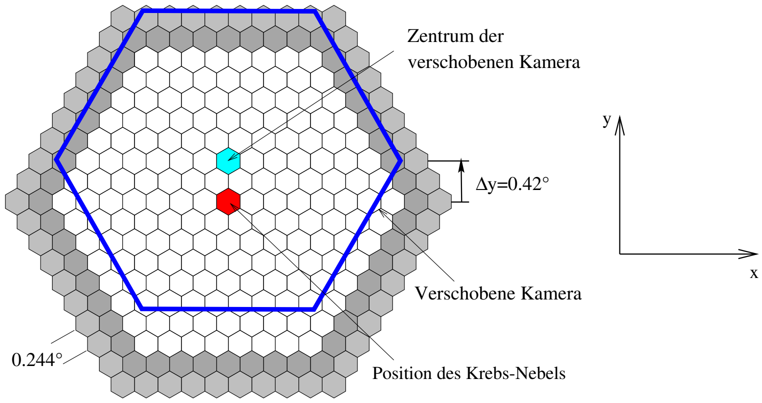


Abbildung 6.11: *In der Datenanalyse wurden nur die inneren 169 Pixel der Kamera verwendet. Die Pixel-Nummerierung wurde so umbenannt, daß virtuell für die $\chi^2$-Minimierung eine neue Kamera entsteht, in der die Position der Quelle um $0.42^0$ vom Zentrum verschoben ist.*

Eines der wesentlichen zukünftigen Ziele mit einem Teleskopsystem ist die Beobachtung von ausgedehnten Quellen. Dazu muß ein Rekonstruktionsverfahren in der Lage sein, $\gamma$-Ereignisse außerhalb des Zentrums der Kamera richtig zu rekonstruieren. Um den $\chi^2$-Fit daraufhin zu testen, wurde die Quelle innerhalb der Kamera virtuell verschoben. Dazu wurde die Pixelnummerierung der insgesamt 271 Kanäle so umbenannt, daß die ersten 169 Pixel gerade eine hexagonale Matrix bilden, dessen Zentrum gegenüber dem eigentlichen Kamerazentrum um $0.42^0$ verschoben

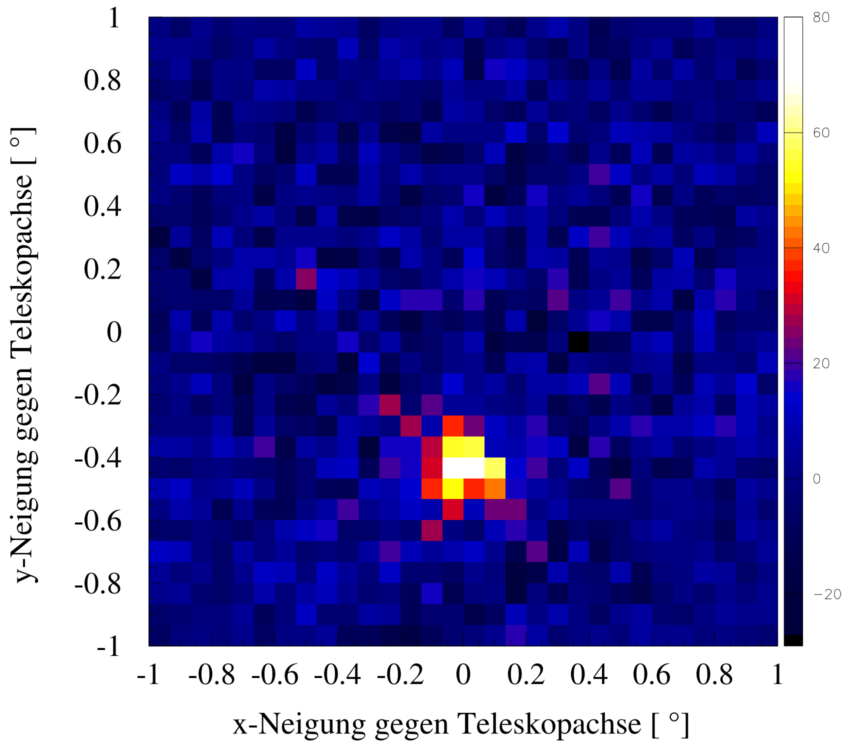


Abbildung 6.12: *Richtungsverteilung der Überschuß-Ereignisse im System der virtuell verschobenen Kamera (siehe Abb. 6.11). Die Überschuß-Ereignisse werden richtig in der um* $0.42^0$ *verschobenen Kamera rekonstruiert.*

ist (vgl. Abb. 6.11). Bei den Daten heißt das allerdings, daß bei der angegebenen Verschiebung 8 fehlende Kanäle im äußeren Ring in Kauf genommen werden mußten.

Die Startwerte wurden wieder genauso gewählt, wie zuvor beschrieben, d.h. es wird angenommen, daß sich die Quelle im Zentrum befindet. Nach der Rekonstruktion der Schauerrichtungen durch das Fit-Verfahren zeigt sich (Abb. 6.12), daß, wie zu erwarten, die $\gamma$-Ereignisse an der richtigen Stelle rekonstruiert werden. In Abb. 6.13 sind die projizierten Richtungsverteilungen innerhalb der Kamera für Ereignisse mit *distance* $< 1.3^0$ in Bezug auf das Kamerazentrum zu sehen. Der Schwerpunkt der Verteilung in y-Richtung liegt bei $-0.42^0 \pm 0.01^0$, in Übereinstimmung mit dem erwarteten Wert. Aus der entsprechenden Monte Carlo Simulation mit nicht-zentraler Quellenposition ist allerdings eine leichte Asymmetrie in Richtung Kamerazentrum bezüglich der y-Neigung zu erwarten, wie in Abb. 6.14 zu sehen ist. Der Grund hierfür ist die systematische Fehlrekonstruktion in der longitudinalen Neigung, da in positiver y-Richtung Ereignisse mit größerem Schwerpunktsabstand relativ zur verschoben Position der Quelle zugelassen werden. Ein entsprechendes Verhalten kann allerdings in den Daten aufgrund der begrenzten Statistik nicht erkannt werden.

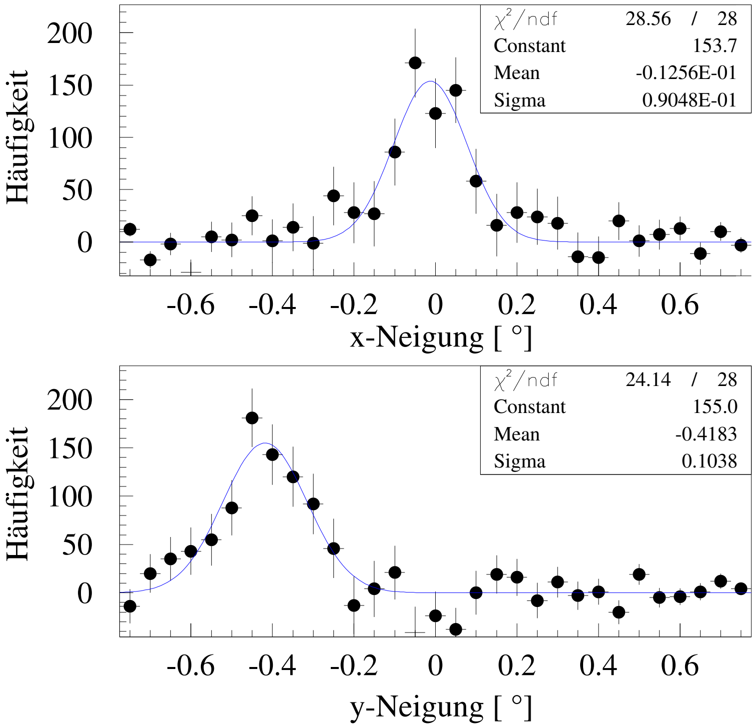


Abbildung 6.13: *Rekonstruierte Richtungsverteilungen der $\gamma$-Ereignisse in x- und y-Richtung bei verschobener Position der Quelle.*

## 6.4 Untergrundunterdrückung und Signifikanz

Bei der Suche nach Punktquellen hängt die Sensitivität bzw. das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis linear vom Auflösungsvermögen des Cherenkov-Telekopes ab.

Angesichts der zweidimensional rekonstruierten Schauerrichtung einzelner Ereignisse kann um die Position der Quelle ein Kreis mit Radius $\theta_r$ gelegt werden, innerhalb dessen Ereignisse akzeptiert werden. Dadurch kann ein großer Teil des hadronischen Untergrunds unterdrückt werden und das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis verbessert werden. Der optimale Radius dafür ist etwa der, bei dem 68% der rekonstruierten $\gamma$-Ereignisse innerhalb des Kreises um die Quelle liegen. Für den Fall einer Normalverteilung ist $\theta_r = 1.51 \times \Delta\theta_{x(y)}$, wobei $\Delta\theta_{x(y)}$ die projizierte Auflösung des Teleskopes ist. Wie in Abschnitt 6.2.3 gezeigt wurde und aus Tab. 6.10 zu entnehmen ist, ist der 68%-Radius aber größer. Die folgende Tabelle zeigt die Anwendung auf die Daten, wobei aus Tabelle 6.10 die Werte für $30^0$ Zenitwinkel genommen wurden.

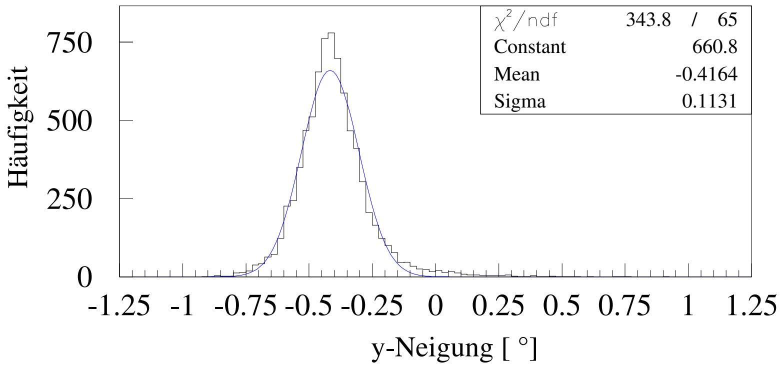


Abbildung 6.14: *Monte-Carlo-Vorhersage der y-Richtungsverteilung von $\gamma$-Ereignissen bei nicht-zentraler Position der Quelle in der Kamera.*

| | ON | OFF | Diff | Signifikanz |
|---|---|---|---|---|
| $0.51^0 < distance < 1.1^0$ | | | | |
| Form-*Cuts* | 22600 | 21780 | 820 | 3.9 |
| $alpha < 10^0$ | 3676 | 2627 | 1049 | 13.2 |
| $\theta_r < 1.51 \cdot 0.10^0 = 0.15^0$ | 1528 | 834 | 694 | 14.4 |
| $\theta_r(68\%) < 1.76 \cdot 0.10^0 = 0.18^0$ | 2223 | 1336 | 887 | 15.0 |
| $distance < 1.1^0$ | | | | |
| Form-*Cuts* | 28210 | 27490 | 720 | 3.1 |
| $alpha < 10^0$ | 4312 | 3205 | 1107 | 12.8 |
| $\theta_r < 1.51 \cdot 0.10^0 = 0.15^0$ | 1704 | 979 | 725 | 14.1 |
| $\theta_r(68\%) < 1.76 \cdot 0.10^0 = 0.18^0$ | 2492 | 1590 | 902 | 14.2 |
| $distance < 1.3^0$ | | | | |
| Form-*Cuts* | 42090 | 41620 | 470 | 1.6 |
| $alpha < 10^0$ | 6341 | 5077 | 1264 | 11.8 |
| $\theta_r < 1.51 \cdot 0.11^0 = 0.17^0$ | 2163 | 1339 | 824 | 14.0 |
| $\theta_r(68\%) < 1.94 \cdot 0.11^0 = 0.21^0$ | 3037 | 2025 | 1012 | 14.3 |

Der Vergleich mit dem *alpha-Cut* zeigt, das durch das Schneiden auf die radiale Schauerneigung die Signifikanz der Messung erhöht wird. Der Untergrund beim 68%-Schnitt auf die Schauerrichtung ist gegenüber dem *alpha-Cut* um einen Faktor 2 geringer. Weiterhin zeigt sich, daß der Einfluß des Randes durch die Rekonstruktion mit dem $\chi^2$-Fit reduziert werden kann. Durch die Erweiterung der Akzeptanz bei Hinzunahme von Ereignissen bis $distance < 1.3^0$ gibt es Bilder, die weiter zum Rand der Kamera hin liegen. Die Orientierung dieser Bilder, die über den *alpha*-Bildparameter bestimmt wird, wird dadurch künstlich gedreht. Die Orientierung der Bildachse für $\gamma$-Ereignisse zum Kamerazentrum hin, wird dadurch verschmiert. Die Signifikanz wird kleiner. Die zweidimensionale Richtungsrekonstruktion mit dem $\chi^2$-Fit wird aber dadurch weitaus weniger berührt.

In der folgenden Tabelle sind die Untergrundunterdrückungsfaktoren $\kappa_{CR}$ aus den Daten für die obigen Schnitte zusammengestellt. Daneben sind die aus den Monte-Carlo-Simulationen erwarteten Werte für $\kappa_\gamma$, also der relativen Zahl der überlebenden $\gamma$-Ereignisse gegenübergestellt.

| | $\kappa_\gamma(0^0)(MC)$ | $\kappa_\gamma(30^0)(MC)$ | $\kappa_{CR}(\exp)$ | $\eta = \kappa_\gamma(30^0)/\sqrt{\kappa_{CR}}$ |
|---|---|---|---|---|
| $0.51^0 <$*distance*$< 1.1^0$ | | | | |
| Form-*Cuts* | 0.46 | 0.52 | $3.3 \cdot 10^{-2}$ | 2.9 |
| *alpha-Cut* | 0.39 | 0.43 | $4.0 \cdot 10^{-3}$ | 6.8 |
| $\theta_r < 1.51 \cdot 0.10^0 = 0.15^0$ | 0.28 | 0.31 | $1.3 \cdot 10^{-3}$ | 8.6 |
| $\theta_r(68\%) < 1.76 \cdot 0.10^0 = 0.18^0$ | 0.35 | 0.38 | $2.0 \cdot 10^{-3}$ | 8.5 |
| *distance*$< 1.1^0$ | | | | |
| Form-*Cuts* | 0.48 | 0.54 | $4.2 \cdot 10^{-2}$ | 2.6 |
| *alpha-Cut* | 0.40 | 0.45 | $4.9 \cdot 10^{-3}$ | 6.4 |
| $\theta_r < 1.51 \cdot 0.10^0 = 0.15^0$ | 0.29 | 0.31 | $1.5 \cdot 10^{-3}$ | 8.0 |
| $\theta_r(68\%) < 1.76 \cdot 0.10^0 = 0.18^0$ | 0.36 | 0.39 | $2.4 \cdot 10^{-3}$ | 8.0 |
| *distance*$< 1.3^0$ | | | | |
| Form-*Cuts* | 0.56 | 0.62 | $6.3 \cdot 10^{-2}$ | 2.5 |
| *alpha-Cut* | 0.48 | 0.52 | $7.7 \cdot 10^{-3}$ | 5.9 |
| $\theta_r < 1.51 \cdot 0.11^0 = 0.17^0$ | 0.33 | 0.36 | $2.0 \cdot 10^{-3}$ | 8.0 |
| $\theta_r(68\%) < 1.94 \cdot 0.11^0 = 0.21^0$ | 0.40 | 0.43 | $3.1 \cdot 10^{-3}$ | 7.7 |

Vergleicht man die Zahl der Überschußereignisse nach den *Cuts* mit der erwarteten Anzahl an überlebenden $\gamma$-Ereignissen, so zeigt sich eine gute Übereinstimmung innerhalb der Fehler.

Durch die Verwendung der zweidimensional rekonstruierten Richtung anstelle des *alpha*-Parameters kann die Sensitivität um $\geq 14$ % erhöht werden.

Abb. 6.15 zeigt die Verteilung des $\chi^2$ pro Freiheitsgrad der Überschußereignisse. Normalerweise würde man Ereignisse mit einem schlechten $\chi^2$, also solche die mit dem $\gamma$-Modell nicht verträglich sind, wegschneiden, um Untergrundereignisse zu unterdrücken. Da aber durch die Ereignisvorselektion über 80% der Untergrundereignisse bereits verworfen wurden, kann über die Qualität der Unterdrückung durch Schneiden das $\chi^2$ pro Freiheitsgrad keine Aussage gemacht werden.

Aus der Monte-Carlo-Simulation wird für die Überschußereignisse eine relative Energieauflösung von 22% erwartet (Abb. 6.16).

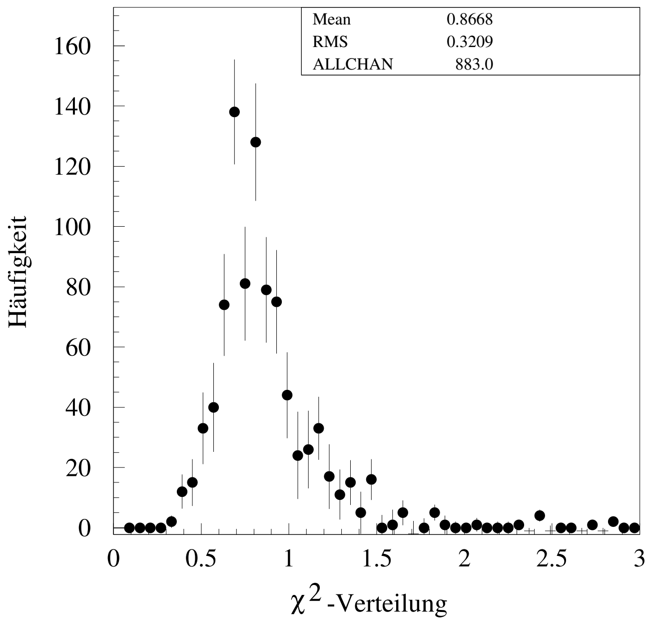


Abbildung 6.15: *Normierte* $\chi^2$*-Verteilung der Überschußereignisse, deren Richtungen innerhalb der Auflösung von* $\theta_r < 0.18^0$ *liegen (nach* $0.51^0 <$*distance*$< 1.1^0$ *und Form-Cuts).*

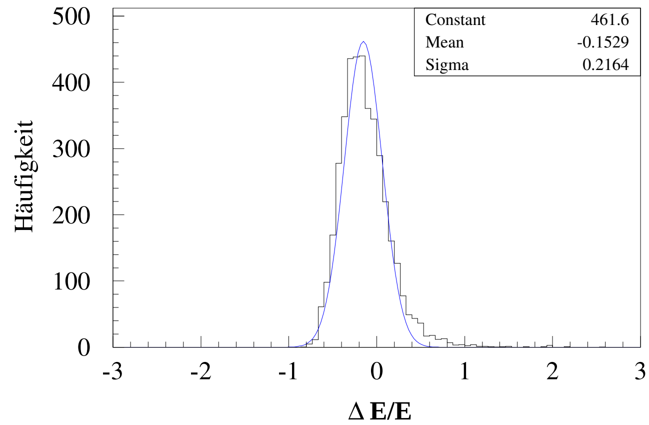


Abbildung 6.16: *Erwartete relative Energieauflösung der Überschußereignisse, deren Richtungen innerhalb der Auflösung von* $\theta_r < 0.18^0$ *liegen (nach* $0.51^0 <$*distance*$< 1.1^0$ *und Form-Cuts).*

# Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde eine neue Bildanalysemethode für Abbildende Atmosphärische Cherenkov-Teleskope entwickelt. Im Gegensatz zu der bekannten Zweiten-Momenten-Analyse nutzt dieses Verfahren die volle Bildinformation, d.h. die innere Struktur des Cherenkov-Lichtbildes aus. Aus der Form und Intensität kann auf den Schauerabstand und die Energie zurückgeschlossen werden. Dazu wurde das Cherenkov-Bild von $\gamma$-induzierten Luftschauern in der Fokalebene eines Cherenkov-Teleskopes mit numerischen Methoden parametrisiert. Das numerisch vorliegende Modell wird in einer $\chi^2$-Minimierung an individuelle Schauerbilder angepaßt, wodurch die Richtung und der Auftreffpunkt des Schauers, sowie die Energie und die atmosphärische Eindringtiefe des Schauers bestimmt werden können.

Die Methode wurde zunächst in einer Monte-Carlo-Simulation auf ein System von 5 Cherenkov-Teleskopen, wie es sich derzeit auf dem HEGRA-Gelände auf La Palma im Aufbau befindet, angewendet. Es konnte gezeigt werden, daß durch diese Art der Bildanalysetechnik die Rekonstruktion von Richtung und Auftreffpunkt von $\gamma$-induzierten Luftschauern im Bereich nahe der Energieschwelle um 30 % gegenüber einer Zweiten-Momenten-Analyse verbessert werden kann. Zu größeren Energien hin, wenn mehr Pixel innerhalb der Kamera zum Bild beitragen, ist die neue Methode sogar um einen Faktor 2 besser. Daneben kann die atmosphärische Tiefe des Schauermaximums mit einer Genauigkeit von $\leq 1X_0$ bestimmt werden. Weiterhin ist eine relative Energieauflösung von 20 % möglich. In der Praxis ist allerdings die absolute Energiebestimmung durch die Genauigkeit der Kalibration des Teleskopes limitiert.

Die Bildanalysemethode konnte erfolgreich auf echte Daten angewendet werden, die mit dem ersten HEGRA-System-Teleskop bei der Beobachtung des Krebs-Nebels in der Periode von November '95 bis Februar '96 genommen wurden. Durch die neue Methode konnte erstmals mit einem einzelnen Cherenkov-Teleskop die Richtung von individuellen TeV-$\gamma$-Quanten rekonstruiert werden. Die Richtungen der einzelnen TeV-$\gamma$-Quanten können dabei mit einer experimentell bestimmten Genauigkeit von $0.15^0 \pm 0.01^0$ in Richtung der langen Bildachse und $0.08^0 \pm 0.01^0$ transversal dazu aufgelöst werden. Aufgrund der zweidimensionalen Richtungsauflösung kann, wie an den Daten gezeigt wurde, die Sensitivität des Teleskopes um $\geq$14 % verbessert werden.

Mit dieser experimentell bestimmten Richtungsauflösung des ersten HEGRA-System-Teleskops mit der hochauflösenden Kamera kann auf die Leistungsfähigkeit des zukünftigen Systems extrapoliert werden. Unter der Annahme, daß an der Energieschwelle im Mittel 2-3 Teleskope triggern, kann eine Richtungsauflösung von besser als $0.1^0$ erwartet werden.

# Literaturverzeichnis


[Abramowitz 65] **M. Abramowitz**: Handbook of mathematical functions, Washington, 1965

[Aharonian 93] **F.A. Aharonian et al.**: Proc. of the 23 rd ICRC, Calgary, 4, 291 (1993)

[Aharonian 94] **F. A. Aharonian, L. O'C. Drury and H. J. Völk**: GeV/TeV gamma-ray emission from dense molecular clouds overtaken by supernova shells, Astronomy and Astrophysics 285, 645-647 (1994)

[Aharonian 95] **F.A. Aharonian, A.M. Atoyan**: Does the inverse Compton mechanism alone explain the GeV/TeV $\gamma$-ray emission from the Crab Nebula ?, Astroparticle Physics 3 (1995) 275-282

[Atoyan 96] **A.M. Atoyan, F.A. Aharonian**: On the mechanisms of gamma radiation in the Crab Nebula, Mon. Not. R. Astron. Soc. 278, 525-541 (1996)

[Bernlöhr 96] **K. Bernlöhr**: Low Threshold Particle Arrays, Space Science Reviews, 75, 185-197, 1996

[Davies & Cotton 57] **J.M. Davies and E.S. Cotton**: Journal of Solar Energy, 1, No. 2 und 3, 16-22 (1957)

[de Jager & Harding 92] **O.C. de Jager & A.K. Harding**: ApJ 396, 161, 1992

[Djannati-Atai et al. 95] **A. Djannati-Atai et al.**: Proc. of the 24 th ICRC, 2, 315

[Drury et al. 94] **L. O'C. Drury, F. A. Aharonian and H. J. Völk**: The gamma ray visibility of supernova remnants: A test of cosmic ray origin, Astronomy and Astrophysics, 287, 959-971 (1994)

[Eltermann 68] **Eltermann**: Air Force Cambridge Res. Lab. Ref. 40, AFC RL-68-153, 1968

[Fischer 81] Das neue Fischer Lexikon in Farbe, Fischer Taschenbuch Verlag GmbH, Frankfurt am Main, 1981

[Gaisser 90] **T.K. Gaisser**: Cosmic Rays and Particle Physics, Cambridge University Press, 1990

[Goret et al. 93] **P. Goret et al.**: Astronomy and Astrophysics, 270, 401 (1993)

[Hayakawa 69] **S. Hayakawa**: Cosmic Ray Physics, 1969

[Hermann 95] **G. Hermann**: private Mitteilung

[Hermann 96] **G. Hermann**: Dissertation Heidelberg, in Vorbereitung, 1996

[Heß 95] **M. Heß**: Signalauslese von Cherenkov-Teleskopen mit Transientenrekordern, Diplomarbeit Heidelberg, 1995

[Hillas 79] **A. M. Hillas**: Proceedings of the 16 th ICRC, Kyoto, 6, 1979

[Hillas 82] **A. M. Hillas**: Angular and energy distributions of charged particles in electron-photon cascades in air, J. Phys. G: 8 (1982), 1461-1473

[Hillas 85] **A. M. Hillas**: Proceedings of the 19 th ICRC, La Jolla 3, 445, 1985

[Hillas 96] **A. M. Hillas**: Proc. of the "Heidelberg Workshop on TeV Gamma-Ray Astrophysics", Space Science Reviews, 75, 17-30, 1996

[Kalekin et al. 95] **O. G. Kalekin et al.**: Astron. Letters, 21, 163, 1995

[Kifune et al. 95] **Kifune et al.**: The Astrophysical Journal, 438, L91, 1995

[Kirk et al. 94] **J. G. Kirk and P. Duffy and Lewis Ball**: Radio supernovae as TeV gamma-ray sources, Astronomy and Astrophysics,

[Kirk 94] **J. G. Kirk, Melrose, Priest**: Plasma Astrophysics, Springer (Saas Fee), 1994

[Köhler 95] **C. Köhler**: Optimierung des Triggers für ein Abbildendes Cherenkov-Teleskop, Diplomarbeit Heidelberg, 1995

[Kohnle 95] **A. Kohnle**: Rekonstruktion von Luftschauern aus Simultanbeobachtungen mit den zwei HEGRA-Cherenkovteleskopen, Diplomarbeit Heidelberg, 1995

[Konopelko 92] **A. Konopelko, Plyasheshnikov, Schmidt**: (Moscow) Preprint N6 of P. Lebedev Phys. Inst., 1992

[Konopelko et al. 96] **A. Konopelko et al.**: Detection of $\gamma$-rays above 1 TeV from the Crab Nebula by the imaging atmospheric Cherenkovtelescope at La Palma, Astroparticle Physics, Volume 4, Issue 3, p. 199-215., 1996

[Konopelko 96] **A. Konopelko**: private Mitteilung, 1996

[Longair 92] **M. S. Longair**: High energy astrophysics Vol. 1, Cambridge University Press, 1992

[Tanimori et al. 94] **Tanimori et al.** : Observation of 7 TeV gamma-rays from the Crab using the large zenith angle air Cherenkovimaging technique, The Astrophysical Journal, (1994) vol. 429, no. 2, pt. 2, p. L61-L64

[Punch et al. 92] **M. Punch et al.**: Nature, 358, 477, 1992

[Kerrick et al. 95] **Kerrick et al.**: Outburst of TeV photons from Markarian 421, Astrophysical Journal, Part 2 - Letters, vol. 438, no.2, p. L59-L62, 1995

[Petry et al. 96] **D. Petry et al.** : Detection of VHE $\gamma$-rays from Markarian 421 with the HEGRA Cherenkov-Telescopes, submitted to A&A

[Quinn et al. 96] **J. Quinn et al.** : Astrophysical Journal Letters v.456, p.L83, 1996

[Li & Ma 83] **Ti-Pei Li and Yu-Quian Ma**: Analysis methods for results in gamma-ray astronomy, The Astrophysical Journal, 272, 317-324, 1983

[Leo 94] **W. R. Leo**: Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach, Berlin: Springer, 1994

[MINUIT] **CERN library**: function minimization package

[Mirzoyan 94] **R. Mirzoyan et al.** : The first telescope of the HEGRA air Cherenkovimaging array, NIM A 351 (1994) 513-526

[NAG Fortran M14 Library 1990] **The Numerical Algorithms Group**: Oxford, 1990

[Numerical Recipes 86] **W. H. Press**: Numerical Recipes, Cambridge University Press, 1986

[Plyasheshnikov 75] **A. Plyasheshnikov, Koltschuschkin**: Atomnaja Energija, 39, 1975

[Plyasheshnikov 88] **A. Plyasheshnikow, Konopelko, Vorobyev**: (Moscow) Preprint N92 of P. Lebedev Phys. Inst. , 1988

[Pühlhofer 96] **G. Pühlhofer**: Diplomarbeit in Vorbereitung 1996

[Ranft 72] **J. Ranft, J. Routti**: Particle Accelerators 4, 101 (1972)

[Schabelski 86] **Schabelski**: Preprint LIJF No. 1224, 1986

[Schabelski 87] **Schabelski**: Jadernaja Phisika, 45, 1987

[Sinha 94] **S. Sinha**: On the fluctuations of Cherenkovphoton densities in very high energy gamma ray showers Journal of Physics G, 21 (1994) 473-486

[Sokolsky 89] **P. Sokolsky**: Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1989

[Sommers&Elbert 87] **P. Sommers and J.W. Elbert**: Ultra-high-energy gamma-ray astronomy using atmospheric Cherenkovdetectors at large zenith angles, Journal of Physics G, 13 (1987) 553-566

[Thompson et al. 95] **D. J. Thompson et al.**: The second EGRET catalog of high-energy gamma-ray sources, The Astrophysical Journal (Supl.) 101, 259, 1995

[Vacanti et al. 91] **G. Vacanti et al.** : Gamma-ray observations of the Crab Nebula at TeV Energies, The Astrophysical Journal, 377, 467-479, 1991

[Völk 93] **H. J. Völk**: Proc. of the 2nd Intern. Workshop "Towards a Major Atmospheric Cerenkov Detector" (ed. R. C. Lamb), Calgary, 32-34, 1993

[Wdowczyk et al 72] **Wdowczyk, Thackzyk, Wolfendale**: Journal of Physics A5 (1972) 1419

[Weekes 88] **T. C. Weekes**: Very High Energy Gamma-Ray Astronomy Physics Reports 160, Nos. $1+2$ (1988) 1

[Weekes 92] **T. C. Weekes**: Space Science Reviews 59, 315-364, 1992

[Wiebel, 94] **B. Wiebel**: Chemical composition in high energy cosmic rays, WUB 94-08, April 1994

[Zatsepin 65] **V. I. Zatsepin**: The angular distribution of intensity of Cherenkovradiation from extensive cosmic-ray air showers Soviet Physics JETP, Vol. 20, 2 (1965)

# Danksagung

An erster Stelle bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr. W. Hofmann für die interessante Themenstellung und Betreuung meiner Arbeit. Seine Anregungen zu vielen Punkten der Arbeit waren mir immer eine große Hilfe.

Besonders bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. H. J. Völk für seine Unterstützung und sein Engagement, das er mir entgegenbrachte.

Herrn Prof. Dr. D. Schwalm danke ich für die Begutachtung meiner Arbeit.

Ich bedanke ich mich bei Prof. Dr. F. A. Aharonian, sowie Dr. A. Konopelko und Dr. A. Plyasheshnikov für ihre ständige Diskussionsbereitschaft, vor allem zu Fragen der Monte-Carlo-Simulationen.

Für die wertvollen Tips bei der Erstellung des Modells für die Cherenkov-Lichtverteilung bin ich Prof. Dr. T. Lohse sehr dankbar.

Bei Dr. K. Bernlöhr und Dr. T. Kihm bedanke ich mich für ihre fachkundige Auskunft zu Fragen der Software. Ebenso danke ich ihnen und auch F. Krafft für die Pflege des Rechnersystems, ohne die ich diese Arbeit nicht hätte durchführen können.

Für die Unterstützung in allen Problemen, seine Diskussionsbereitschaft und die angenehme Zusammenarbeit danke ich besonders Dr. M. Panter.

Besonderer Dank geht auch an G. Hermann dessen Vorarbeit und Einsatz erst die hervorragende Qualität der Daten mit der neuen Kamera ermöglicht haben. An dieser Stelle gilt auch ein großer Dank an alle Mitarbeiter der Elektronik- und EN-Werkstatt, die durch ihren großen Einsatz den Aufbau des Teleskopes ermöglichten.

Den jetzigen und auch ehemaligen Mitgliedern der CT- und CRT-Gruppe, Dr. A. Daum, A. Fraß, M. Hemberger, M. Heß, Dr. A. Heusler, A. Kohnle, R. Kankanian, C. Köhler, T. Kutter, H. Lampeitl, G. Pühlhofer, Dr. G. Leffers, Dr. V. Matheis, R. Mattheus, U. Trunk, Dr. C. A. Wiedner, C. Wieland, H. Wirth und Dr. R. Zink danke ich für ihre Diskussionsbereitschaft und angenehme Zusammenarbeit.

Ich danke auch allen HEGRA-Mitgliedern, die mich während meiner Arbeit in irgendeiner Form unterstützt haben.

Allen Mitarbeitern der Werkstätten, Labors und der Bibliothek des Max–Planck–Instituts danke ich für ihre freundliche und fachkundige Unterstützung.

Für die letzte kritische Durchsicht der Arbeit bedanke ich mich nochmal bei Dr. K. Bernlöhr, Dr. A. Daum und Dr. M. Panter.

**Diese Arbeit wurde unterstützt durch die Verbundforschung Astronomie/Astrophysik des Deutschen Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie (BMBF).**